УДК 514.182: 514.185.2:519.873 **В.Г. Усенко**, к.т.н., доцент

НАДІЙНІСТЬ ДВОКІЛЬЦЕВОЇ СТРУКТУРИ, ЩО СКЛАДАЄТЬСЯ ІЗ ШЕСТИ ЗВ'ЯЗКІВ

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

Висвітлено результати аналітичного опису ймовірності зв'язності резервованої структури з двома кільцями та шістьма ділянками, що застосовується у моделюванні надійності різних систем. Представлено працездатні стани двокільцевої структури у графічному вигляді. Особливості багатопараметричної залежності дозволяють аналізувати ймовірность зв'язності структур. Представлено скорочену форму точного, але громіздкого виразу надійності двокільцевої структури. Описано однопараметричний вираз надійності двокільцевої структури.

Ключові слова: структурне моделювання, багатовиди, ймовірність з'вязності, надійність системи з різною надійністю елементів.

Постановка проблеми. Визначення ймовірності структурної зв'язності є важливою задачею на етапах проектування, експлуатації та оновлення водопровідних, теплових, газових та інших мереж інженерної інфраструктури та інших структурно-складних систем [1, 2, 3].

Проблема надійності технічних систем досить складна та комплексна. Існує необхідність досліджень за окремими науковими напрямами для ефективного її вирішення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У дослідженні [1] викладаються основи моделювання надійності складних систем, увага приділяється структурним концепціям. Надійність систем із структурою, що описується графом мережевого типу розглянуто у роботі [2]. Об'єкт дослідження має вищий рівень узагальнення, ніж мережа зв'язку або транспортна мережа. Наводяться принципи представлення структур складних систем та процесів виконання поставлених задач відновлюваними системами. Для складних систем викладено граничні значення показників надійності. Публікація [3] висвітлює основи теорії безпеки та надійності. Аналіз складних систем використовує основи логіко-ймовірнісної теорії. Для обчислень надійності представлено проблемні питання початкових даних по надійності елементів з малими обсягами статистичної інформації. Моделі надійності використовують алгоритми перетворення функцій алгебри логіки в ймовірнісні функції.

Формулювання цілей та завдання статті. Представити особливості багатопараметричної залежності, що дозволяють аналізувати ймовірність зв’язності структур. Представити компактну форму точного виразу надійності двокільцевої структури.

Основна частина. На практиці ділянки структури системи мають випадковий рівень працездатності. Надійність реальної системи відображається умовами зв’язності деякої ідентичної структури, що утворюється паралельним поєднанням шляхів виконання поставленої задачі, чи іншої еквівалентної структури, що утворюється послідовним поєднанням заперечень мінімальних перерізів [3]. Моделювання ймовірності зв’язності об’єкта дослідження реалізується методом повного перебору. Для складних систем це вирішення задачі пов’язане із значними труднощами великих обсягів обчислень. Цей метод заснований на основі складання ймовірностей сумісних подій, які представляються кон'юнкціями умов працездатності системи, описаних за допомогою найкоротших шляхів успішного функціонування [3].

Визначимо всі випадки, що взаємно унеможливлюють втрату працездатності системи. Нехай елементи $d_1, \ldots, d_6$ утворюють резервовану структуру S^6 (рис. 1). Вважатимемо A_1 випадком, коли елемент d_1 працездатний. Відповідно, A_2 ,..., A_6 будуть випадками, коли працездатними будуть елементи $d_2, \ldots, d_6$.

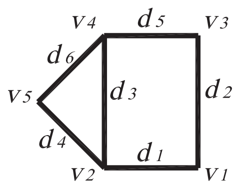

Рис.1 Резервована структура із двох кілець, п’яти вузлів та шести ділянок

Для ділянок структури S^6 приймемо такі значення величин: $P(A_1)=r_1=0.95$, $P(A_2)=r_2=0.9$, $P(A_3)=r_3=0.85$, $P(A_4)=r_4=0.75$, $P(A_5)=r_5=0.95$, $P(A_6)=r_6=0.92$. У всіх випадках ймовірність збереження структурної зв’язності визначається з врахуванням незалежності втрати ділянками своєї працездатності. Наприклад, ймовірність $P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_6) = P(A_1)\ P(A_2), \ldots, P(A_6)$. Втрата працездатності ділянками d_i, $i=1 \ldots 6$ у різних ситуаціях вважається взаємно несумісними подіями. Тому, відповідно, ці ймовірності додаються [1, 2]. Наприклад, збереження працездатності системи забезпечують події $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap \underline{A}_5 \cap A_6$, $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5 \cap \underline{A}_6$, $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap \underline{A}_5 \cap \underline{A}_6$, де символи A_i та $\underline{A}_i$, $i=1 \ldots 6$ означають, відповідно, події збереження та втрати працездатності ділянок структури S^6 (або зв'язків між вузлами v_i). Тому ймовірність працездатності системи, враховуючи тільки ці події, дорівнює $0{,}02507+0{,}04142+0{,}00218=0{,}06867$. У таблиці 1 відображено частину всіх можливих неповторних сценаріїв у функціонуванні системи зі структурою

S^6, представленою на рис. 1. Сума всіх ймовірностей випадкових подій дорівнює одиниці.

Сценарії у функціонуванні системи зі структурою S^6, представленою на рис. 1 — Таблиця 1

Число працездатних елементів у структурі	Випадкові події	Ймовірність структурної зв'язності
6	$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5 \cap A_6$	0,47638
5	$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5 \cap \underline{A}_6$	0,04142
	...	
1	$A_1 \cap \underline{A}_2 \cap \underline{A}_3 \cap \underline{A}_4 \cap \underline{A}_5 \cap \underline{A}_6$	0,00002
0	$\underline{A}_1 \cap \underline{A}_2 \cap \underline{A}_3 \cap \underline{A}_4 \cap \underline{A}_5 \cap \underline{A}_6$	7,5E-07
		$\sum = 1{,}00000$

Для моделювання ймовірності зв'язності використовуються мінімальні ланцюжки різних працездатних елементів, необхідних для реалізації окремих випадків функціонування системи.

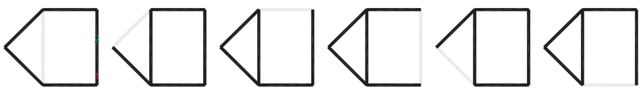

Рис. 2 Шість можливих неповторних працездатних станів структури з резервом, коли відмовила одна ділянка.

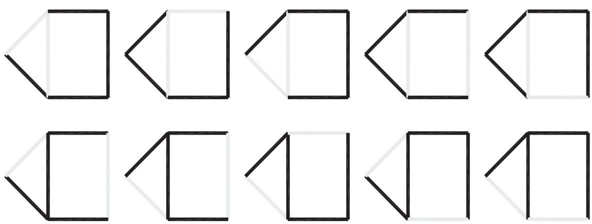

Рис. 3 Одинадцять можливих неповторних працездатних станів структури без резерву, коли відмовили дві ділянки

Вираз функції *R(D)* описує множину несумісних подій, кожна з яких забезпечує зв'язність структури відносно всіх її полюсів. Формула ймовірності зв'язності цієї структури отримується шляхом застосування операції математичного очікування [2]:

$$
\begin{aligned}
R(D) = {} & r_1r_2r_3r_4r_5r_6 + r_1r_2r_3r_4r_5q_6 + r_1r_2r_3r_4q_5r_6 + r_1r_2r_3r_4q_5q_6 + \\
& + r_1r_2r_3q_4r_5r_6 + r_1r_2r_3q_4q_5r_6 + r_1r_2q_3r_4r_5r_6 + r_1r_2q_3r_4r_5q_6 + \\
& + r_1r_2q_3r_4q_5r_6 + r_1r_2q_3q_4r_5r_6 + r_1q_2r_3r_4r_5r_6 + r_1q_2r_3r_4r_5q_6 + \\
& + r_1q_2r_3q_4r_5r_6 + r_1q_2q_3r_4r_5r_6 + q_1r_2r_3r_4r_5r_6 + q_1r_2r_3r_4r_5q_6 + \\
& + q_1r_2r_3q_4r_5r_6 + q_1r_2q_3r_4r_5r_6 ,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

де r_i – значення надійності i-ї ділянки структури, $i=1,...,6$, q_i – значення її ненадійності, $q_i=1-r_i$.

За допомогою операції приведення подібних членів це рівняння перетворюється до більш компактної форми. Необхідне спрощення досягається із застосуванням операції додавання членів початкової залежності для $R(D)$. Таким чином, структурна надійність $S^p \subset C_v^l,\ v = 2$ дорівнює

$$R = M\left(1 + e_6 + \sum_{i=1}^{5} e_i (1 + e_6) + \sum_{i=1}^{3} e_i \sum_{i=4}^{5} e_i\right) \tag{2}$$

де $e_i = \dfrac{1 - r_i}{r_i}$, $\quad M = \prod_{i=1}^{p} r_i$, $\quad i = 1,2,..., p$, $\boldsymbol{r_i}$ – значення надійності i-ї ділянки структури S^6.

Приймемо обмеження, що усі ділянки структури ідентичні за ймовірнісними властивостями, тобто $r_i=r$ для всіх $i=1,2,…,n$. Тоді ймовірність зв'язності системи описується ще більш стислою формою рівняння

$$R = 6r^6 - 16r^5 + 11r^4 . \tag{3}$$

Цей вираз зручно використовувати у випадку, коли надійність всіх ділянок значно менша за максимальне значення [2]: $r<<1$ або $q>>0$. З іншого боку, якщо надійність ділянок значно більша мінімального значення ($q<<1$ або $r>>0$, то застосовується рівняння, в якому r замінюється на $1-q$

$$R = 6(1 - q)^6 - 16(1 - q)^5 + 11(1 - q)^4 . \tag{4}$$

Висновки. Отримано вирази ймовірності зв'язності мережі як функції однієї, а також багатьох змінних для структури, що має два цикли та шість ділянок. Вони можуть застосовуватись у моделюванні структурної надійності резервованих інженерних мереж.

Перспективи подальших досліджень. Отримані вирази ймовірності структурної зв'язності можуть бути використаними у моделюванні надійності складних систем. Актуальними є задачі прогнозування та оптимізації структурної надійності з використанням отриманих рівнянь.

Література

1. *Dhillon Balbir S. Engineering Reliability: New Techniques and Applications / Balbir S. Dhillon, C. Singh. – New York: A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, 1981 – 339 p.*
2. *Reinschke K. Application of Graph Theory for Reliability Analysis / K. Reinschke, I. Ushakov. – Berlin: Verlag Technik, 1987. – 209 pp.*
3. *Ryabinin I.A. Logic-probabilistic Analysis of Problems of Safety, Survivability and Safety I.A. Ryabinin. – Novocherkassk: South Russian State University, Lik, 2009, – 600 p.*

НАДЕЖНОСТЬ ДВОКОЛЬЦЕВОЙ СТРУКТУРЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ШЕСТИ СВЯЗЕЙ

Усенко В.Г.

Представлены результаты аналитического описания вероятности связности резервированной структуры с двумя кольцами и шестью участками, применяемой в моделировании надежности различных систем. Представлены работоспособные состояния двухкольцевой структуры в графическом виде. Особенности многопараметрической зависимости позволяют анализировать вероятности связности структур. Представлена сокращенная форма точного, но громоздкого выражения надежности двухкольцевой структуры. Описано однопараметрическое выражение надежности двухкольцевои структуры.

RELIABILITY THE TWO-RING STRUCTURE CONSISTING OF SIX LINKS

Usenko V.G.

The results of an analytical description of the connectivity probability of an excess structure with two rings and six links that are used to model the reliability of various systems are presented. The working states of a structure consisting of two rings in a graphical form are shown. The features of the multiparameter dependence allow us to analyze the connectivity probabilities of structures. A reduced form of the exact but cumbersome expression of the reliability of a two-ring structure is presented. A one-parameter expression for the reliability of a two-ring structure is described.

Keywords: structural design, failsafety with different reliability of elements.