УДК 514.18
О.М. Павленко, аспірант*

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ПРОЦЕСУ ЗГУЩЕННЯ ПЛОСКОЇ КРИВОЇ СКЛАДЕНОЇ ФОРМИ ПРИ РЕКОНСТРУКЦІЇ ЗАСОБАМИ ТОЧКОВОГО ЧИСЛЕННЯ БАЛЮБИ-НАЙДИША

Мелітопольська школа прикладної геометрії
Таврійський державний агротехнологічний університет, Україна

Проводиться аналіз одного зі способів точкового числення Балюби-Найдиша побудови плоских дискретно представлених дуг кривих ліній за допомогою функціоналу, функції-параметри якого є неперервними.

Постановка проблеми. У роботі [2] було вперше запропоновано спосіб побудови дискретно представленої кривої (ДПК) із застосуванням функціоналу [1], який дозволяє використовувати при згущенні різноманітні функції-параметри. У роботі [2] були наведені приклади використання способу, але не було досліджено закономірність застосування тих чи інших функцій-параметрів для різних типів ДПК. Враховуючи дану обставину, виникає необхідність дослідити та знайти певну залежність вибору функції-параметру від типу ДПК, з'ясувати у яких випадках підвищення степеня функцій-параметрів не викликає появу осциляції на отриманій апроксимувальній кривій. У даній статті досліджено застосування цього способу побудови ДПК, що відносяться до об'єктів живої природи (на прикладі кленового листка).

Аналіз останніх досліджень. Спосіб згущення дискретно представленої кривої з використанням функціоналу [1] пропонується у роботі [2]. У цій роботі наголошується, що отриманий спосіб побудови ДПК є вельми гнучким та універсальним і може бути застосований як для побудови нових сегментів кривих, так і для згущення вже існуючих дискретно представлених кривих ліній. Також, слід звернути увагу на використання функціоналу [1], який забезпечує варіативність моделювання сегментів кривих ліній шляхом вибору елементарних неперервних функцій, які забезпечують різну кривину отриманого сегменту ДПК.

Формування цілей статті. Провести аналіз зазначеного способу побудови ДПК, виявити його можливості, знайти вади та переваги і окреслити рамки застосування.

Основна частина. Варіативне дискретне геометричне моделювання (ВДГМ) передбачає, у процесі згущення ДПК, знаходити за кожним кроком згущення по одній точці всередині ділянки, положення якої визначається з урахуванням внутрішньої геометрії ДПК на базі геометричних співвідношень вузлових точок. Для досягнення певної щільності точок загущення, треба виконати значну кількість послідовних згущень, яка потребує відносно великої кількості витрат часу. З метою

*Науковий керівник: д.т.н., професор В.М. Верещага зменшення цих витрат, у даній статті пропонується моделювання неперервної дуги обводу, що прискорить процес згущення. Інколи, у тому випадку, коли форма ДПК на якійсь ділянці, у процесі її моделювання, не потребує варіативних досліджень у межах визначеної області, та з метою зменшення часу на моделювання, пропонується використовувати неперервні дуги обводу.

Нехай задано трьома точками A, B, T прямокутний симплекс загального вигляду TAB (рис. 1) у глобальній системі координат Oxy (яка не показана на рис.1).

Необхідно визначити множину дуг кривих, які проходять через точки A і B таким чином, що пряма AT є дотичною до дуги M у точці A, а BT –у точці B. Вживаючи тут вираз «дуга кривої», мається на увазі, що точкове рівняння, яке буде побудовано для умов даної задачі, буде визначати криву тільки в межах від точки A до точки B. Якщо потрібно побудувати дугу кривої за межами точок A і B, то необхідно використовувати інші співвідношенняn та інші симплекси.

Позначимо $AT = a$ і $BT = b$. Для визначення дуги AMB в її мінливій точці M задамо дотичну, яка утворюється двома доповняльними променями *MP і MQ*, і при цьому точки P і Q є тангенціальними проекціями поточної точки M, відповідно на сторони симплексу AT і BT.

Тангенціальні проекції P і Q знаходимо за допомогою функцій $u = u(t)$ і $v = v(t)$ відповідно, для яких параметр $0 \le t \le 1$. Геометрично пояснити ці функції можна як відношення відрізків:

$$u = \frac{AP}{AT}; v = \frac{TQ}{TB}.$$

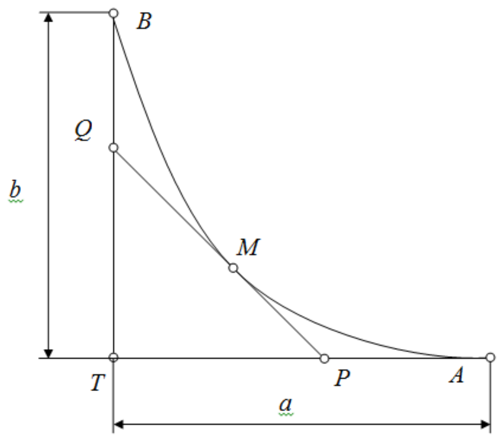

Рис. 1. Прямокутний симплекс загального вигляду TAB**.**

Тангенціальні проекції P і Q, відповідно на сторонах AT і BT ортогонального симплексу TAB, визначаються таким чином:

$$P = A\bar{u} + Tu, Q = T\bar{v} + Bv, \text{ де } \bar{u} = 1 - u, \bar{v} = 1 - v. \qquad (1)$$

Якщо параметр t змінювати від 0 до 1, то точка P буде переміщуватись по відрізку AT від точки A при $t = 0$, до точки T при $t = 1$, а точка Q − по відрізку TB від точки T при $t = 0$, до точки B при $t = 1$. Таким чином, при $t = 0$ дотична PQ співпадає зі стороною симплексу AT. Тобто, AT стає дотичною до кривої M у точці A, і аналогічно − при $t = 1$, TB стає дотичною до кривої M у точці B. Сторони симплексу AT і TB є кінцевими дотичними відрізками в однопараметричній множині дотичних відрізків PQ при $0 \le t \le 1$. Огинаюча лінія цих дотичних відрізків буде визначати шукану дугу AMB. Поточна точка M , огинаючої дуги кривої AMB, визначається на дотичній PQ за допомогою наступного відношення відрізків на цій дотичній $w = \frac{PM}{PQ}$ і виражається через функції $\bar{u} = 1 - u, \bar{v} = 1 - v$ та їх похідні $\dot{u} = \frac{du}{dt}$, $\dot{v} = \frac{dv}{dt}$, наступним чином:

$$M = P\bar{w} + Qw, \text{ де } w = \frac{\dot{u}v}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}},$$
$$\bar{w} = 1 - w = 1 - \frac{\dot{u}v}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}} = \frac{\bar{u}\dot{v}}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}} \rightarrow \bar{w} = \frac{\bar{u}\dot{v}}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}}. \qquad (2)$$

Після підстановки в (2), замість P та Q точкових співвідношень з (1) і виконання перетворень, отримаємо:

$$M = (A\bar{u}^2 - Tu^2)\frac{\dot{v}}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}} + (B - T)\frac{\dot{u}v^2}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}} + T\frac{u\dot{v} + \dot{u}v}{\dot{u}v + \bar{u}\dot{v}}. \qquad (3)$$

Для проведення дослідження було взято дискретний ряд точок на схематичному зображенні об’єкта живої природи (кленового листка) (рис. 2).

Для загущення даного ряду вищеназваним способом використовувались наступні пари функцій:

Парабола ($u = t^2 + t + k$) – пряма ($v = pt + n$). Парабола ($u = t^2 + t + k$) – парабола ($v = t^2 + t + k$). Парабола ($u = t^2 + t + k$) – гіпербола ($v = p/t$). Гіпербола ($u = p/t$) – пряма ($v = pt + n$). Гіпербола ($u = p/t$) – гіпербола ($v = p/t$). Синусоїда ($u = \sin t$) – косинусоїда ($v = \cos t$). Синусоїда ($u = \sin t$) – синусоїда ($v = \sin t$).

Порівняння проводилося наступним чином: після вибору ділянки кривої (довжина ділянки дорівнює 20 мм.), бралася вибірка з 30 точок цієї кривої для проведення дослідження; проводився процес згущення цих точок (окремо для 10, 20 та 30 точок); після проведення згущення, бралася вибірка з 20 точок отриманого загущеного точкового ряду та проводилося порівняння отриманих загущених точок та точок на досліджуваному об’єкті (відхилення отриманих та існуючих точок фіксувалося та заносилося в таблицю 1).

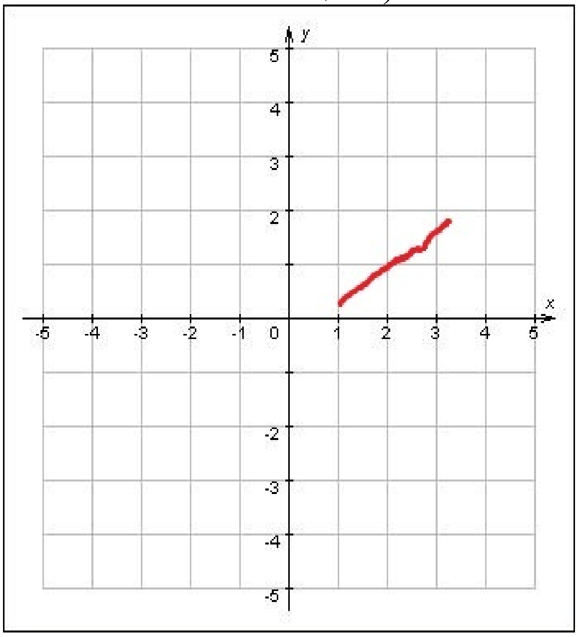

Рис. 2. Ділянка кривої, що обрана для проведення дослідження.

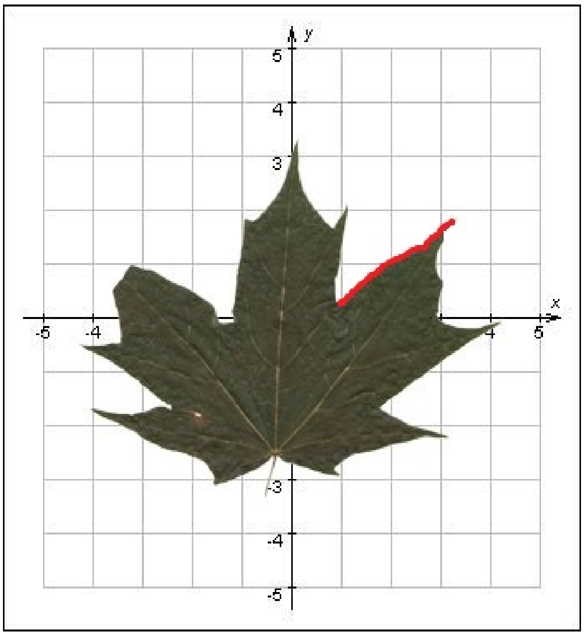

Рис. 3.Зображення досліджуваного об’єкту живої природи.

Таблиця 1

Результати порівняння залежності вибору кривої від типу ДПТР

Функція	Парабола, пряма	Парабола	Парабола, гіпербола	Гіпербола, пряма	Гіпербола	Синусоїда, косинусоїда	Синусоїда
для 30 точок	0,4	0,5	0,3	0,7	0,4	0,2	0,1
для 20 точок	0,5	0,5	0,4	1	0,5	0,2	0,2
для 10 точок	0,5	0,6	0,5	1	0,6	0,3	0,2

Як можна побачити з таблиці 1, найбільш точно повторює форму досліджуваного об’єкту саме дуга кривої, у основу якої було покладено синусоїдальну функцію.

Висновки. У результаті проведеного дослідження можна зробити висновок, що якість використання досліджуваного способу побудови ДПК цілком залежить від вибору елементарних функцій, які можна використовувати під час застосування цього способу. Результати, отримані для різних функції, дуже сильно відрізняються один від одного. А отриманий результат, тобто синусоїдальна функція, цілком співпадає з одним із досліджень, проведених автором способу для відтворення дуги кола.

У перспективі необхідно провести аналіз та дослідження цього способу побудови ДПК для інших об'єктів більш складної форми та більшою кількістю елементарних функцій.

Література

1. *Балюба И.Г.* Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении: диссертация на соискание научной степени доктора технических наук: 05.01.01 / Балюба Иван Григорьевич – Макеевка: МИСИ, 1995. – 227 с.

2. *Бездітний А.О.* Варіативне дискретне геометричне моделювання на основі геометричних співвідношень у точковому численні Балюби–Найдиша: дис. … канд. техн. наук: 05.01.01 / ТДАТУ.– Мелітополь, 2012.– 191с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ПРОЦЕССА СГУЩЕНИЯ ПЛОСКОЙ КРИВОЙ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ПРИ РЕКОНСТРУКЦИИ СРЕДСТВАМИ ТОЧЕЧНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ БАЛЮБЫ-НАЙДЫША

А.М.Павленко

Проводится анализ одного из способов точечного исчисления Балюбы-Найдыша построения дуг кривых линий, который позволяет определить возможности и рамки применения этого способа.

THE RESEARCH OF DOT CALCULATION METHOD TO CONSTRUCT CURVES FOR REDESIGN OF WILDLIFE OBJECT

O.Pavlenko

We analyze one of the ways to arcs of curves construction based on dot–calculation to identify opportunities and scope of this method.