

ГЕОМЕТРИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ КРИВИХ І ТОРСІВ МЕТОДАМИ ФОРМОУТВОРЮЮЧИХ ПОВЕРХОНЬ

Національний авіаційний університет

Розроблено геометричні методи і алгоритми автоматизованого формування вихідних даних і проектування просторових кривих ліній та торсів методами формоутворюючих поверхонь

Постановка проблеми. Розробка геометричних методів та алгоритмів комп'ютерного моделювання просторових кривих ліній та кінематичних поверхонь має важливе теоретичне та практичне значення. Автоматизоване формування вихідних даних, моделювання та варіювання форми просторових кривих, дає можливість проектувати різноманітні кінематичні і торсові поверхні, які функціонально пов'язані з просторовими обводами і широко використовуються в практиці.

Аналіз останніх досліджень. В роботах [1], [2] розроблено геометричні моделі автоматизованого проектування просторових кривих ліній (ПКЛ) методами формоутворюючих поверхонь (ФП), а саме формоутворюючих конусів (ФК) та циліндрів (ФЦ). Розроблено [3], [5] геометричні моделі конструювання та стиковки спряжених ПКЛ та поверхонь, моделювання і автоматизоване проектування поверхонь торсів [4], за методами ФП. Ці моделі дозволяють конструювати та направлено варіювати форму ПКЛ та поверхонь, що проходять через певні опорні точки A_i ($i=1\dots,n$) з наперед заданою орієнтацією стичних реперів в вузлових точках A_i . Актуальною є задача формалізації вихідних даних, тобто розробки такого геометричного алгоритму, який дозволить направлено задавати та варіювати орієнтацію стичних реперів при незмінно зафіксованих параметрах вузлових точок A_i .

Формування мети статті. Розробити геометричну модель автоматизованого проектування вихідних даних, що дозволить моделювати та направлено варіювати форму ПКЛ та пов'язаних ними різноманітних кінематичних поверхонь, утворених за методами ФП.

Основна частина. Нехай, вихідними даними для проектування ПКЛ є деякі опорні точки A_i простору. Необхідно побудувати множину проміжних точок плавної ПКЛ, що пройде через задані опорні точки A_i , та задати певну орієнтацію взаємно перпендикулярних стичних ортів дотичних t_i , бінормалей b_i та нормалей n_i в точках A_i .

Комп'ютерне моделювання вихідних даних здійснюємо за таким геометричним алгоритмом (рис.1):

1. Задаємо в просторі координати опорних точок A_i , а також довільно визначаємо координати додаткової точки A_{i-1} .
2. З'єднуємо відрізками прямих $A_{i-1}A_i, \dots, A_{n-1}A_n$ всі задані точки.
3. На кожній ділянці прямих $A_{i-1}A_i, \dots, A_{n-1}A_n$ довільно задаємо координати точок K_{i-1}, K_i, \dots, K_n .
4. Визначаємо напрямлення векторів t_i дотичних в кожній точці A_i , як векторів паралельних до відповідних відрізків $K_{i-1}K_i, \dots, K_nK_{n+1}$.
5. Через кожну вузлову точку A_i проводимо площини N_i нормальні до векторів t_i . В перетині площин N_i з відповідними відрізками $K_{i-1}K_i, \dots, K_nK_{n+1}$ отримаємо точки O_i . Тоді вектори O_iK_i визначають орієнтацію векторів бінормалей b_i ($b_i \in N_i$).
6. Вектори n_i , в свою чергу, визначаються як вектори перпендикулярні до векторів b_i та t_i . Таким чином в просторі задаються координати опорних точок та орієнтація взаємно перпендикулярних стичних ортів дотичних t_i , бінормалей b_i та нормалей n_i в точках A_i .
7. Через довільні точки K_i проводимо площини B_i , паралельні до векторів b_i, b_{i+1} стичних реперів.
8. Знаходимо точки 1_i та 2_i , як точки перетину векторів t_i, t_{i+1} з площинами B_i .
9. Тоді на кожній i -тій ділянці утворилось по два опорних трикутники (ОТ) $A_i1_i A_{i+1}$ та $A_i2_i A_{i+1}$, в кожен з яких можна вписати безліч ділянок алгебраїчних плоских кривих (АПК) p, r -того порядків, $(p, r) = 2, 3, \dots, q$, так, щоб в точках A_i, \dots, A_{n-1}, A_n стику ділянок ПКЛ відповідні сторони ОТ були дотичними до цих АПК, а самі ділянки АПК не мали особливих точок і були неперервними. Ці АПК є основами ФП - формоутворюючих конусів чи циліндрів.

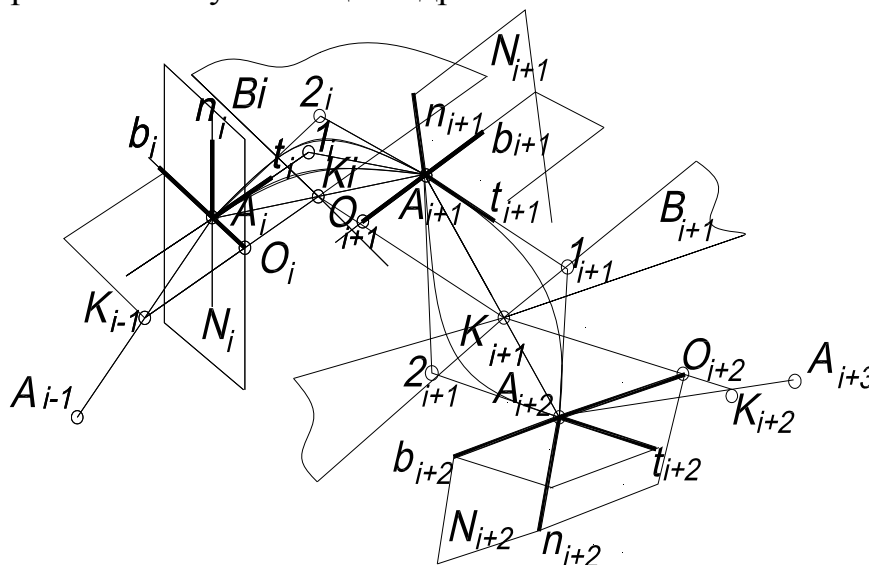


Рис. 1. Геометричний метод проектування вихідних даних

Тоді лінія перетину відповідних пар ФП визначить кожну i -ту ділянку ПКЛ відповідного порядку. Так, в роботі [2] визначено, що порядок k ліній перетину ФК чи ФЦ p, r - того порядків, в загальному випадку, дорівнює $k = p \times r$ добутку порядків пар ФК чи ФЦ, що перетинаються.

Розглянемо приклад автоматизованого проектування i -тої ділянки ПКЛ - ребра звороту поверхні торсу методом ФЦ (рис.2).

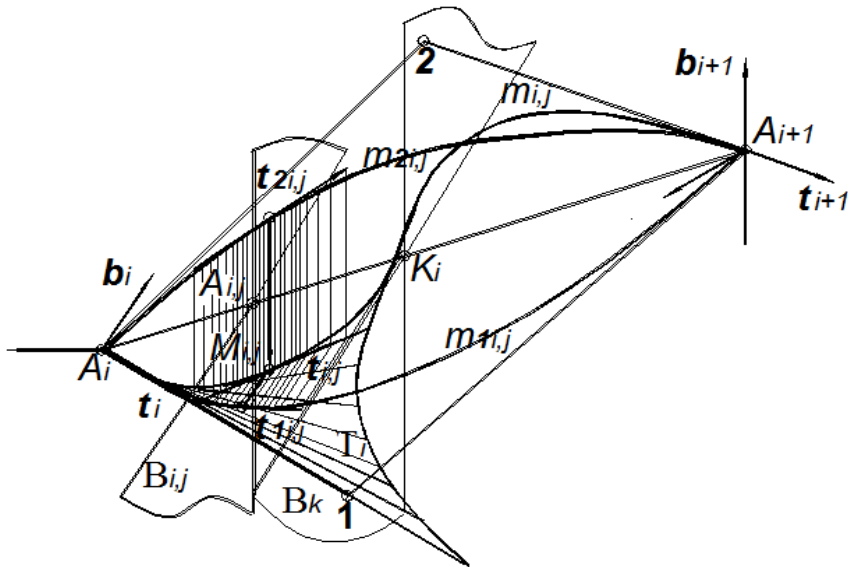


Рис. 2. Проектування ребра звороту поверхні торсу методом ФЦ

Вихідними геометричними даними є координати початкової A_i та кінцевої A_{i+1} опорних точок ПКЛ, та кутові коефіцієнти взаємно перпендикулярних $\mathbf{b}_i \perp \mathbf{t}_i$, $\mathbf{b}_{i+1} \perp \mathbf{t}_{i+1}$, стичних ортів біномалей та дотичних, які проходять через опорні точки A_i та A_{i+1} .

Необхідно спроектувати i, j -ті, $j=1, 2, \dots, k$, проміжні точки ПКЛ та задати вектори дотичних в кожній i, j -тій точці ребра звороту торсу.

Побудуємо спочатку два опорних трикутники (ОТ), які проходять через граничні точки A_i та A_{i+1} і точки 1, 2, перетину векторів \mathbf{t}_i , \mathbf{t}_{i+1} з опорною площиною \mathbf{B}_k . Ця площина проходить через довільну точку K_i прямої $A_i A_{i+1}$ ($K_i \in A_i A_{i+1}$) і буде паралельна векторам \mathbf{b}_i , \mathbf{b}_{i+1} ($\mathbf{B}_k \parallel \mathbf{b}_i, \mathbf{b}_{i+1}$).

Як вже відзначалося, в кожний з цих ОТ можна вписати безліч i -тих пар (m^p_{1i}, m^r_{2i}) плоских кривих p, r - того порядків, $(p, r) = 2, 3, \dots, q$, кожна з яких задає ФЦ (ФК) відповідного порядку. Наприклад, впишемо в перший і другий ОТ пару плоских кривих m^2_{1i}, m^2_{2i} другого порядку. Якщо кожну криву m^2_{1i}, m^2_{2i} прийняти за напрямну криву (основу ФЦ) і через кожну її точку провести твірні лінії паралельні до відповідних біномалей $\mathbf{b}_i, \mathbf{b}_{i+1}$ стичних реперів, то таким чином утворюється пара ФЦ другого порядку. Тоді лінією перетину цієї пари ФЦ буде ПКЛ четвертого порядку.

Для проектування шуканих ділянок ПКЛ, вздовж чергової прямої $A_i A_{i+1}$ рухаємо точку $A_{i,j}$, через яку проходить січна площина $\mathbf{B}_{i,j}$

паралельна до стичних бінормалей $\mathbf{b}_i, \mathbf{b}_{i+1}$ (див. рис. 2). В кожен момент руху, від точки A_i до точки A_{i+1} , площина $\mathbf{B}_{i,j}$ перетне пари кривих m^2_{1i}, m^2_{2i} в відповідних точках, що належать твірним ФЦ. Тоді, проміжні точки $M_{i,j}$ ребра звороту торсу знайдуться на перетині відповідних пар твірних ФЦ, і будуть належати до ПКЛ четвертого порядку.

Вектори дотичних $\mathbf{t}_{i,j}$ в кожній $M_{i,j}$ - тій точці ПКЛ визначаються як лінії перетину дотичних до ФЦ площин, що проходять через кожну i,j - ту пару відповідних точок плоских кривих m^2_{1i}, m^2_{2i} . Побудована таким чином множина векторів $\mathbf{t}_{i,j}$ задає торсову поверхню четвертого порядку.

За даним геометричним алгоритмом розроблена комп'ютерна програма автоматизованого проектування ребра звороту та поверхні торсу. У тестовому прикладі, при формоутворенні просторового ребра звороту торса, у якості пар кривих другого порядку, вписаних в ОТ вибрані дуги гіперболи і еліпса, з відповідними значеннями дискримінантів: $f_1 = 0.65$ та $f_2 = 0.17$.

На рис. 3 наведено фронтальну і горизонтальну проєкції та аксонометричне зображення поверхні торсу, що утворюється при русі прямолінійної дотичної, змінної довжини, до множин точок ребра звороту.

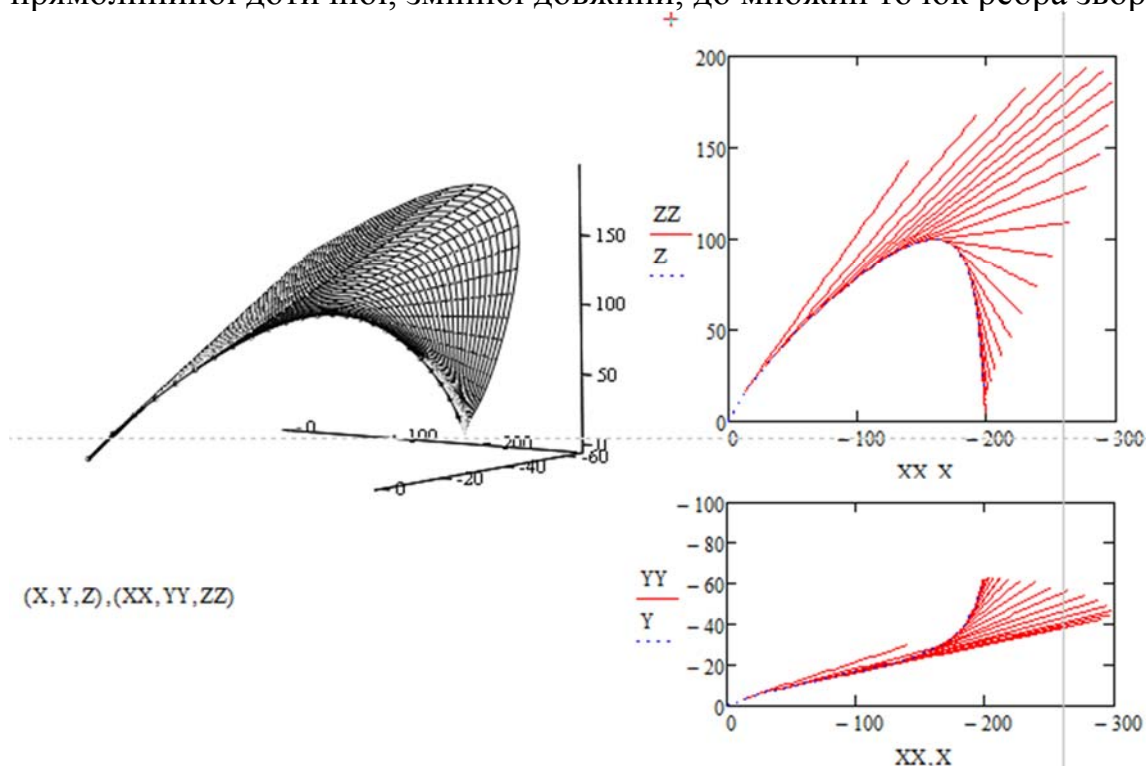


Рис. 3. Проєкції ребра звороту та поверхні торсу

Висновок. Використовуючи задану методику автоматизованого формування вихідних даних і проектування торсових поверхонь та розроблену комп'ютерну програму, можна змінювати вихідні параметри, варіювати та досліджувати просторові форми ребер звороту та торсів, а також отримувати в чисельному чи графічному вигляді необхідну інформацію для проектування та виготовлення різноманітних функціональних поверхонь торсів.

Література

1. *Василевський О.В.* Геометрична модель побудови кривих ліній за наперед заданими вимогами // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Міжвідомчий науково – технічний збірник: – К.: КДТУБА, 1998. – Вип. 64. - С. 140 – 142.

2. *Василевський О.В.* Геометричне моделювання просторової кривої, як огинаючої кривої множин ліній перетину формоутворюючих циліндрів // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Міжвідомчий науково – технічний збірник: – К.: КНУБА, 1999. – Вип. 65. - С. 117 – 120.

3. *Василевський О.В.* Геометрична модель побудови спряжених поверхонь // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Міжвідомчий науково – технічний збірник: – К.: КНУБА, 1999. – Вип. 66. - С. 133 – 136.

4. *Василевський О.В.* Конструювання поверхонь торсів з ребром звороту побудованим за методом формоутворюючих поверхонь // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Міжвідомчий науково – технічний збірник: – К.: КНУБА, 2000. – Вип. 67. - С. 143 – 145.

5. *Василевський О.В.* Побудова спряжених просторових кривих за методом формоутворюючих поверхонь // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Міжвідомчий науково – технічний збірник: – К.: КНУБА, 2003. – Вип. 72. - С. 110 – 114.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КРИВЫХ И ТОРСОВ МЕТОДАМИ ФОРМООБРАЗУЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

О.В. Василевський

Разработаны геометрические методы и алгоритмы автоматизированного формирования исходных данных и проектирования пространственных кривых линий и торсов методами формообразующих поверхностей.

GEOMETRICAL AND AUTOMATED MODELLING OF SPACE CURVES AND TORSOS BY MEANS OF METHODS OF SHAPE- GENERATING SURFACES

O. Vasilevskiy

Geometrical methods and algorithms of the automated formation of initial data and designing of space curves and torsos by means of methods of shape-generating surfaces are developed.