

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗКРИТТЯ СИСТЕМИ ЧОТИРИЛАНКОВИХ МАЯТНИКІВ У НЕВАГОМОСТІ

Український науково-дослідний інститут цивільного захисту (м. Київ),

Розроблено геометричну модель розкриття каркасу орбітального об'єкта як процесу коливання багатоланкового маятника в умовах невагомості. Опис інерційного розкриття маятника виконано за допомогою рівняння Лагранжа другого роду. Результати призначено для використання при проектуванні розкриття великогабаритних конструкцій, наприклад, каркасів для космічних сонячних дзеркал або антен.

Ключові слова: багатоланковий маятник, великогабаритна конструкція, розкриття у космосі, дзеркало у космосі, рівняння Лагранжа другого роду.

Актуальність теми. Розвиток космічних технологій у провідних країнах світу спрямований на створення великогабаритних конструкцій [1], які можуть використовуватися у якості каркасів космічних антен, дзеркал та інших орбітальних інфраструктур. Дійсно, розміри антен наддовгих хвиль мають вимірюватися кілометрами, а площі дзеркал для освітлення населених пунктів з космосу відбитими сонячними променями повинні становити квадратні кілометри. Гектарами мають вимірюватися і площі так званого сонячного паруса, який розглядається як можливий рушій при космічних перельотах у майбутньому. Подібні об'єкти, як правило, мають вигляд стержневих конструкцій – тобто комбінації скріплених між собою стержнів (ферм), що трансформується у просторі. У космічних дзеркал відбивальну поверхню формує спеціальне дзеркальне полотно, «натягнуте» на стержневу конструкцію. У випадку антени відбивальною поверхнею буде сіткополотно, виготовлене з металевих дротів.

Створення великогабаритних конструкцій, що трансформуються у космосі, пов'язано з рішенням ряду проблем техніки і механіки, обумовлених унікальністю об'єктів. Характерною рисою для них є поєднання суперечливих вимог стосовно суттєвого збільшення габаритних розмірів і забезпечення достатньої жорсткості при досить обмеженій масі силового каркаса. Керування розкриттям великогабаритних конструкцій у просторі є складною науково-технічною задачею механіки, яка не має аналогів у наземній техніці. Досліджувати цей процес доцільно на основі варіаційного принципу розрахунку механічних конструкцій з урахуванням кінематичних зв'язків, користуючись поняттями кінетичної й потенціальної енергії механічної системи. У роботі [2] досліджено

можливість застосування рівнянь Лагранжа другого роду за умови невагомості - тобто у разі «нульової» потенціальної енергії механічної системи. Такий підхід можна застосувати при розробці геометричної моделі розкриття космічних стержневих конструкцій у вигляді багатоланкового маятника. Отже, доцільними будуть дослідження способу розкриття у невагомості великогабаритних конструкцій, основу яких складатимуть стержні, поєднані подібно багатоланковому маятнику.

Огляд сучасних досліджень. При розрахунках систем розкриття конструкцій типу багатоланкового маятника виникають питання вибору рушія, який би мав забезпечити необхідне кінцеве розташування його ланок. На практиці більш вживаними є каркасні тросові системи розкриття. У роботі [3] пропонується підхід до опису динаміки сонячних батарей в процесі їхнього розкриття з урахуванням пружних властивостей елементів. Описуються математичні моделі механізмів розкриття та тросової синхронізації. Цій проблемі присвячена і робота [4], де описуються математичні моделі механізмів розкриття, тросової синхронізації, гальмування й фіксації панелей.

У роботі [5] наведено математичну модель процесу розкриття багатоланкової каркасної конструкції сонячної батареї із тросовою системою синхронізації. На рис. 1 представлена схема розкриття конструкції, де за допомогою електродвигунів та тросів здійснюється синхронізація зміни величин кутів між суміжними ланками.

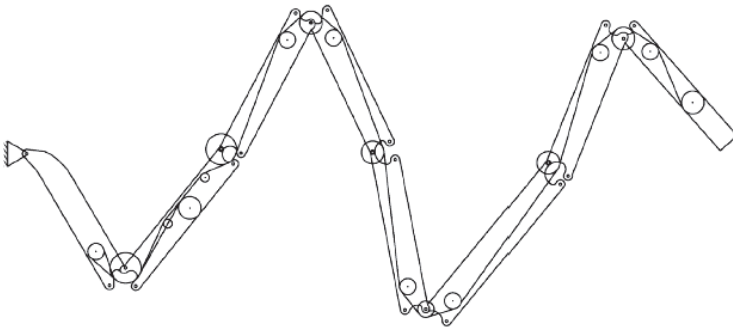


Рис. 1. Схема розкриття конструкції з тросовою системою синхронізації [5]

При цьому на основі аналізу кінематичної схеми системи розкриття необхідно обрати розміри радіусів роликів і передатного відношення двох типів шестерних механізмів, що забезпечують задану послідовність фіксації ланок.

Крім каркасної тросової системи розкриття конструкцій типу багатоланкового маятника увагу привертає спосіб забезпечення необхідного кінцевого розташування його ланок обмеженим моментом, прикладеним до першої ланки. У роботі [6] побудовано закон керування

багатоланковим маятником на площині в околиці заданого положення рівноваги у формі зворотного зв'язку, що дозволяє приводити маятник за кінцевий час у положення рівноваги обмеженим моментом, прикладеним до першої ланки. Але ця робота орієнтована переважно на керуванням рівновагою оберненого маятника на візку у полі земного тяжіння.

В роботі [7] наведено приклад розрахунку розкриття за допомогою комплексу автоматизованого динамічного аналізу багатокомпонентних механічних систем EULER. Але зазначені програмні продукти не розраховані без відповідних надбудов на реалізацію інерційного способу розкриття багатоланкових конструкцій. Інші варіанти систем розкриття наведені у огляді літератури [8]. Але там відсутня інформація про інерційний спосіб розкриття багатоланкових маятників і перевага віддається тросовим системам розкриття.

Отже, прототипом розглянутого способу розкриття багатоланкової стержневої конструкції є тросова система розкриття. Виконаний огляд літературних джерел показав, що існуючі схеми розкриття тросових систем є надто складними для реалізації у випадку великих розмірів ланок (порядку десятків метрів). Цей висновок базується на необхідності синхронізації та комутації електродвигунів для регулювання величин кутів в вузлах конструкцій з метою надання багатоланкової конструкції розрахованої геометричної форми, що є самостійною задачею.

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є побудова геометричної моделі процесу розкриття у невагомості системи чотириланкових стержневих конструкцій з інерційною системою розкриття, за умови, що елементи конструкції ототожнюються з чотириланковими маятниками на уявній площині (рис. 2). Це дасть можливість реалізувати розкриття конструкції з використанням певної кількості реактивних двигунів у вузлах маятника.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

- скласти та розв'язати систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду для опису коливань в невагомості чотириланкового маятника;
- розробити схему ініціювання коливань шляхом впливу імпульсом на вузлові елементи маятника (модель дії імпульсного реактивного двигуна);
- за допомогою комп'ютерної анімації спрогнозувати взаємне розташування елементів стержневих конструкцій;
- навести тестові приклади розкриття чотириланкового каркасу у невагомості.

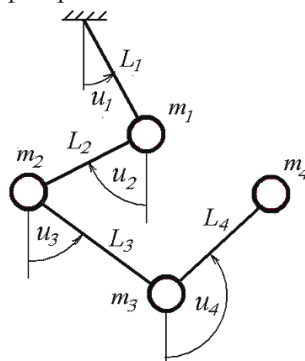


Рис. 2. Схема

Основна частина. На орбіту комплект стержнів доставляється у складеному вигляді (касети), після чого необхідно виконати операцію розкриття стержнів для надання їм робочої форми. Пропонується здійснювати зазначену операцію за допомогою інерційного способу, застосовуючи до розрахунку багатоланкових стержневих конструкцій Лагранжеву динаміку.

Зафіксуємо в умовах невагомості уявну площину з декартовими координатами Oxy і розглянемо на ній ідеалізовану математичну модель чотириланкового маятника. Вважатимемо, що маятник складається з чотирьох невагомих нерозтяжних стержнів довжин L_i ($i=1..4$), і шарнірно сполучених між собою прикінцевими вузловими точками, на яких закріплено вантажі (для спрощення – кулі) з масами m_i ($i=1..4$). Рух шарнірів повинен забезпечувати переміщення вантажів лише у межах обраної площини. Для спрощення вважатимемо, що тертя у вузлах відсутнє, а точка кріплення маятника нерухома у системі координат площини завдяки тому, що вона приєднана до космічного апарату, маса якого на порядки більша маси вантажів у вузлах.

Нехай початок першої ланки маятника збігається з початком координат. У якості напрямку відліку оберемо вісь Oy . Узагальненими координатами вважатимемо кути $u_i(t)$ ($i=1..4$), утворені відповідними ланками з напрямком осі Oy на площині (рис. 2).

Опис коливання маятника на площині виконаємо на основі рівнянь Лагранжа другого роду

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial u_i'} L \right) - \frac{\partial}{\partial u_i} (L) = 0, \quad (i=1..4). \quad (1)$$

Тут L – лагранжіан, вираз якого збігається з описом кінетичної енергії системи:

$$L = 0,5 \left[m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + m_4 (\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2) \right]. \quad (2)$$

Координати вузлів маятника обчислюємо за допомогою узагальнених координат:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= L_1 \sin(u_1(t)); & y_1(t) &= L_1 \cos(u_1(t)); \\ x_2(t) &= x_1(t) + L_2 \sin(u_2(t)); & y_2(t) &= y_1(t) + L_2 \cos(u_2(t)); \\ x_3(t) &= x_2(t) + L_3 \sin(u_3(t)); & y_3(t) &= y_2(t) + L_3 \cos(u_3(t)); \\ x_4(t) &= x_3(t) + L_4 \sin(u_4(t)); & y_4(t) &= y_3(t) + L_4 \cos(u_4(t)); \end{aligned} \quad (3)$$

Після підстановки формули (2) у вирази рівнянь (1) одержимо систему з чотирьох диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду відносно функцій $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ і $u_4(t)$ (з причини гомізждкості тут не наведено).

При розв'язанні системи рівнянь Лагранжа другого слід враховувати такі параметри та початкові умови: (всі значення в умовних величинах):

- вектор довжин ланок маятника: $\mathbf{L}=\{L_1, L_2, L_3, L_4\}$;
- вектор значень мас куль: $\mathbf{m}=\{m_1, m_2, m_3, m_4\}$.
- вектор значень початкових кутів відхилень: $\boldsymbol{\theta}=\{u_1(0), u_2(0), u_3(0), u_4(0)\}$.
- вектор значень початкових швидкостей, наданих кутам відхилень: $\boldsymbol{\theta}'=\{u_1'(0), u_2'(0), u_3'(0), u_4'(0)\}$.

З врахуванням відповідних початкових умов систему рівнянь Лагранжа другого роду розв'язано наближено методом Рунге-Кутти в середовищі математичного пакету *maple*, і одержані розв'язки позначено символами $U_1(t)$, $U_2(t)$, $U_3(t)$ і $U_4(t)$. В обраний на площині системі координат Oxy з використанням одержаних розв'язків визначаємо координати вузлових точок в момент часу t . Для цього використаємо вирази (3) для обчислення координат вузлів маятника за допомогою узагальнених координат, замінивши там малі літери u на великі U . За допомогою складеної *maple* програми крім переміщення вузлових точок можна визначити швидкості, що дає можливість будувати відповідні фазові траєкторії переміщення.

Багатоланкову каркасну конструкцію на орбіту доставляють у складеному вигляді (наочно це нагадує побутовий метр). Тобто початкове положення множини ланок маятника має «складений» вигляд, і вектор значень початкових кутів відхилень завжди матиме координати $\boldsymbol{\theta}=\{\pi/2, -\pi/2, \pi/2, -\pi/2\}$.

Ініціювання коливань маятника здійснюємо шляхом вибору координат вектора початкових швидкостей, наданих кутам відхилень.

Вважаємо, що $u_i' = \frac{d}{dt} u_i(t)$ є похідною від функції опису узагальненої координати як значення «стартової» миттєвої швидкості збільшення i -того кута. Наприклад, $\boldsymbol{\theta}'=\{u_1'(0), u_2'(0), u_3'(0), u_4'(0)\}$ означає, що i -тій кулі масою m_i надано імпульс величиною $m_i u_i'(0)$. Або, що теж саме, куту розкриття $u_i(0)$ надано початкову швидкість $u_i'(0)$. Вектори напрямку надання швидкостей будуть розташовані перпендикулярно відповідним ланкам L_i маятника у прикінцевих точках. Вони визначатимуть швидкості змін кутів розкриття $u_i(0)$ відповідних ланок.

Обране ініціювання коливань є моделюванням дії імпульсних реактивних двигунів, встановлених у прикінцевих точках відповідних ланок маятника. З врахуванням наданої реактивним двигуном швидкостей маятникова система далі має розкриватися за інерцією. Це пояснює термін «інерційна система розкриття».

На практиці доцільно використовувати маятники зі спільною точкою кріплення. При сумісному розкритті вони будуть утворювати певні «орнаментні» структури стержневих конструкцій. Далі в якості прикладу розглянемо коливання шести чотириланкових маятників, повернутих на кут $\pi/3$ відносно спільної точки кріплення. Ця точка кріплення розташована на космічному апараті, маса якого на порядки більша за суму мас всіх вантажів. Вважатимемо, що кожний з чотириланкових маятників буде коливатися на окремій площині з сім'ї паралельних площин. Це дозволяє кожному з маятників безперешкодно здійснювати розраховані коливання.

В процесі розкриття деякі вантажі маятників проходять у безпосередній близькості один від одного. Припустимо, що їх взаємне положення можна зафіксувати, наприклад, електромагнітами або механічними замками. Другий варіант фіксування ланок маятника можливий за допомогою співставлення значень поточних координат вектора відхилень $\theta = \{u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t)\}$ з наперед розрахованими значеннями координат вектора відхилень $\theta = \{u_1(t_0), u_2(t_0), u_3(t_0), u_4(t_0)\}$, які визначатимуть стержневу конструкцію. В результаті буде надана інформація для розгортання у невагомості певної структури стержневих конструкцій, яка може стати основою для каркаса антени, космічного дзеркала або іншої орбітальної інфраструктури.

Отримані результати можна пояснити можливістю застосування варіаційний принцип Лагранжа до розрахунку механічних конструкцій з урахуванням кінематичних зв'язків та використанням «нульової» потенціальної енергії механічної системи. Це дозволило використати рівняння Лагранжа другого роду для опису руху маятничкової системи у невагомості.

До ще не реалізованих можливостей дослідження руху маятничкової системи у невагомості можна віднести врахування нерівних довжин ланок маятника, а також нерівних мас вузлових елементів. Розробка ілюстративної геометричної моделі інерційного розкриття багатоланкового маятника пояснює використання умовних одиниць параметрів у тестових прикладах.

Розвиток даного напрямку досліджень полягатиме у використанні інших варіантів багатоланкових маятників – у яких проміжні вузли «материнського» маятника можуть слугувати початковими вузлами «дочірніх» багатоланкових маятників. Цей напрямок важливий при розрахунку схем розкриття «зіркових» конструкцій (наприклад, космічних антен).

Труднощі розвитку досліджень в цьому напрямку полягають у необхідності розв'язання оберненої задачі компоновки – тобто по заданому кінцевому розташуванні елементів маятника необхідно визначити раціональний набір параметрів багатоланкового маятника та початкових умов його руху, які забезпечать таке розкриття.

Проведені дослідження також складуть основу розрахунку просторових багатоланкових маятників, у яких їх ланки в процесі розкриття виходитимуть за межі однієї площини. Це доцільно при проектуванні будівельних робіт в невагомості з використанням розкриття великогабаритних 3d-конструкцій.

Далі наведемо приклади побудови геометричних моделей як результату розкриття у невагомості системи шести чотириланкових стержневих конструкцій залежно від обраних довжин ланок і початкових швидкостей кутів відхилень. Спільними для всіх тестових прикладів будуть такі параметри (все в умовних величинах): значення мас куль: $\mathbf{m}=\{1, 1, 1, 1\}$ і значення початкових кутів відхилень: $\boldsymbol{\theta}=\{\pi/2, -\pi/2, \pi/2, -\pi/2\}$. Довжини ланок маятника і початкові швидкості кутів відхилень обираються в кожному прикладі свої.

Після виконання складеної *maple* програми одержимо послідовність *N* кадрів анімаційних зображень залежно від часу розкриття конструкції. Одночасно видаються наближені значення поточних величин кутів $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ і $u_4(t)$ для обраного моменту часу t . За допомогою комп'ютерної анімації були визначені моменти часу, коли виникала цікава для використання структура стержневих конструкцій.

Крім того, будуть обчислені значення узагальнених координат (кутів), які забезпечать складання конфігурації утвореної структури конструкції. Набір цих значень можна використати як «стоп-код» для закінчення процесу розкриття. Побудовані фазові траєкторії можна використати при аналізі значень величин кутів та швидкостей зміни кутів при розкритті багатоланкової конструкції.

Приклад 1. Реактивні двигуни розташовані на другому, третьому та четвертому вантажах, що забезпечують початкові швидкості $\boldsymbol{\theta}'=\{0, 1, -1, 1\}$. Довжини ланок: $\mathbf{L}=\{4, 4, 4, 4.5\}$;

На рис. 3 наведено стержневу конструкцію після розкриття в момент часу $t=2.65$. Її визначатимуть значення координат вектора кутів відхилень $\boldsymbol{\theta}=\{0.2312, -0.9965, 2.115, 1.023\}$.

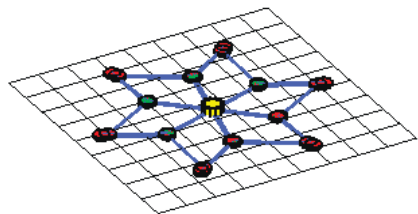


Рис. 3. Стержнева конструкція прикладу 1 в момент часу $t=2,65$

На рис. 4 зображені фазові траєкторії узагальнених координат коливання маятника для прикладу 2.

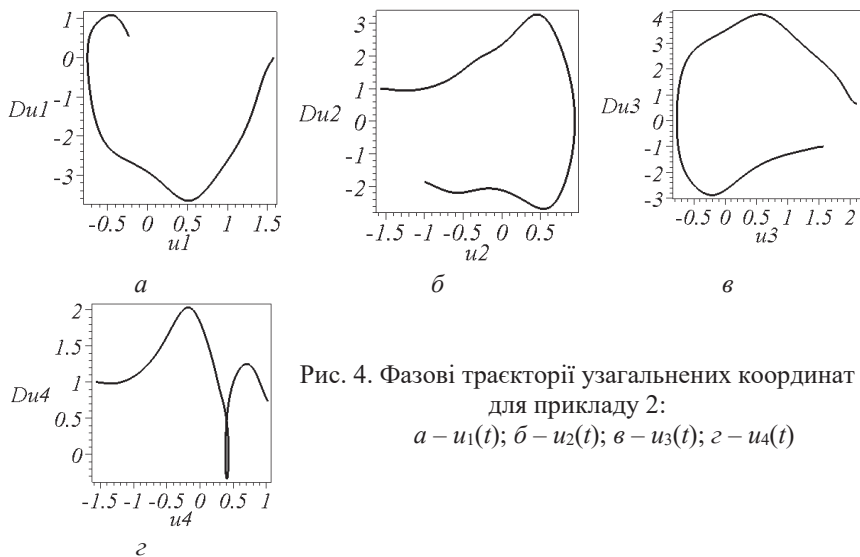


Рис. 4. Фазові траєкторії узагальнених координат для прикладу 2:
 $a - u_1(t)$; $b - u_2(t)$; $c - u_3(t)$; $d - u_4(t)$

Приклад 2. Реактивні двигуни розташовані на першому та четвертому вантажах, що забезпечують початкові швидкості $\theta' = \{1, 0, 0, 0.5\}$. Довжини ланок: $L = \{4.3, 5, 3.5, 6\}$;

На рис. 5 наведено конструкцію в момент часу $t = 1.76$. Її визначатимуть значення координат вектора відхилень $\theta = \{3.074, -2.276, 1.5, -0.6652\}$.

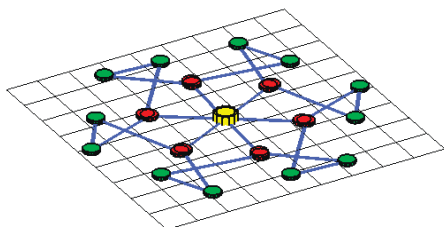
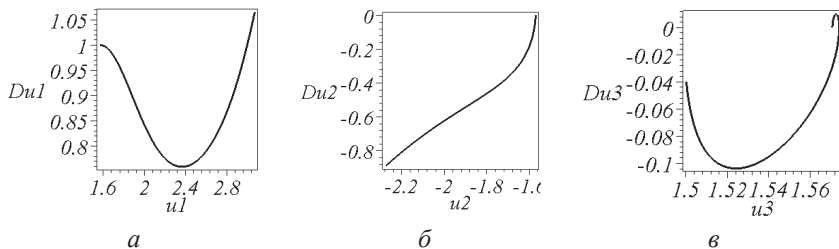


Рис. 5. Стержева конструкція прикладу 2 в момент часу $t = 1,76$

На рис. 6 зображені фазові траєкторії узагальнених координат коливання маятника для прикладу 4.



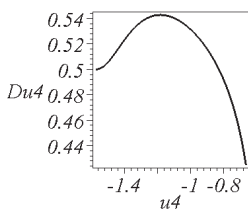


Рис. 6. Фазові траєкторії узагальнених координат для прикладу 2:
 $a - u_1(t)$; $b - u_2(t)$; $v - u_3(t)$; $z - u_4(t)$

Приклад 3. Реактивний двигун розташований тільки на другому вантажі, що забезпечує початкову швидкість: $\theta' = \{0, 5, 0, 0\}$; $L = \{1, 3, 3, 5\}$.

На рис. 7 наведено конструкцію в момент часу $t = 1.03$. Її визначатимуть значення координат вектора відхилень $\theta = \{5.190, 0.2166, -1.132, 1.539\}$.

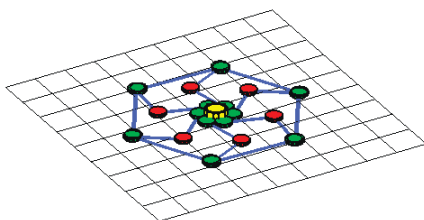


Рис. 7. Стержнева конструкція прикладу 3 в момент часу $t = 1.03$

На рис. 8 зображені фазові траєкторії узагальнених координат.

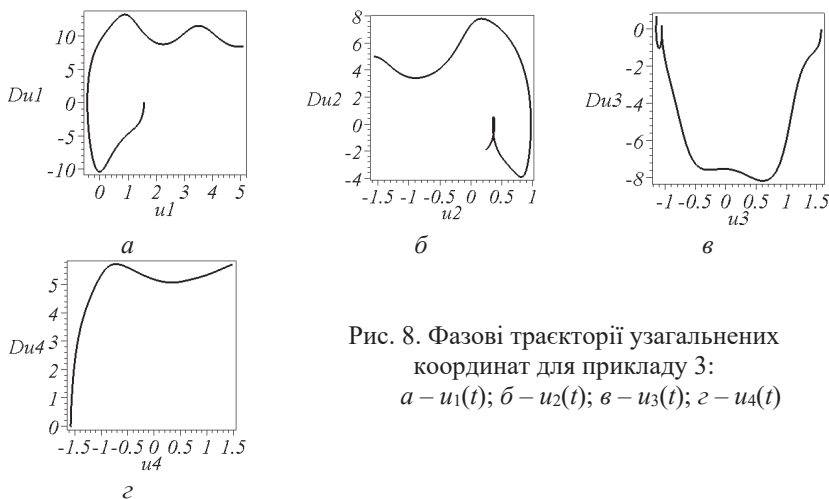


Рис. 8. Фазові траєкторії узагальнених координат для прикладу 3:
 $a - u_1(t)$; $b - u_2(t)$; $v - u_3(t)$; $z - u_4(t)$

Підводячи підсумки слід зазначити, що в результаті проведених досліджень побудовано геометричну модель розкриття у невагомості чотириланкового маятника на уявній площині, яка після доопрацювання дозволить створювати на практиці стержневу основу для споруд у космосі.

Висновки. Перевага розглянутого інерційного способу розкриття багатоланкової конструкції у невагомості полягає у наступному:

– нема потреби синхронізувати між собою засоби керування величинами кутів в окремих вузлах багатоланкової конструкції;

– технологія інерційного способу розкриття не є критичною до розмірів елементів ланок конструкції;

– для конструкцій з парною кількістю ланок маятника початкове розташування реактивного двигуна знаходиться в зоні кріплення маятника до космічного апарату, що є зручним при врахуванні компенсації дії імпульсу;

– завдяки використанню багатоланкових конструкцій, поєднаних попарно і з коливаннями ланок у протифазі, можна намагатись послабити (або навіть усунути) обертовий момент конструкції в цілому.

Результати роботи доцільно використовувати при проектуванні розкриття великогабаритних конструкцій в умовах невагомості, наприклад, каркасів для космічних сонячних дзеркал або антен.

Література

1. Lovegrove, K. Concentrating Solar Power Technology. Principles, Developments and Applications [Text] / K. Lovegrove, W. Stein. – Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2012. – 708 p.

2. Szuminski, W. Dynamics of multiple pendula without gravity [Text] / W. Szuminski // Chaotic Modeling and Simulation. – 2014. – Issue 1. – P. 57–67. – Available at: http://www.cmsim.eu/papers_pdf/january_2014_papers/7_CMSIM_Journal_2014_Szuminski_1_57-67.pdf

3. Борзых, С. В. Моделирование процесса раскрытия крупногабаритных солнечных батарей [Текст] / С. В. Борзых, Д. В. Бакулин, Ю. Н. Щиблев // Авиакосмическая техника и технология. – 1999. – № 1. – С. 35–41.

4. Бакулин, Д. В. Моделирование процесса раскрытия солнечных батарей [Текст] / Д. В. Бакулин, С. В. Борзых, Н. С. Ососов, Ю. Н. Щиблев // Математическое моделирование. – 2004. – Т. 16, № 6. – С. 88–92.

5. Бушуев, А. Ю. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади [Текст] / А. Ю. Бушуев, Б. А. Фарафонов // Математическое моделирование и численные методы. – 2014. – № 2. – С. 101–114.

6. Анохин, Н. В. Приведение многозвенного маятника в положение равновесия с помощью одного управляющего момента [Текст] / Н. В. Анохин // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2013. – № 5. – С. 44–53.

7. Бойков, В. Г. Программный комплекс автоматизированного динамического анализа многокомпонентных механических систем EULER [Текст] / В. Г. Бойков // САПР и графика. – 2009. – № 9. – С. 17–20.

8. Mart.inez-Alfaro H. Obtaining the dynamic equations, their simulation, and animation for n pendulums using Maple. Интернет ресурс. Режим доступу: <http://www2.esm.vt.edu/~anayfeh/conf10/Abstracts/martinez-alfaro.pdf>

9. Адашевська І.Ю. Геометричне моделювання коливань багатоланкових маятникових механічних систем. Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.01.01/ І.Ю. Адашевська - Київський національний університет будівництва і архітектури – Київ, 2006. –20 с.

10. Куценко Л.М. Геометричне моделювання коливань багатоланкових маятників. [Текст] / Л.М.Куценко, І.Ю. Адашевська – Харків: «НТМТ», 2008.– 176 с.

11. Куценко Л.М. Моделювання взаємних положень ланок маятника за умови відсутності гравітації [Текст] / Л.М.Куценко, І.Ю. Адашевська – Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць / МДПУ ім.. Б.Хмельницького. Мелітополь: Видавн. МДПУ ім.. Б.Хмельницького, 2017. – вип.. 9. - С. 85-89

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСКРЫТИЯ СИСТЕМЫ ЧЕТЫРЕХЗВЕННЫХ МАЯТНИКОВ В НЕВЕСОМОСТИ

Л.Л.Запольский

Разработана геометрическая модель раскрытия каркаса орбитального объекта как процесса колебания многозвенного маятника в условиях невесомости. Описание инерционного раскрытия маятника выполнено с помощью уравнения Лагранжа второго рода. Результаты предназначены для использования при проектировании раскрытия крупногабаритных конструкций, например, каркасов для космических солнечных зеркал или антенн.

Ключевые слова: многозвенный маятник, крупногабаритная конструкция, раскрытие в космосе, зеркало в космосе, уравнение Лагранжа второго рода.

GEOMETRICAL MODELING OF SYSTEM DISCLOSURE FOUR-LINK PENDULUM IN NEVOSOMOSTI

L.Zapolsky

A geometric model for the disclosure of the skeleton of an orbital object as a process of oscillating a multi-tiered pendulum under conditions of weightlessness is developed. The description of the inertial opening of the pendulum is performed using the Lagrange equation of the second kind. The results are intended for use in the design of the disclosure of large-sized structures, for example, skeletons for space solar mirrors or antennas.