УДК 625.032

Л.М. Куценко, д.т.н.,
Л.Л. Запольський, к.т.н.,
О.І. Сухарькова

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛОВАННЯ МОБІЛЬНОЇ ГРАВІТАЦІЙНОЇ УСТАНОВКИ ДЛЯ ЗАПУСКУ БЕЗПІЛОТНИКІВ ТИПУ ЛІТАКА

Національний університет цивільного захисту України (м. Харків),
Український науково-дослідний інститут цивільного захисту (м. Київ),
Український державний університет залізничного транспорту (м. Харків)

Розроблено геометричну модель мобільної метальної гравітаційної установки требушет, призначеної для запуску безпілотників типу літака з використанням легкового автомобіля у якості противаги.

Ключові слова – безпілотник, требушет, лагранжіан, рівняння Лагранжа другого роду, геометрична модель.

Актуальність теми. У наш час широке поширення одержали безпілотні літальні апарати типу літака (далі - безпілотники), призначені для моніторингу об'єктів сільського й лісового господарства. Для запуску безпілотних апаратів літакового типу у польових умовах доцільно використовуються пристрої типу катапульти. Відомі дві принципово різні структурні схеми процесу запуску беспілотника зі стартових пристроїв: з вертикальною віссю обертання й з додатковим інерційним елементом [1]. Математична модель старту безпілотного літального апарата з катапульти, обладнаної додатковим інерційним елементом, дозволила визначити параметри елементів конструкції, що забезпечують плавне безударне прискорення літального апарата, що знижує вимоги до його міцності й дає можливість збільшити корисне навантаження апарата. Але такі установки у більшості є стаціонарними, і потребують час для їх розгортання і згортання.

Більш мобільною є відома з літератури [2, 3] установка AVTO-01 Launcher, яка схематично повторює метальну машину типу требушет. Ця установка дозволяє запускати у повітря безпілотники масою до 10 кг. Противагою при цьому служить сам автомобіль, на даху якого гарнітура AVTO-01 Launcher кріпиться за допомогою спеціальної рами (рис. 1). Крім того, така система запуску компактно згортається й може перевозитися на легковій машині по дорогах загального користування.

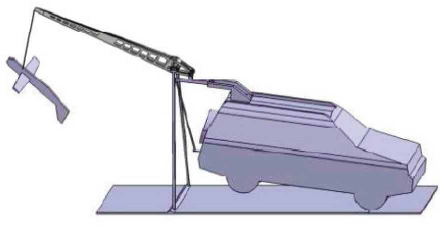


Рис. 1. Установка AVTO-01 Launcher (запозичене з роботи [3])

Для розгортання установки у робочий стан операторові необхідно лише встановити на землі дві металеві опори, закріпити на них важіль требушета і за допомогою електричної лебідки підняти задню частину автомобіля – тобто створити противагу на короткому кінці важеля. За інформацією авторів [2, 3] AVTO-01 Launcher дозволяє «розігнати» безпілотник масою 10 кг до швидкості 12 м/с на висоті 8 м, після чого той продовжує політ на власному двигуні.

Суттєвим у AVTO-01 Launcher є те, що запуск здійснюється завдяки потенціальній енергії транспортного засобу. До переваг AVTO-01 Launcher також слід віднести відсутність у конструкції катапульти деталей з гуми, відсутність пневматики і електроніки, характерних для інших технологій запуску безпілотників. Для модернізації установки катапульти та коригування її параметрів (залежно від маси безпілотника) доцільним буде розробити математичну модель зазначеної системи катапультування.

Огляд сучасних досліджень. Для забезпечення ефективної динаміки требушет необхідно розрахувати значення параметрів її елементів. Це доцільно здійснити у рамках механіки Лагранжа [4, 5], де враховуються кінетична і потенціальна енергії системи. У результаті розв'язання складеного рівняння Лагранжа другого роду можна одержати шукану траєкторію переміщення безпілотника на пращі, що дозволить забезпечити надійний старт коштовного виробу.

Для аналізу динаміки требушет доцільно мати фазові траєкторії узагальнених координат, що не достатньо повно досліджено у відомих роботі [8,9]. У роботах [2, 3] наведено розрахунки динаміки установки AVTO-01 Launcher, які доцільно доповнити розв'язанням складеного рівняння Лагранжа другого роду. У роботі [5, 6] було складено рівняння Лагранжа другого роду для визначення траєкторії переміщення вантажу на пращі залежно від параметрів конструкції требушет. Дана стаття спирається на результати роботи [7], і є продовженням дослідження гравітаційних катапульт требушет.

Постановка завдання. Розробити геометричну модель метальної установки типу требушет, призначеної для запуску безпілотників типу літака за допомогою автомобіля, коли противагою у цій конструкції служитиме сам автомобіль.

Основна частина. На рис. 2 наведено схему машини требушет, яка складається з важеля довжиною $L_1 + L_2$, до якого шарнірно прикріплено два важеля з довжинами L_3 (позначає пращу) і L_4 (важіль кріплення автомобіля як противаги). До важелів у вузлових точках закріплені вантажі з масами *m1* (автомобіль) і m_2 (безпілотник). Масу m_1 необхідно обрати на декілька порядків більшою порівняно з масою m_2. Коли перший вантаж під дією гравітації падає донизу, то другому вантажу надається прискорення, яке і спричиняє ефект метання.

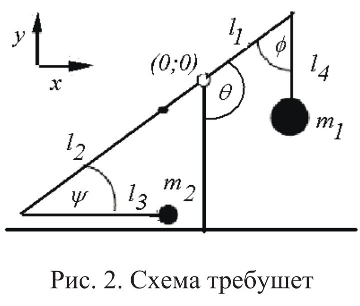


Рис. 2. Схема требушет

При складанні математичної моделі машини требушет було враховано таку ідеалізацію: не оговорені елементи системи невагомі, опори у вузлах відсутні, елементи системи не деформуються, параметри і початкові значення кутів та початкові швидкості їх зміни задаються в умовних одиницях.

У якості узагальнених координат оберемо кути θ*(t)*, *φ(t)* і ψ*(t)*, зображені на рис. 2.

Для опису динаміки требушет використаємо вирази для кінетичної *T* і потенціальна *U* енергій [4, 5]:

$$
\begin{aligned}
T := & -m_2 l_3^2 \theta' \psi' - m_2 l_3 l_2 (\theta')^2 \cos(\psi) + m_1 l_4^2 \theta' \phi' + \frac{1}{2} (\theta')^2 m_1 l_1^2 + \frac{1}{2} (\theta')^2 m_2 l_2^2 \\
& - m_1 l_4 l_1 \theta' \phi' \cos(\phi) - m_1 l_4 l_1 (\theta')^2 \cos(\phi) + m_2 l_3 l_2 \theta' \psi' \cos(\psi) + \frac{1}{2} m_2 l_3^2 (\theta')^2 \\
& + \frac{1}{2} m_2 l_3^2 (\psi')^2 + \frac{1}{2} m_1 l_4^2 (\theta')^2 + \frac{1}{2} m_1 l_4^2 (\phi')^2
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$
\begin{aligned}
U := & -m_1 g l_1 \cos(\theta) + m_2 g l_2 \cos(\theta) + (-g \cos(\theta) \cos(\psi) - g \sin(\theta) \sin(\psi)) m_2 l_3 \\
& + (\cos(\theta) \cos(\phi) - \sin(\theta) \sin(\phi)) g m_1 l_4
\end{aligned}
$$

Тут θ(t) – функція зміни кута в часі відхилення від вертикалі важеля довжиною $L_1 + L_2$, φ(t) – функція зміни кута між важелями довжинами L_4 і $L_1 + L_2$, ψ(t) – функція зміни кута між важелями довжинами L_3 і $L_1 + L_2$, g=9,81.

З використанням лагранжіану *L=T–U* одержуємо систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду:

$$
\begin{aligned}
& -m_1 g l_1 \sin(\theta) + m_2 g l_2 \sin(\theta) - m_2 g l_3 \sin(\theta) \cos(\psi) + m_2 g l_3 \cos(\theta) \sin(\psi) \\
& + m_1 g l_4 \sin(\theta) \cos(\phi) + m_1 g l_4 \cos(\theta) \sin(\phi) - \theta'' m_1 l_1^2 + m_1 l_4 l_1 \phi'' \cos(\phi) \\
& - m_1 l_4 l_1 (\phi')^2 \sin(\phi) + 2 m_1 l_4 l_1 \theta'' \cos(\phi) - 2 m_1 l_4 l_1 \theta' \sin(\phi) \phi' - \theta'' m_2 l_2^2 \\
& + 2 m_2 l_3 l_2 \theta'' \cos(\psi) - 2 m_2 l_3 l_2 \theta' \sin(\psi) \psi' - m_2 l_3 l_2 \psi'' \cos(\psi) \\
& + m_2 l_3 l_2 (\psi')^2 \sin(\psi) - m_2 l_3^2 \theta'' + m_2 l_3^2 \psi'' - m_1 l_4^2 \phi'' - m_1 l_4^2 \theta'' = 0
\end{aligned}
\tag{2}
$$

$$
\begin{aligned}
& m_2 l_3 l_2 (\theta')^2 \sin(\psi) - m_2 g l_3 \cos(\theta) \sin(\psi) + m_2 g l_3 \sin(\theta) \cos(\psi) - m_2 l_3 l_2 \theta'' \cos(\psi) \\
& + m_2 l_3^2 \theta'' - m_2 l_3^2 \psi'' = 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& m_1 l_4 l_1 (\theta')^2 \sin(\phi) + m_1 g l_4 \cos(\theta) \sin(\phi) + m_1 g l_4 \sin(\theta) \cos(\phi) + m_1 l_4 l_1 \theta'' \cos(\phi) \\
& - m_1 l_4^2 \theta'' - m_1 l_4^2 \phi'' = 0
\end{aligned}
$$

Систему рівнянь (2) розв’яжемо у середовищі Maple чисельно за допомогою методу Рунге-Кутти з такими початковими умовами: θ_0, φ_0, ψ_0 – початкові значення кутів відхилення важелів; θ'_0, φ'_0, ψ'_0 – початкові швидкості зміни кутів відхилення.

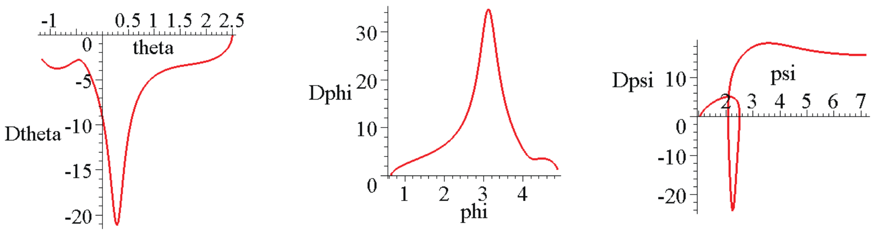
Використовуючи наближені розв'язки для функцій $\theta(t)$, $\varphi(t)$ і $\psi(t)$ (позначимо їх як $\Theta(t)$, $\Phi(t)$ і $\Psi(t)$), у системі координат xOy траєкторію переміщення вантажу необхідно будувати за формулами:

$$\begin{aligned} x(t) &= -l_2 \sin(\Theta(t)) + l_3 \sin(\Theta(t) - \Psi(t)); \\ y(t) &= l_2 \cos(\Theta(t)) - l_3 \cos(\Theta(t) - \Psi(t)). \end{aligned} \quad (3)$$

Тобто для певних моментів часу t за допомогою формул (3) можна визначити миттєві координати центральної точки безпілотника у вертикальній площині у системі декартових координат xOy.

Наведемо приклади геометричного моделювання машини требушет з автомобілем у якості противаги. Для порівняння з результатами робіт [2, 3] розміри металевих опор та важеля требушета обрано наближено, користуючись фотографією установки. Нехай маса автомобіля $m_1 = 2000$; маса літака $m_2 = 10$; значення параметрів: $l_1 = 1$; $l_2 = 4$; $l_3 = 2,5$; $l_4 = 1,5$; значення початкових умов $\theta_0 = 2,5$; $\theta'_0 = 0$; $\varphi_0 = \pi\text{-}2,5$; $\varphi'_0 = 0$; $\psi_0 = \pi/3$; $\psi'_0 = 0$, $g = 9,81$. Межі часу інтегрування системи рівнянь (2) $0 < t < 1$ (всі значення в умовних одиницях).

На рис. 3 наведено фазові траєкторії для кутів $\Theta(t)$, $\varphi(t)$ і $\psi(t)$. Аналіз фазових траєкторій дозволяє з'ясувати, деякі кількісні оцінки процесу катапультування безпілотника. А саме, максимальне значення швидкі зміни кута $\psi(t)$ дорівнюватиме $\psi = 13$, що можна вважати швидкістю безпілотника в момент відриву. Тоді ж екстремальної швидкості досягне і зміна кута $\varphi(t)$.



а *б* *в*

Рис. 3. Фазова траєкторія для параметра: а) $\Theta(t)$; б) $\varphi(t)$; в) $\psi(t)$.

Визначимо момент часу, коли безпілотник набуде максимальної швидкості. Для цього необхідно побудувати графік залежності в часі швидкості зміни кута ψ. На рис. 4, *в* зображено відповідний графік, з якого видно, що максимальна швидкість зміни кута ψ відбудеться при $t = 0,82$, що є рекомендованим моментом відриву безпілотника.

Також можна проілюструвати якісні оцінки процесу катапультування безпілотника. Для цього було складено програму побудови кадрів анімаційного фільму схеми дії требушет. На рис. 5, *а-в* наведено окремі фази переміщення його елементів, а також траєкторію руху центу ваги безпілотника (рис. 5, *г*).

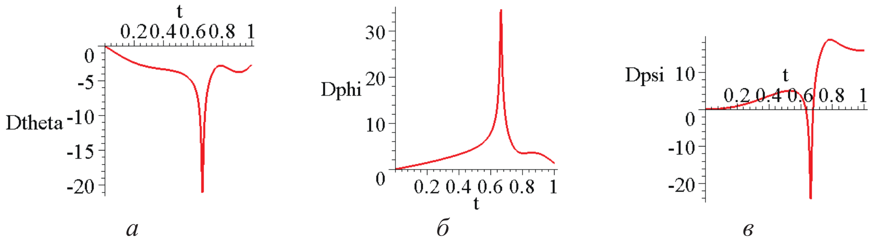


Рис. 4. Графік зміни швидкостей кутів у часі: а) Θ*(t)*; б) φ*(t)*; в) ψ*(t)*.

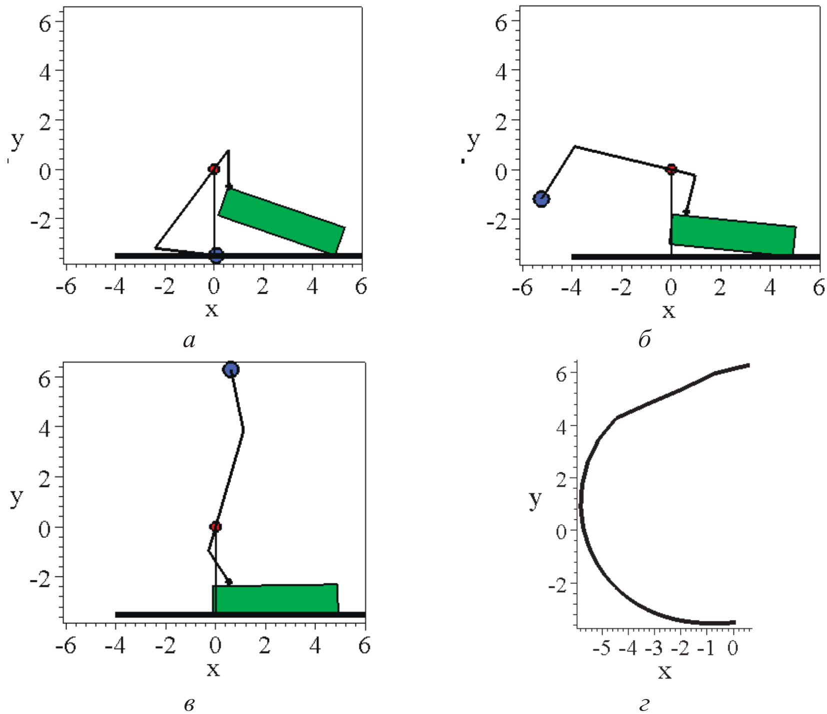


Рис. 5. Одержані зображення: а), б) поточних фаз метання;
в) фази в момент відриву безпілотника;
г) траєкторії руху центру ваги безпілотника.

Висновок. За допомогою розробленої геометричної моделі можна прогнозувати процес катапультування безпілотника. Насамперед, це питання про найбільшу масу безпілотника, якого здатна катапультувати установка з цими параметрами. Подальші дослідження доцільно пов'язати з пошуком варіантів раціональних параметрів требушет залежно від типу безпілотника та конструкцій автомобіля.

Література.

1. *Аленченков Г. С.* Параметрический анализ и синтез механизмов стартовых устройств беспилотных летательных аппаратов малой массы / *Г.С. Аленченков*, *А. Э.Пушкарев* // Вестник ИжГТУ, № 2(54) - 2012. – С. 1- 7.

2. *Gati Balazs*. Mobile launching trebuchet for UAVS. – 30-th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences. – DCC, Daejeon, Korea; September 25-30, 2016. - pp. 1 – 7.

3. *Gati Balazs*. UAV innovativ inditasa – korszerű megoldas a kozepkorbol. – Repulastudomanyi kozlemenyek, #3, 2015. – pp. 37-49.
Електронний ресурс, режим доступу ttp://www.repulestudomany.hu/folyoirat/2015_3/2015-3-03-0229_Gati_Balazs.pdf

4. *Denny M.* 2005. Siege engine dynamics. Електронний ресурс. Режим доступу: http://www.twirpx.com/file/1728866/

5. *Mosher A.* 2009. Mathematical Model for a Trebuchet. Електронний ресурс. Режим доступу: http://classes.engineering.wustl.edu/2009/fall/ese251/presentations/(AAM_13)Trebuchet.pdf

6. *Win Ko Oo, Hla Myo Tun, Zaw Min Naing, Win Khine Moe*. Design of vertical take-off and landing (VTOL) aircraft system. – International journal of scientific & technology research, v. 6; issue 04, april, 2017. - pp 179 – 183

7. *Rutan S., Wieczorec B.* 2005. Modern Siege Weapons: Mechanics of the Trebuchet. Електронний ресурс. Режим доступу: https://mse.redwoods.edu/darnold/math55/DEProj/sp05/bshawn/presentation.pdf

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МОБИЛЬНОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ЗАПУСКА БЕСПИЛОТНИКОВ ТИПА САМОЛЕТА

Л.Н. Куценко, Л.Л.Запольский, О.И.Сухарькова

Разработана геометрическая модель мобильной метательной гравитационной установки требушет, предназначенной для запуска беспилотников типа самолета с использованием легкового автомобиля в качестве противовеса.

Ключевые слова – беспилотник, требушет, лагранжиан, уравнение Лагранжа второго рода, геометрическая модель.

GEOMETRICAL MODELING OF MOBILE GRAVITATIONAL INSTALLATION FOR STARTING THE DRONS OF A TYPE OF THE AIRCRAFT

L. Kutsenko, L. Zapolsky, O. Sukharkova

A geometrical model of a mobile propelling gravity installation for a drones designed to launch drones of the aircraft type using a passenger car as a counterweight has been developed.

Key words - drone, tautishet, Lagrangian, Lagrange equation of the second kind, geometric model.