

## ОПИС ТА ПОБУДОВА ПРОСТОРОВИХ РОБОЧИХ ПОВЕРХОНЬ РОТОРНО-ПЛАНЕТАРНИХ МАШИН

*ДВНЗ "Ужгородський національний університет", Україна*

*Із використанням математичного пакету Maple розглянуто опис та здійснено побудову епігіпотрохідних просторових робочих поверхонь ротора та корпусу роторно-планетарних машин.*

**Постановка проблеми.** Одним із найвідповідальніших етапів проектування сучасних машинобудівних виробів є проведення геометричних розрахунків їх вузлів. В роторно-планетарних машинах трохойдного типу ротор здійснює обертовий рух в корпусі за допомогою планетарного механізму, а профілі ротора і корпусу мають вигляд спеціальних кривих – трохойд та їх обвідних. Саме це і є основною причиною складності опису геометричної форми цих робочих профілів, необхідного для подальшого впровадження у виробництво [1, 2].

Тому актуальними будуть дослідження, спрямовані на розробку раціональних способів опису просторових робочих поверхонь ротора та корпусу роторно-планетарних машин з метою визначення робочих об'ємів, які утворюються між ними.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Відомі описи профілів роторно-планетарних машин за допомогою опорних функцій (support function). У роботах [3-5] наведено ряд теорем, базуючись на результатах яких можна наближено описати профілі ротора і корпусу роторно-планетарної машини. У роботах [6,7] запропоновано спосіб опису профілів ротора і корпусу трохойдних машин, який заснований на поняттях епітрохоїди (епіциклоїди) і гіпотрохоїди (гіпоциклоїди). Однак проведені дослідження не дозволили створити алгоритми побудови робочих просторових поверхонь як ротора так і корпусу.

**Постановка завдання.** Розглянути способи опису та побудови епігіпотрохідних просторових робочих поверхонь ротора та корпусу роторно-планетарних машин.

**Основна частина.** Геометрична сутність формоутворення епігіпотрохоїди полягає у тому, що обкатка двох кіл, здійснюється, послідовно, за епітрохідним і гіпотрохідним законами. У цьому випадку величина радіуса меншого кола повинна бути  $R-1$  відносно значення радіуса  $R$  більшого кола (одиниця тут визначає умовний «масштаб» виміру).

В роботі [6] сформульовано правило застосування епігіпотрохідних кривих при профілюванні роторних машин з більшим радіусом діляльного кола  $R$ :

- у якості профілю ротора в рухомій системі координат  $OXY$  слід обрати епігіпотрохоїду, побудовану за допомогою двох кіл радіусів  $R-1$  і  $0,5$ ;

- у якості профілю корпусу в рухомій системі координат  $Oxy$  слід обрати епігіпотрохоїду, побудовану за допомогою двох кіл радіусів  $R$  і  $1/2$ , і описану в нерухомих координатах;

- за допомогою формул зв'язку між координатами

$$\begin{aligned}x_P &= x_C + X_{EG}(t) \cos \theta + Y_{EG}(t) \sin \theta; \\y_P &= y_C - X_{EG}(t) \sin \theta + Y_{EG}(t) \cos \theta,\end{aligned}\tag{1}$$

де  $x_C = \cos(R-1)\theta$  і  $y_C = \sin(R-1)\theta$  – координати центра рухомого кола, слід здійснити спряження двох профілів в процесі обкатки.

Отже, нехай профіль корпусу сформовано нерухомим колом радіуса  $R$ , рухомих колом радіуса  $0,5$ . Тоді, з врахуванням відповідних рівнянь трохоїд

$$\begin{aligned}x_E &= (R + 0,5) \cos \theta - 0,5 \cos((2R + 1)t); \\y_E &= (R + 0,5) \sin \theta - 0,5 \sin((2R + 1)t); \\x_G &= (R - 0,5) \cos \theta + 0,5 \cos((2R - 1)t); \\y_G &= (R - 0,5) \sin \theta - 0,5 \sin((2R - 1)t),\end{aligned}\tag{2}$$

рівняння профілю корпусу матиме вигляд [8]

$$\begin{aligned}x_{EG} &= \frac{1}{2} \left( x_E + x_G + \sum_{k=1}^{2R-1} (-1)^{(k-1)} (x_G - x_E) \left( 2H \left( \frac{tR - k\pi}{R} \right) - 1 \right) \right); \\y_{EG} &= \frac{1}{2} \left( y_E + y_G + \sum_{k=1}^{2R-1} (-1)^{(k-1)} (y_G - y_E) \left( 2H \left( \frac{tR - k\pi}{R} \right) - 1 \right) \right).\end{aligned}\tag{3}$$

Нехай профіль ротора сформовано нерухомих колом радіуса  $R-1$  і рухомих колом радіуса  $0,5$ . Тоді рівняння профілю ротора одержимо, коли у виразах (3) замінимо  $R$  на  $R-1$ :

$$\begin{aligned}X_{EG} &= \frac{1}{2} \left( x_E + x_G + \sum_{k=1}^{2R-3} (-1)^{(k-1)} (x_G - x_E) \left( 2H \left( \frac{t(R-1) - k\pi}{R-1} \right) - 1 \right) \right); \\Y_{EG} &= \frac{1}{2} \left( y_E + y_G + \sum_{k=1}^{2R-3} (-1)^{(k-1)} (y_G - y_E) \left( 2H \left( \frac{t(R-1) - k\pi}{R-1} \right) - 1 \right) \right).\end{aligned}\tag{4}$$

При цьому у вирази (4) слід підставити відповідні рівняння трохоїд

$$\begin{aligned}
 x_E &= (R - 0,5) \cos \theta - 0,5 \cos((2R - 1)t); \\
 y_E &= (R - 0,5) \sin \theta - 0,5 \sin((2R - 1)t); \\
 x_G &= (R - 1,5) \cos \theta + 0,5 \cos((2R - 3)t); \\
 y_G &= (R - 1,5) \sin \theta - 0,5 \sin((2R - 3)t).
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Миттєві положення ротора залежно від значення кута обкатки  $\theta$  одержимо, коли у формулу (1) підставимо вирази (4).

За допомогою пакету Maple з використанням формул (3) і (4) в системі декартових координат  $Oxyz$  побудовано робочі профілі і просторові поверхні роторно-планетарної машини.

Враховуючи формулу (3) і параметр скруту  $k$  побудуємо зображення робочих поверхонь корпусу (рис. 1).

```

x_stator := xEG*cos(k*z) + yEG*sin(k*z):
y_stator := -xEG*sin(k*z) + yEG*cos(k*z):

```

```

KORPUS := plot3d([x_stator, y_stator, w],
t = 0..2*Pi, w=0..5, axes=BOXED, numpoints=7000,
color=yellow, style=patchcontour, thickness=2):
KORPUS;

```

Враховуючи формулу (4), параметр скруту  $k$ , змінний кут обкатки  $u$ , а також визначаючи миттєві положення рухомого контуру ротора

```

xp := cos((R-1)*u) + xEGRot*cos(u) + yEGRot*sin(u):
yp := sin((R-1)*u) - xEGRot*sin(u) + yEGRot*cos(u):
x_rotor := xp*cos(k*z) + yp*sin(k*z):
y_rotor := -xp*sin(k*z) + yp*cos(k*z):

```

побудуємо зображення робочих поверхонь ротора (рис. 2):

```

ROTOR := plot3d([x_rotor, y_rotor, z],
t = 0..2*Pi, w=h..h+5, numpoints=7000,
color=yellow, style=patchcontour,
axes=BOXED, scaling=CONSTRAINED, thickness=2):
ROTOR;

```

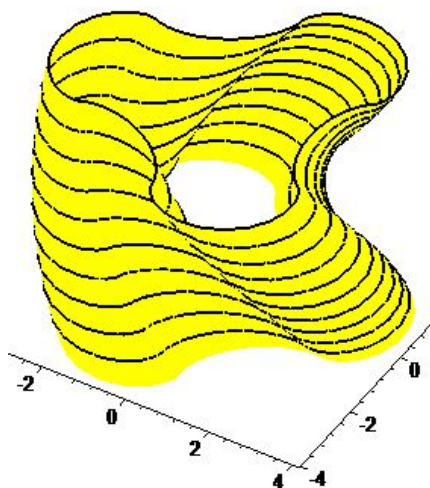


Рис. 1. Робоча поверхня корпусу

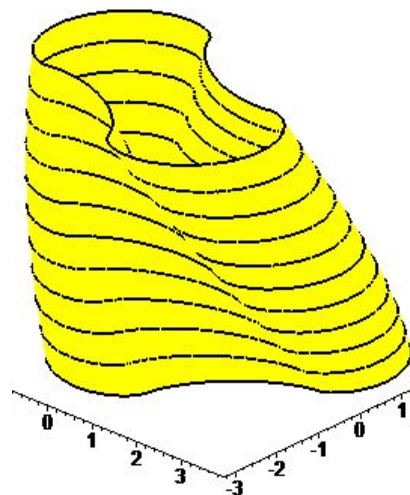


Рис. 2. Робоча поверхня ротора

Сумісно зобразити робочі поверхні корпусу і ротора можна за допомогою оператора

```
plot3d([x_stator, y_stator, z],
       [x_rotor, y_rotor, z],
       t = 0..2*Pi, w=h..5, numpoints=7000, color=yellow,
       style=patchcontour,
       scaling=CONSTRAINED, axes=BOXED, thickness=2):
```

Отримане зображення зачеплення робочих поверхонь корпусу і ротора наведено на рис. 3.

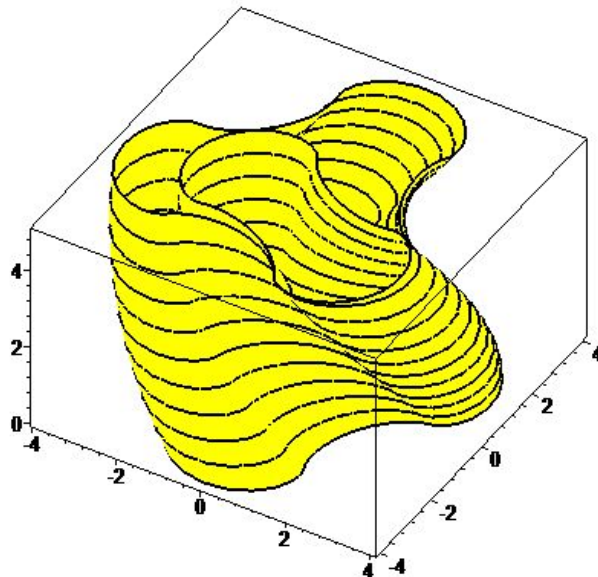


Рис. 3. Зачеплення робочих поверхонь корпусу і ротора

При цьому, якщо в Maple- програмі змінювати миттєві положення рухомого контуру ротора шляхом зміни кута обкатки  $\psi$ , то в результаті на екрані буде побудовано «працююча» роторно-планетарна машина.

**Висновок.** Розглянуто способи опису та здійснено побудови епігіпотрохідних просторових робочих поверхонь ротора та корпусу роторно-планетарних машин.

## Література

1. *Бениович В.С.* Ротопоршневые двигатели / *В. С. Бениович, Г. Д. Апазиди, А. М. Бойко.* – М.: Машиностроение, 1968. – 152 с.
2. *Бирюков Б.Н.* Роторно-поршневые гидравлические машины / *Б. Н. Бирюков.* – М.: Машиностроение, 1972. – 152 с.
3. *Gravesen, J.,* The Moineau Pump, Technical University of Denmark, 2007. – Режим доступа <http://www2.mat.dtu.dk/people/J.Gravesen/MoineauPump/>.
4. *Gravesen, J. et al.,* Mathematical problems for Moineau pumps, 2006, in Final report for the 57th European Study Group with Industry. – Режим доступа <http://www2.mat.dtu.dk/ESGI/57/report/grundfos.pdf>.
5. *Gravesen, J. and Henriksen, C.,* The geometry of the scroll compressor, SIAM Review 43, 2001, p. 113–126.
6. *Лінчевський Є.А.* Аналітичний опис епігіпотрохідних профілів роторно-планетарних машин / *Є.А.Лінчевський* // Геометричне та комп'ютерне моделювання. - Харків: ХДУХТ, 2010.–Вип.27.–С. 32-39.
7. *Куценко Л.М.* Опис конічної гвинтової поверхні з епігіпотрохідним нормальним перерізом / *Л.М.Куценко, Д.В. Петунін* // Геометричне та комп'ютерне моделювання. - Харків: ХДУХТ, 2012.–Вип.30.–С. 145-153.
8. *Легета Я.П.* Опис епігіпотрохідних кривих за допомогою функції Хевісайда / *Я.П. Легета* // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2012. – Вип.89.– стр.235-239.
9. *Легета Я.П.* Обчислення координат спільних точок взаємоспряжених епігіпотрохід / *Я.П.Легета* // Прикладна геометрія та інженерна графіка, Вип. 4., т. 56. - Мелітополь: ТДАТУ, 2013. – С.103-107.

### **ОПИСАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ РОТОРНО-ПЛАНЕТАРНЫХ МАШИН**

*Я. П. Легета*

С использованием математического пакета *Maple* рассмотрено описание и сделано построение эпигипотрохонидных пространственных рабочих поверхностей ротора и корпуса роторно-планетарных машин.

### **THE DESCRIPTION AND CONSTRUCTION OF SPATIAL WORKING PROFILES ROTOR-PLANETARY MACHINE**

*Iaroslav Legeta*

Using the mathematical *Maple* package considered description and construction of epigipotrochoids spatial working profiles rotor and case of of rotor-planetary machines.