

МЕТОД ДИСКРЕТНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ НА ОСНОВІ КУТІВ ЗГУЩЕННЯ

*Мелітопольська школа прикладної геометрії, Україна
Мелітопольський державний педагогічний університет
ім. Богдана Хмельницького, Україна*

У статті розглядається загальна характеристика методу дискретної інтерполяції на основі кутів згущення.

Постановка проблеми. Одним з головних напрямків наукових досліджень Мелітопольської школи прикладної геометрії є варіативне дискретне геометричне моделювання (ВДГМ), у якому досить вагому частину займають питання моделювання на основі кутових параметрів. Це обумовлено тим, що кутові параметри графічної моделі не залежать від масштабу зображення, і ця обставина може бути вигідно використана при розв'язанні задач моделювання. Дослідження, проведені на теперішній час науковцями школи надали цілу низку методів, способів та відповідних алгоритмів дискретної інтерполяції дискретно представленій кривої (ДПК) на площині на основі її кутових параметрів (кутів згущення, які утворюють ланки згущеної супровідної ламаної лінії (СЛЛ) і відповідні ланки вихідної СЛЛ). Проблема полягає у визначенні або відокремленні особливостей та області застосування кожного з вище згаданих методів (способів) з метою підвищення загальної ефективності та якості процесу моделювання.

Аналіз останніх досліджень. Ідею дискретної інтерполяції на основі кутових параметрів висунув Найдиш В.М. У подальшому, дослідження Найдиша А.В., Верещаги В.М., Щербини В.М., Мацулевича О.Є., Лебедева В.О. [1,3,4] цього питання привели до конкретних алгоритмів та співвідношень між кутами згущення, дали теоретичне підґрунтя для побудови нових методів (способів) [2,5] дискретної інтерполяції, які ураховували різноманітні варіанти завдання вхідних даних та цільові вимоги моделювання. але можливості його подальшого вдосконалення та розвитку, виконання узагальнень ще не вичерпані. Слід зазначити, що метод [5] запропонований Лебедевим В.О. займає окреме положення, оскільки він певною мірою був узагальненням попередніх досліджень [1-4] та у той же час дав підґрунтя та поштовх для подальших досліджень у роботах Спирінцева В.В., Спирінцева Д.В.

Формулювання цілей статті. Метою статті є надати розгорнуту узагальнену характеристику та опис метода дискретної інтерполяції на основі кутів згущення Лебедева з метою більш чіткого означення його прикладних та наукових позицій.

Основна частина. Розглянемо загальний алгоритм методу. Довільна плоска опукла ДПК задана точковим рядом $(x_i, y_i), i = \overline{0; n}$. Вузли ДПК послідовно з'єднані ланками СЛЛ між якими утворюються кути суміжності γ_i^0 [3] (рис. 1) (далі будемо розглядати тільки опуклі ДПК, для яких $\gamma_i^0 > 0$).

Інтерполяція ДПК виконується згущенням вихідної СЛЛ до досягнення певної щільності точок або заданої похибки. Кожна точка згущення $(i + 0,5)$ будується на перетині променів з лівого вузла під кутом β_{i+} до ланки $[i, i + 1]$ і з правого вузла під кутом β_{i+1-} до тієї ж ланки (рис. 1).

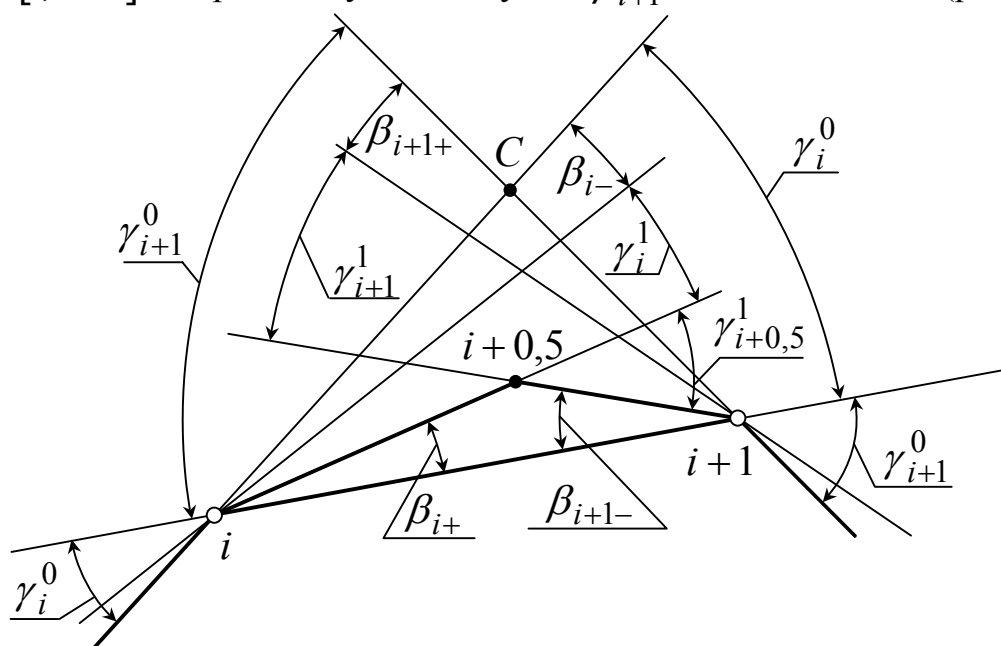


Рис. 1. Побудова точки $i + 0,5$ за допомогою кутів згущення β_{i+} і β_{i+1-}

Зауваження:

1. Кути згущення β_{i+} і β_{i+1-} визначаються з умови запобігання осциляції, як у точці згущення, так і в сусідніх вузлових точках i та $i + 1$. Це обумовлює наступне:

- точка згущення повинна знаходитися в межах трикутника $i, C, i + 1$;

- ланка згущеної СЛЛ, що передуює вузлові i складає з ланкою $(i - 1, i)$ вихідної СЛЛ кут згущення β_{i-} ;

- кут суміжності γ_i^1 ланок згущеної СЛЛ у вузлі i повинний бути ненегативним, точніше, того ж знака, що і γ_i^0 ;

- кути згущення β_{i+} і β_{i+1-} , відлічувані від ланки $(i, i + 1)$, також повинні бути ненегативними, тобто $\beta_{i+}, \beta_{i+1-} > 0$;

- кутові параметри в кожному вузлі ДПК повинні задовольняти спів-

відношенню

$$\beta_{i-} + \gamma_i^1 + \beta_{i+} = \gamma_i^0, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad 1)$$

2. Кути суміжності γ_i^0 вихідної СЛЛ ДПК поводяться відповідно до внутрішньої геометрії моделюємої ДПК (між законами зміни кутів суміжності вихідної СЛЛ і згущеної СЛЛ ДПК існує певний взаємозв'язок).

3. Припустимо, що для кожного i -го вузла СЛЛ ДПК кути згущення β_{i+} і β_{i-} пропорційні кутові суміжності γ_i^0 з деякими коефіцієнтами μ_{1i} і μ_{2i} , а кут суміжності γ_i^1 ланок СЛЛ після згущення з коефіцієнтом ν_i , тобто

$$\gamma_i^1 = \nu_i \cdot \gamma_i^0; \beta_{i+} = \mu_{1i} \cdot \gamma_i^0; \beta_{i-} = \mu_{2i} \cdot \gamma_i^0; \quad 2)$$

$$0 < \nu_i, \mu_{1i}, \mu_{2i} < 1. \quad 3)$$

Це припущення дозволяє деякою мірою зберегти закономірність зміни кутів суміжності при згущенні, а, отже, не допускати значної розбіжності з внутрішньою геометрією моделюємої ДПК. Якщо взяти до уваги (1), то

$$\nu_i + \mu_{1i} + \mu_{2i} = 1. \quad 4)$$

Обґрунтований вибір ν_i , μ_{1i} і μ_{2i} дозволяє побудувати точку згущення для будь-якої ланки вихідної СЛЛ і уникнути осциляції при співвідношеннях (3) і (4).

Досліджено [5], що найбільш оптимальним варіантом співвідношень між зазначеними коефіцієнтами є $\nu = 0,5$, $\mu_1 = \mu_2 = 0,25$. При цьому не буде значних коливань кутів суміжності після згущення.

Враховуючи усе вище згадане, маємо **загальний обчислювальний алгоритм методу дискретної інтерполяції на основі кутів згущення:**

Задана ДПК $(x_i, y_i), i = \overline{0; n}$ та коефіцієнти $\nu = 0,5$, $\mu_1 = \mu_2 = 0,25$.

1. Визначаємо довжини ланок $[i, i+1] = \sqrt{(y_i - y_{i+1})^2 + (x_i - x_{i+1})^2}$.

2. Розраховуємо кути α_i нахилу ланок до осі Ox

$$\alpha_i^0 = \arcsin \frac{y_{i+1} - y_i}{[i, i+1]}.$$

3. Визначаємо кути суміжності γ_i^0 у вузлах до згущення

$$\gamma_i^0 = \alpha_{i-1}^0 - \alpha_i^0, \quad i = \overline{1; n-1}$$

4. Призначаємо в нульовій крапці $\gamma_0^0 = \gamma_1^0$, в останній крапці $\gamma_n^0 = \gamma_{n-1}^0$.

5. Визначаємо після згущення $\gamma_i^1 = \nu \cdot \gamma_i^0$, $i = \overline{0; n}$.

6. Визначаємо кути згущення

$$\beta_{i+} = \mu_1 \cdot \gamma_i^0; i = \overline{0; n-1}; \beta_{i-} = \mu_2 \cdot \gamma_i^0; i = \overline{1; n}.$$

7. Визначаємо точки згущення в локальних системах координат

$$\bar{x}_{i+0,5} = [i, i+1] \cdot \frac{tg\beta_{i+1-}}{tg\beta_{i+} + tg\beta_{i+1-}}; \bar{y}_{i+0,5} = \bar{x}_{i+0,5} \cdot tg\beta_{i+}.$$

8. Визначаємо координати крапок згущення в глобальній системі координат

$$x_{i+0,5} = x_i + \bar{x}_{i+0,5} \cdot \cos \alpha_i^0 - \bar{y}_{i+0,5} \cdot \sin \alpha_i^0;$$

$$y_{i+0,5} = y_i + \bar{x}_{i+0,5} \cdot \sin \alpha_i^0 + \bar{y}_{i+0,5} \cdot \cos \alpha_i^0.$$

При необхідності повторного згущення точки перенумеровуємо і повторюємо розрахунок.

Зазначимо, що у межах методу були отримані важливі наукові результати, які були використані у наступних дослідженнях [6,7], а саме:

1. Доведені твердження про суму кутів суміжності ланок плоскої СЛЛ ДПК довільної конфігурації.

2. Введене поняття кутів згущення, що складають вихідні з того самого вузла ДПК ланки вихідної і згущеної СЛЛ.

3. Введені безрозмірні коефіцієнти вибору кутів згущення в межах даного і сусідніх вузлів ДПК, що дозволяють формувати припустиму множину кутів згущення, забезпечуючи заданий закон їхньої зміни.

4. Способи розв'язання систем нерівностей глобального формування кутів згущення на основі вихідних кутів суміжності за умови відсутності осциляції.

5. Спосіб складання і розв'язання різницевої схем глобального формування кутів згущення, що забезпечує шляхом вибору значень керуючих параметрів відсутність осциляції і глобальну корекцію розв'язку.

6. Локальна кутова система координат (КСК), органічно ув'язана зі способом побудови точок згущення на основі кутів згущення і яка дозволяє досить просто описати деякі геометричні образи, зокрема, обводи із дуг кіл при різних варіантах завдання вихідних даних.

7. Чотири способи згущення перехідних ділянок, які разом з пропонуваними способами дискретної інтерполяції опуклих ділянок складають єдиний моделюючий апарат згущення плоских ДПК довільної конфігурації на основі кутів згущення.

8. Як розвиток методу, з метою розширення його можливостей, у роботі запропоновані способи:

- спосіб формування множини кутів згущення на основі використання апріорної інформації;
- спосіб дискретного диференціювання ДПК на основі кутових параметрів СЛЛ вихідної ДПК;
- спосіб згущення ДПК, що має прямолінійні ділянки, на основі досліджень ступеня наближення опуклої ділянки до прямолінійної в їхньому загальному вузлі з метою уникнути стрибка кривини на стику.

Важливим впровадженням пропонованого методу є профілювання кулачка газорозподільного механізму автомобільного двигуна. Профілювання виконується, за запропонованою в роботі, методикою дискретного диференціювання. Таким шляхом проаналізовані існуючий графік переміщень і похідні від нього графіки швидкості і прискорення. Порівняння результатів розрахунку показало необхідність корекції графіка переміщень у двох точках профілю. Результати повторного розрахунку швидкостей і прискорень після корекції показують, що запропонована методика повною мірою дозволяє профілювати кулачки відповідно до кінематичних, технологічних і експлуатаційних вимог.

Висновки. У статті розглянуто основний зміст, особливості, переваги та можливості методу дискретної інтерполяції на основі кутових параметрів, що спирається на співвідношення між введеними в ньому кутами згущення.

Метод відрізняється простотою розрахункових алгоритмів і їхньої програмної реалізації, локальністю розрахунків і широкими можливостями корекції розв'язку при обов'язковій відсутності осциляції. За рахунок цього забезпечується підвищення точності та якості інтерполяції.

Використання ідей методу й отриманих на його основі результатів доцільно в наукових дослідженнях при розробці нових методів геометричного моделювання, а також при розв'язанні прикладних задач на основі дискретної інтерполяції.

Література

1. *Верещага В.М., Щербина В.М.* Дискретное моделирование замкнутых кривых // Мелитоп. ин-т механ. с. хоз-ва. – Мелитополь, 1994. Деп. в ГНТБ Украины 20.04.94г., №803 – Ук94.
2. *Щербина В.М.* Геометричне моделювання спіралеподібних дискретно представлених кривих ліній. Автореф. дис. ... канд. техн. наук // ТДАТА. – Мелітополь, 2002. – 19с.
3. *Найдиш А.В., Лебедев В.О.* Алгоритми згущення дискретно представлених кривих на основі кутових параметрів // Праці Тавр. держ. агротех. академії. – Вип. 4, т. 20. – Мелітополь: ТДАТА. 2003. - С. 43 – 48.
4. *Найдиш В.М., Лебедев В.О.* Дискретна інтерполяція плоских точкових рядів на основі кутів згущення // Праці Тавр. держ. агротех. академії. – Вип. 4, т. 21. – Мелітополь: ТДАТА. 2003. - С. 3 – 8.

5. *Лебедев В.О.* Дискретна інтерполяція плоских дискретно представлених кривих ліній на основі кутів згущення. Автореф. дис. ...канд. техн. наук: 05.01.01. – Мелітополь, 2004. – 22 с.

**МЕТОД ДИСКРЕТНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ
НА ОСНОВЕ УГЛОВ СГУЩЕНИЯ**
А.В. Найдыш, В.С. Еремеев, В.А. Лебедев

В статье рассматривается общая характеристика метода дискретной интерполяции на основе углов сгущения.

**THE METHOD OF DISCRETE INTERPOLATION
ON THE BASIS OF CORNERS OF THE CONDENSATION**
A. Naydysh, V. Eremeev, V. Lebedev

This article is devoted to common description of the method of discrete interpolation on the basis of corners of the condensation.