

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЗЕРНИСТОГО ЗАВАНТАЖЕННЯ КАМЕРИ МАШИНИ БАРАБАННОГО ТИПУ НА ПОЧАТКУ ДЕФОРМУВАННЯ

*Національний університет водного господарства  
та природокористування, м. Рівне*

*Розглянуто задачу визначення напруженого стану внутрішньокамерного завантаження барабанної машини на початку деформування. В пружній постановці отримано візуальні та функціональні параметри картин полів тиску. Встановлено явище виникнення зон із мінімальним та максимальним значенням тиску середовища.*

Для реалізації різноманітних технологічних процесів застосовуються машини барабанного типу що оброблюють зерністі матеріали. Встановлення раціональних параметрів роботи забезпечує їх технологічність.

Спроби визначення напружено-деформованого стану завантаження було зроблено у [1,2]. Проте отримані результати суттєво розбігаються з експериментальними даними. Натомість для розв'язання задачі доцільно застосовувати комп'ютерне моделювання.

За мету роботи було поставлено візуалізація параметрів напруженого стану внутрішньокамерного завантаження на початку деформування.

Визначення напруженого стану в середовищі на початку деформації сегмента шукається в пружній постановці задачі [3,4] із використанням граничних і початкових умов, характерних для даної задачі. Рівняння застосованої двовимірної пружної моделі деформації завантаження мають вигляд

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x = 0; \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y = 0; \quad (1)$$

$$F_{xv} = \sigma_x \cos(n_v \wedge x) + \tau_{xy} \cos(n_v \wedge y); \quad F_{yv} = \tau_{yx} \cos(n_v \wedge x) + \sigma_y \cos(n_v \wedge y); \quad (2)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial \Delta x}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial \Delta y}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial \Delta x}{\partial y} + \frac{\partial \Delta y}{\partial x}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1-\nu^2}{E} \left( \sigma_x - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_y \right); \quad \varepsilon_y = \frac{1-\nu^2}{E} \left( \sigma_y - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_x \right); \quad \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}; \quad (5)$$

де  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  та  $\tau_{xy}=\tau_{yx}$  – три компоненти тензора напружень;  $F_x$  та  $F_y$  – проекції масових сил;  $x$  та  $y$  – координати;  $F_{xv}$  та  $F_{yv}$  – компоненти інтенсивності поверхневого навантаження;  $\cos(n_v \wedge x)$  та  $\cos(n_v \wedge y)$  – напрямні косинуси;  $n_v$  – зовнішня нормаль до похилої поверхні;  $\Delta x$  та  $\Delta y$  – проекції переміщень на координатні осі;  $\varepsilon_x$  та  $\varepsilon_y$  – лінійні деформації по напрямкам координат-

них осей  $x$  та  $y$ ;  $\gamma_{xy}$  – кутова деформація в координатній площині  $Oxy$ ;  $E$  – модуль пружності завантаження;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона завантаження.

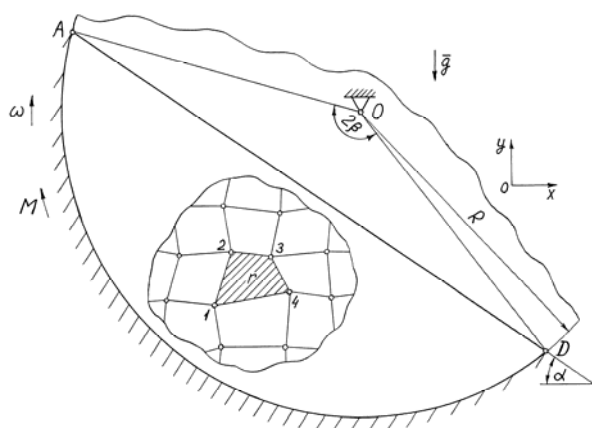
Система (1)-(5) містить такі основні рівняння пружної деформації: диференціальні рівняння рівноваги (1), умови рівноваги на поверхні тіла (напруження на похилій грані) (2), диференціальні залежності між деформаціями та переміщеннями (3), рівняння нерозривності (4), закон Гука (5).

З метою дослідження фізичних явищ процесу деформування завантаження було розроблено комп'ютерну модель з відповідними фізико-механічними властивостями [5].

Масив, що моделює завантаження, було розбито розрахунковою сіткою на чотирикутні комірки (рис. 1). Було складено алгоритм розрахунку напружено-деформованого стану завантаження методом скінчених елементів. Функціонал повної потенціальної енергії для плоского напруженого стану у загальному випадку має вигляд

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) d\Omega - \int_L (p_x u + p_y v) dL,$$

де  $p_x, p_y$  – компоненти вектора зовнішнього навантаження по напрямку осей  $x$  та  $y$  відповідно;  $u, v$  – переміщення;  $d\Omega$  та  $dL$  – нескінченно малі елементи двовимірної області та контуру.



**Рис. 1. Розрахункова схема застосування методу скінчених елементів.**

Функціонал повної потенціальної енергії розрахункової області у компактній формі

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \{\varepsilon\}_r \{\sigma\} d\Omega - \int_L \{p\}_r \{q\} dL.$$

Основні співвідношення плоского напруженого стану у комплексній формі в матричних символах

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\}, \quad \{\varepsilon\} = [D]\{q\},$$

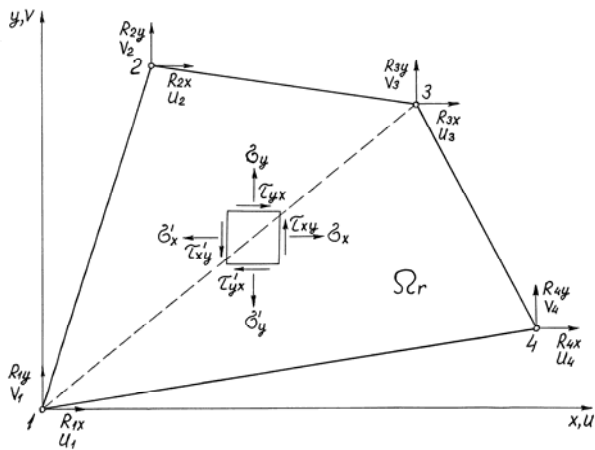
де  $[E]$  – матриця пружності,  $[D]$  – матриця диференціювання.

Основні співвідношення у матричному вигляді

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}.$$

Компоненти векторів переміщень, зовнішнього навантаження, напружень та деформацій для плоскої задачі теорії пружності набувають вигляду

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}, \quad \{p\} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \end{Bmatrix}, \quad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}.$$



**Рис. 2. Схема чотирикутного скінченного елемента  $r$ :**  
 $R_{1x}, R_{1y}, R_{2x}, R_{2y}, R_{3x}, R_{3y}, R_{4x}, R_{4y}$  – проєкції вузлових реакцій;  
 $u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3, u_4, v_4$  – проєкції вузлових переміщень.

Вектор напружень

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\} = [E][D]\{q(x, y)\},$$

де  $\{q(x, y)\}$  – вектор апроксимуючих функцій, що складається з компонентів –  $u(x, y)$  та  $v(x, y)$ .

Вектори напружень в областях трикутних складових скінченного елемента (рис. 3)

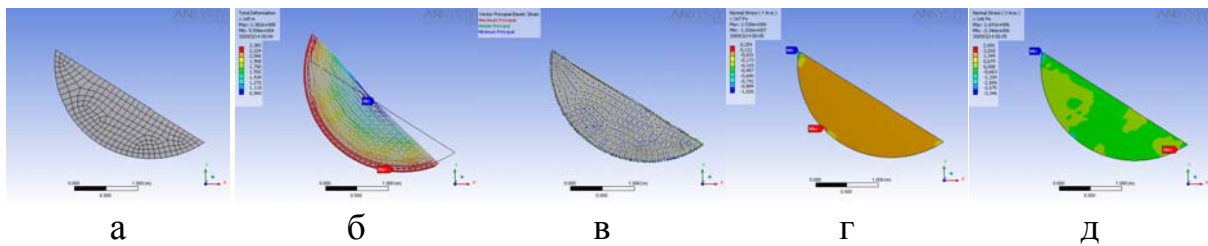
$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)\Delta} \begin{bmatrix} (y_2 - y_3) & \nu(x_3 - x_2) & (y_3 - y_1) \\ \nu(y_2 - y_3) & (x_3 - x_2) & \nu(y_3 - y_1) \\ \frac{1-\nu}{2}(x_3 - x_2) & -\frac{1-\nu}{2}(y_3 - y_2) & -\frac{1-\nu}{2}(x_3 - x_1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{array}{ccc}
\nu(x_1 - x_3) & (y_1 - y_2) & \nu(x_2 - x_1) \\
(x_1 - x_3) & \nu(y_1 - y_2) & (x_2 - x_3) \\
\frac{1-\nu}{2}(y_3 - y_1) & \frac{1-\nu}{2}(x_2 - x_1) & -\frac{1-\nu}{2}(y_2 - y_1)
\end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{array} \right\}, \\
\left\{ \begin{array}{c} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{array} \right\} &= \frac{E}{(1-\nu^2)\Delta} \left[ \begin{array}{ccc}
(y_3 - y_4) & \nu(x_4 - x_3) & (y_4 - y_1) \\
\nu(y_3 - y_4) & (x_4 - x_3) & \nu(y_4 - y_1) \\
\frac{1-\nu}{2}(x_4 - x_3) & -\frac{1-\nu}{2}(y_4 - y_3) & -\frac{1-\nu}{2}(x_4 - x_1)
\end{array} \right. \\
& \left. \left. \begin{array}{ccc}
\nu(x_1 - x_4) & (y_1 - y_3) & \nu(x_3 - x_1) \\
(x_1 - x_4) & \nu(y_1 - y_3) & (x_3 - x_4) \\
\frac{1-\nu}{2}(y_4 - y_1) & \frac{1-\nu}{2}(x_3 - x_1) & -\frac{1-\nu}{2}(y_3 - y_1)
\end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} u_1 \\ v_1 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{array} \right\},
\end{aligned}$$

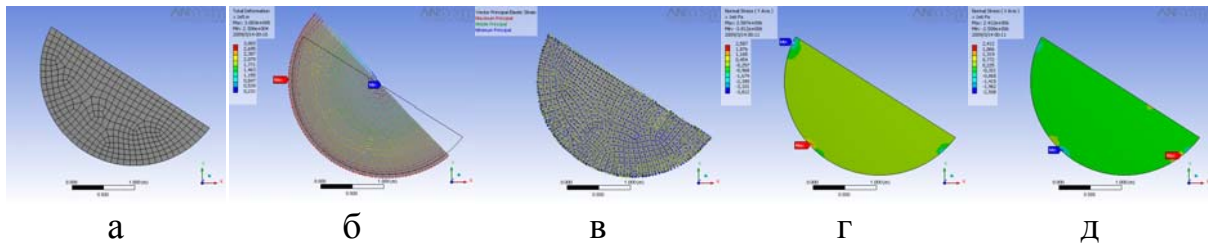
де  $\Delta$  – подвійна площа відповідного трикутника.

Було виконано розрахунок напружено-деформованого стану середовища завантаження методом скінчених елементів. На рис. 3 та 4 зображено результати розрахунку [6] для двох картин руху із відносною швидкістю обертання  $\psi_\omega$ , середнім відносним розміром  $d$  елементів в камері діаметром  $D$  –  $d/D=0,01$ . Перша картина відповідає стану відносного спокою завантаження для мінімального, а друга – для максимального ступеня заповнення камери  $\kappa$ . Як вихідні параметри було прийнято  $E=2 \cdot 10^5$  МПа,  $\nu=0,5$  та об’ємна густина  $\rho=4600$  кг/м<sup>3</sup>, для перерізу камери –  $R=1,5$  м.

Аналіз отриманих полів напружено-деформованого стану дозволив підтвердити гіпотезу про існування зони поблизу точки А (рис. 1), в якій за певних умов може відбуватись відокремлення елементів від поверхні камери та наступне зсування або вільний політ під дією гравітаційних складових сил. Це спричинюється мінімальним значенням напруження в такій зоні. Максимальне значення напруження в центральній частині опорної поверхні камери спричинює в цій зоні роздавлюючу дію на оброблюване середовище, що підтверджується нашими експериментами.



**Рис. 3. Результати розрахунку при  $\psi_{\omega} \rightarrow 0$ ,  $\kappa=0,25$  та  $d/D=0,01$ :  
 а – розрахункова сітка, б – поле переміщення,  
 в – поле векторів головних напружень, г – поле тиску по вертикальній осі,  
 д – поле тиску по горизонтальній осі.**



**Рис. 4. Результати розрахунку при  $\psi_{\omega} \rightarrow 0$ ,  $\kappa=0,45$  та  $d/D=0,01$   
 (позначення за рис. 3).**

Таким чином, встановлено явище існування зони завантаження у верхній частині камери із мінімальним тиском, в якій елементи відокремлюються від поверхні камери, та зони в центральній частині камери із максимальним тиском, де на середовище діє роздавлювання. Зі зростанням деформації внаслідок миттєвого оборотного руйнування жорсткої структури середовища після подолання початкового граничного напруження зсуву в зоні поблизу точки А, коли малі пружні деформації трансформуються у кінцеві непружні, застосована модель стає непридатною.

Перспективним видається подальше дослідження впливу встановленого ефекту на реалізацію технологічних процесів барабанних машин.

### Література

1. Микенина О.А. Упруго-пластическое деформирование сыпучего материала во вращающейся емкости: дис... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04 / Микенина Ольга Александровна. – Новосибирск, 2005. – 126 с.
2. Сланевский А.В. Основы механики сыпучей среды во вращающихся печах и мельницах: дис... д-ра техн. наук: 05.17.08 / Сланевский Анатолий Васильевич. – СПб, 1997. – 294 с.
3. Лурье А.И. Теория упругости / А.И. Лурье. – М.: Наука, 1970. – 939 с.
4. Тимошенко С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1975. – 575 с.
5. ANSYS: [Electronic Resource]. – Mode of access: <http://www.ansys.com/>.

6. Напружено-деформований стан будівельних матеріалів в технологічних процесах виробництв / Сівко В.Й., Поляченко В.А., Кузьмінець М.П., Сівко Є.В., Науменко Ю.В. – К.: НТУ, 2010. – 352 с.

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЗЕРНИСТОЙ ЗАГРУЗКИ КАМЕРЫ МАШИНЫ БАРАБАННОГО ТИПА В НАЧАЛЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ**

*Ю.В. Науменко*

Рассмотрена задача определения напряженного состояния внутрикамерной загрузки барабанной машины в начале деформирования. В упругой постановке получены визуальные и функциональные параметры картин полей давления. Установлено явление возникновения зон с минимальным и максимальным значением давления среды.

**THE DRUM TYPE MACHINE CHAMBER GRANULAR FILLING STRESS BEHAVIOR, AT THE BEGINNING OF A STRAIN, COMPUTER SIMULATION**

*Yu. Naumenko*

The problem of drum machine intrachamber filling stress behavior, at the beginning of a strain, calculation is considered. The pressure field patterns visual and functional conditions, in elastic definition of a problem, were computed. The phenomenon of minimum and maximum pressure value medium zones initiation is established.