

## ВЫБОР СИСТЕМ КООРДИНАТ ПРИ ЧИСЛЕННОМ ОПИСАНИИ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ ОБОЛОЧКИ

*Одесская национальная академия связи им.А.С.Попова, Украина*

*Предлагается методика выбора двух систем координат для автоматизированного задания координат узлов конечно-элементной модели (КЭМ) оболочки, которая применяется, при последующих за эскизным, этапах проектирования.*

**Постановка проблемы.** Для выбора рациональной поверхности оболочки, основанного на исследовании напряженно-деформированного ее состояния с помощью метода конечных элементов (МКЭ), прежде всего необходимо уметь вычислять координаты конечно-элементной модели оболочки.

**Анализ основных исследований и публикаций.** В статьях [1,2,3] был рассмотрен статико-геометрический метод определения координат оболочки, который используется только на этапе эскизного проектирования, когда необходимо выявить наиболее рациональную форму, отвечающую статическим особенностям системы. Предлагается методика выбора двух систем координат для автоматизированного задания координат узлов КЭМ оболочки, которая применяется на последующих этапах проектирования.

**Оригинальная часть.** Обоснуем выбор двух систем координат. Рассмотрим оболочку как трехмерное тело, заключенное между двумя граничными и контурной поверхностями (рис.1). Воспользуемся двумя системами координат: базисной декартовой ( $X^1, X^2, X^3$ ) и местной криволинейной ( $X^1, X^2, X^3$ ). Выбор в качестве базисной, т.е. системы координат, в которой описаны неизвестные величины, декартовой системы координат обладает рядом достоинств, по сравнению с другими системами, так как облегчает задание геометрии и нагрузок для оболочек произвольного очертания, упрощает вывод разрешающих уравнений для задач статики оболочек. В криволинейных координатах наиболее естественно описываются ограничивающие поверхности тел сложной формы.

Выбор местной системы координат выполняется отдельно для каждой рассчитываемой конструкции и непосредственно связан с разбиением ее на конечные элементы.

Аппроксимация оболочки осуществляется набором трехмерных конечных элементов регулярной топологической структуры (рис.2). Криволинейная сетчатая область, разбивающая рассматриваемую оболочку на конечные элементы, должна включать границы оболочки, сечения, разделяющее ее тело на элементарные геометрические фрагменты, а также контуры ребер, включений, изломов, отверстий и других особенностей.

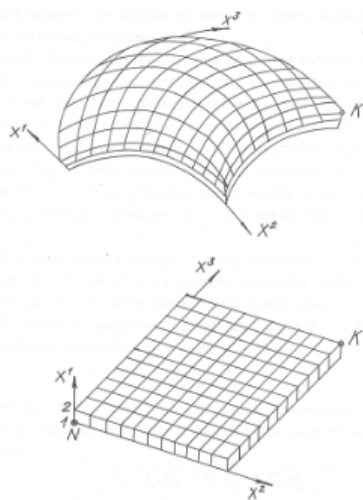


Рис. 2

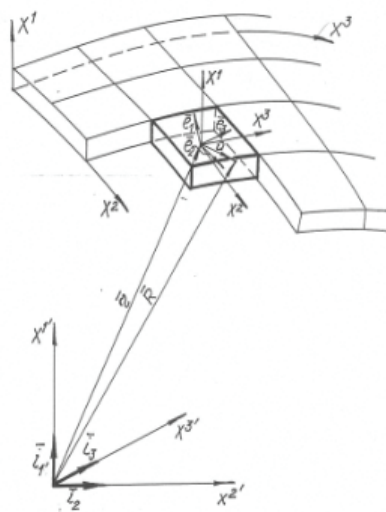


Рис.1

Граничные поверхности конечных элементов могут быть описаны семейством координатных поверхностей специально выбранной местной криволинейной системы координат

$$\begin{aligned}X^1 &= X^1(X^{1'}, X^{2'}, X^{3'}) = n_1, \\X^2 &= X^2(X^{1'}, X^{2'}, X^{3'}) = n_2, \\X^3 &= X^3(X^{1'}, X^{2'}, X^{3'}) = n_3,\end{aligned}$$

Или

$$X^i = X^i(X^{1'}, X^{2'}, X^{3'}) = n_i,$$

где

$$n_1 = 1, 2, \dots, M1; \quad n_2 = 1, 2, \dots, M2; \quad n_3 = 1, 2, \dots, M3; .$$

Линии пересечения этих поверхностей дают координатную сеть на ограничивающих поверхностях оболочки. Выбрав начало отсчета местной правой системы криволинейных координат, например точку N на рис.2, направим ось  $X^1$  в направлении толщины оболочки. По толщине оболочки аппроксимация выполняется одним конечным элементом, поэтому параметр  $M1=2$ . Прономеруем каждую сеточную линию вдоль первой местной координаты от 1 до  $M1$ , вдоль второй – от 1 до  $M2$  и вдоль третьей – от 1 до  $M3$ , где  $M1$ ,  $M2$ ,  $M3$  означает число узлов сеточной области вдоль координатных линий  $X^1$ ,  $X^2$ ,  $X^3$ . Теперь любой узел сеточной области определяется номерами сеточной линии, точкой пересечения которых он является. Назовем эти номера сеточными координатами.

Таким образом, местная система координат выбрана для конкретной рассматриваемой оболочки так, что направление координатных линий совпадает с линиями сеточной области конечно-элементной модели, а масштабы вдоль координатных линий таковы, что расстояния между соседними узлами равно единице. Принятая методика выбора местной системы координат позволяет упростить вычисление метрических характеристик конечных элементов и алгоритмы получения разрешающих уравнений метода конечных элементов.

Выбрав базисную и местную системы координат, можно перейти непосредственно к численному определению координат узлов КЭМ оболочки.

**Выводы.** Предложена методика выбора двух систем отсчета для дальнейшего задания координат узлов конечно-элементной модели оболочки переменной и постоянной толщины при любой конфигурации плана.

## Литература

1. *Трегубова И.А.* Два подхода к решению нелинейных задач формирования дискретных структур статико-геометрическим методом// Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2010. – Вип. 86 – с.291-295.

2. *Трегубова И.А.* Исследование траектории движения смещенных узлов дискретной сети при деформации// Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2011. – Вип. 87 – с.477-480.

3.Трегубова И.А. Смещение узла дискретной сети при построении условной развертки // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2012. – Вип.89 – с.342-346.

## **ВИБІР СИСТЕМ КООРДИНАТ ПРИ ЧИСЕЛЬНОМУ ОПИСАННІ КІНЦЕВО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ ОБОЛОНЬКИ**

*I. A. Tregubova*

Пропонується методика використання двох систем координат при автоматизованому завданні координат вузлів кінцево-елементної моделі (КЕМ) оболонки, яка використовується при наступних етапах проектування, що йдуть після ескізного.

## **THE COORDINATE SYSTEMS CHOICE FOR NUMERICAL DESCRIPTION OF SHELLS MODELLING BY FINITY ELEMENTS**

*I. A. Tregubova*

The choice of two coordinate system methods is proposed for receiving automatically shells coordinates which are divided by finity elements for different design stages going after sketch.