

УДК 338.984:519.6

# МЕТОДЫ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ ВЫБОРЕ РЕЧЕВЫХ КОДЕКОВ С УЧЕТОМ СОВОКУПНОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА



[В.М. БЕЗРУК](#), [Ю.В. СКОРИК](#), [Д.В. ЧЕБОТАРЕВА](#)

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

**Abstract** – The article deals with the theoretical and practical aspects of multicriteria optimization methodology for selecting design solutions, optimal set of conflicting with each other indicators of quality. In the beginning of the set of feasible options allocated subset of Pareto-optimal solutions that are non-dominated options for an unconditional preference criterion. Other options are by far the worst, and are excluded from further consideration. Then a subset of Pareto narrows to a single design decision involving additional information from the experts. An example of application of multicriteria optimization methodology for multi-criteria selection of optimal speech codec based on five quality indicators: the coding rate speech coding quality assessment, implementation complexity, frame size, total delay. In the initial set of 23 variants of speech codecs a subset of Pareto-optimal, including 12 goals. In a subset of Pareto only option selected speech codec using the method of analysis of hierarchies Saaty for processing data received from the experts.

**Анотація** – Розглянуто теоретичні та практичні особливості застосування методології багатокритеріальної оптимізації проектних рішень для багатокритеріального вибору оптимальних мовних кодеків з урахуванням сукупності показників якості. Відмінною особливістю даної роботи є знаходження підмножини Парето-оптимальних варіантів мовних кодеків, а також подальше звуження підмножини Парето до єдиного варіанта мовного кодека на основі методу аналізу ієрархій.

**Аннотация** – Рассмотрены теоретические и практические особенности применения методологии многокритериальной оптимизации проектных решений для многокритериального выбора оптимальных речевых кодеков с учетом совокупности показателей качества. Отличительной особенностью данной работы есть нахождение подмножества Парето-оптимальных вариантов речевых кодеков, а также последующее сужение подмножества Парето до единственного варианта речевого кодека на основе метода анализа иерархий.

## Введение

С усложнением и увеличением стоимости проектируемых систем актуальным является нахождение оптимальных вариантов систем. В частности, при создании сетей IP-телефонии возникает необходимость выбора речевых кодеков, оптимальных с учетом совокупности показателей качества [1]. Учитывая, что показатели качества речевых кодеков являются зависимыми и противоречивыми между собой, при выборе оптимальных проектных вариантов существует необходимость применения методов многокритериальной оптимизации. Формальное решение задачи многокритериальной оптимизации систем сводится к нахождению некоторого подмножества недоминируемых по безусловному критерию предпочтению (Парето-

оптимальных) вариантов речевых кодеков [2-4]. Когда для последующих этапов проектирования должен быть выбран единственный вариант системы, возникает необходимость сужения подмножества Парето-оптимальных вариантов до единственного варианта с привлечением некоторой дополнительной информации [4, 5].

В данной статье рассмотрены теоретические и практические особенности применения методологии многокритериальной оптимизации проектных решений [4] для многокритериального выбора оптимальных речевых кодеков с учетом совокупности показателей качества. Приведен пример нахождения подмножества Парето-оптимальных вариантов речевых кодеков. Сужение подмножества Парето до единственного варианта речевого кодека выполнено на основе метода анализа иерархий Саати [5].

## I. Методология нахождения подмножества Парето-оптимальных вариантов системы

На начальных этапах проектирования из-за априорной неопределенности, как правило, не удастся в формализованном виде задать скалярный критерий оптимальности системы, который приводит к выбору единственного проектного варианта системы  $\phi^{(o)} = \underset{\phi \in \Phi_{\Delta}}{\operatorname{argextr}}[U(\phi)]$  из множества допустимых вариантов  $\Phi_{\Delta}$ . Поэтому систему  $\phi \in \Phi_{\Delta}$  характеризуют совокупностью показателей качества и связанной с ними векторной целевой функцией

$$\vec{k}(\phi) = (k_1(\phi), \dots, k_i(\phi), \dots, k_n(\phi)), \quad (1)$$

заданной на множестве  $\Phi_{\Delta}$ .

Показатели качества системы обычно являются зависимыми и противоречивыми между собой. При этом возникают задачи оптимизации проектных решений по совокупности показателей качества. Эти задачи также называются задачами многокритериальной либо векторной оптимизации [2, 3]. В результате решения таких задач в общем случае находится не один вариант, а некоторое подмножество Парето-оптимальных вариантов системы, которые являются недоминируемыми по безусловному критерию предпочтения. Парето-оптимальные варианты системы могут быть найдены либо непосредственно на множестве  $\Phi_{\Delta}$  с применением введенных бинарных отношений строгого предпочтения, либо в пространстве векторных оценок показателей качества (1), которое также называется критериальным пространством

$$V = \vec{K}(\Phi_{\Delta}) = \{\vec{v} \in R^m \mid \vec{v} = (k_1(\phi), k_2(\phi), \dots, k_n(\phi)), \phi \in \Phi_{\Delta}\}. \quad (2)$$

Выделение подмножества Парето-оптимальных вариантов систем в критериальном пространстве сводится к нахождению подмножества соответствующих им недоминируемых по бинарному отношению  $\geq$  векторных оценок  $\vec{k}(\phi^o) \in V^o = \operatorname{opt}_{\geq} V$  [2-4]:

$$\operatorname{opt}_{\geq} V = \{\vec{k}(\phi^o) \in V^o \mid \forall \vec{k}(\phi) \in V : \vec{k}(\phi) \geq \vec{k}(\phi^o)\}. \quad (3)$$

Процедура выбора оптимальных по критерию Парето векторных оценок и соответствующих им недоминируемых вариантов систем согласно (3) означает, что векторная оценка  $\vec{k}(\phi^0)$  включается в подмножество Парето, если не существует других оценок  $\vec{k}(\phi)$ , для которых было бы справедливо бинарное отношение  $\vec{k}(\phi) \geq \vec{k}(\phi^0)$ . После выбора Парето-оптимальных вариантов системы остальные варианты являются безусловно худшими и исключаются из дальнейшего рассмотрения. При этом для оптимальных по критерию Парето вариантов систем достигается согласованный оптимум введенных показателей качества. Такой оптимум означает, что дальнейшее улучшение каждого из показателей качества может быть достигнуто лишь за счет ухудшения остальных показателей качества системы.

В ряде случаев, когда для последующих этапов проектирования должен быть выбран единственный вариант системы, возникает необходимость сужения подмножества Парето-оптимальных вариантов до единственного проектного варианта системы с привлечением некоторой дополнительной информации. Существуют разные методы сужения подмножества Парето до единственного варианта: на основе применения функций ценности, на основе теории размытых множеств, на основе лексографических отношений, на основе метода анализа иерархий Саати и др. [4, 5].

Рассмотрим более подробно практические особенности нахождения Парето-оптимальных вариантов и выбор единственного варианта из подмножества Парето на примере многокритериального выбора речевых кодеков, который имеет место при проектировании сетей IP-телефонии.

## II. Нахождение подмножества Парето-оптимальных речевых кодеков с учетом совокупности показателей качества

Для проведения сравнительного анализа речевых кодеков и выбора оптимального варианта кодека с учетом совокупности показателей качества использовались данные о 23-х речевых кодеках, которые характеризуются пятью показателями качества:  $k_1$  – скорость кодирования,  $k_2$  – оценка качества кодирования речи,  $k_3$  – сложность реализации,  $k_4$  – размер кадра,  $k_5$  – суммарная задержка [1]. Нетрудно видеть, что показатели качества речевых кодеков связаны и противоречивы между собой. Проанализируем эти показатели качества.

*Временная задержка* увеличивается с увеличением размера кадра, а также с увеличением сложности алгоритма кодирования. При передаче речи допустимая задержка в одном направлении не может быть больше 250 мс.

*Размер кадра* влияет на качество воспроизводимой речи: чем длиннее кадр, тем более эффективно моделируется речь. С другой стороны, большие кадры увеличивают влияние задержки на обработку передаваемой информации. Размер кадра кодека определяется компромиссом между этими требованиями.

*Сложность алгоритма кодирования* связана с необходимыми вычислениями в реальном времени. Сложность алгоритма определяет скорость обработки, измеряемую в

миллионах инструкций в секунду (Millions of Instructions per second, MIPS). Сложность обработки влияет на физические размеры кодирующего, декодирующего или комбинированного устройства, а также на его стоимость и потребляемую мощность.

Оценка качества кодирования речи с использованием различных кодеков, которая производится с помощью характеристики MOS (Mean Opinion Score), это усредненное совокупное мнение по 5-бальной шкале.

В табл. 1 приведены результаты преобразования исходных значений показателей качества речевых кодеков. В частности, выполнены операции нормирования показателей к максимальным значениям  $k_{iH} = \frac{k_i}{k_{i\max}}$ . Затем показатели были преобразованы в сопоставимый вид, чтобы все показатели носили однотипный характер в зависимости от технических характеристик кодеков. В частности, для показателей  $k_3$  и  $k_5$  выполнены преобразования  $k'_{3H} = \frac{1}{k_{3H}}$ ,  $k'_{5H} = \frac{1}{k_{5H}}$ .

Таблица 1. Выбор Парето-оптимальных вариантов речевых кодеков

Таблица 1. Выбор Парето-оптимальных вариантов речевых кодеков

№ кодека	Тип кодека	$k_{1H}$	$k_{2H}$	$k_{3H}$	$k_{4H}$	$k_{5H}$	Парето-оптимальные варианты (+)
K1	G 711	1	0,851	0,604	0,004	0,515	-
K2	G 721	0,5	0,911	1	0,004	1	+
K3	G 722	0,75	0,851	0,604	0,004	0,969	-
K4	G 722a	0,875	1	0,604	0,004	0,969	+
K5	G 722b	1	0,918	0,604	0,004	0,969	+
K6	G 723.1a	0,083	0,8	0,439	1	0,818	+
K7	G 723.1	0,1	0,867	0,424	1	0,818	+
K8	G 726	0,375	0,822	0,748	0,004	1	-
K9	G 726a	0,5	0,9	0,748	0,004	1	-
K10	G 726b	0,625	0,866	0,748	0,004	1	+
K11	G 727	0,375	0,822	0,727	0,004	1	-
K12	G 727a	0,5	0,9	0,727	0,004	1	-
K13	G 727b	0,625	0,866	0,727	0,004	1	-
K14	G 728	0,25	0,889	0,281	0,021	1	+
K15	G 729	0,125	0,9	0,317	0,333	0,879	+
K16	G 729a	0,125	0,878	0,669	0,333	0,879	+
K17	G 729b	0,125	0,9	0,309	0,333	0,879	-
K18	G 729ab	0,125	0,878	0,626	0,333	0,879	-
K19	G 729e	0,125	0,911	0,237	0,333	0,879	-
K20	G 729ea	0,184	0,915	0,237	0,333	0,879	+
K21	G 727c	0,25	0,889	0,727	0,004	1	-
K22	G 728a	0,2	0,911	0,453	0,021	1	+
K23	G 729d	0,1	0,889	0,359	0,333	0,879	+

На основе полученных данных в критериальном пространстве векторных оценок из исходного множества из 23-х вариантов речевых кодеков выделено, согласно (3), подмножество Парето-оптимальных вариантов, которое включало 12 вариантов речевых кодеков (в табл. 1 они отмечены знаком +).

### III. Выбор единственного варианта речевого кодека из подмножества Парето методом анализа иерархий Саати

Метод анализа иерархий состоит в декомпозиции проблемы выбора единственного варианта системы на простые составляющие части и получении численных данных суждений экспертов по парным сравнениям различных элементов проблемы выбора. В результате обработки полученных данных получаются оценки компонентов вектора глобальных приоритетов, характеризующего приоритетность сравниваемых вариантов системы [5].

Для случая выбора единственного варианта из подмножества Парето-оптимальных речевых кодеков принцип декомпозиции предусматривает структурирование проблемы выбора в виде иерархии, которая включает три уровня: уровень 1 – цель выбора, уровень 2 – показатели качества, уровень 3 – варианты речевых кодеков (рис. 1).

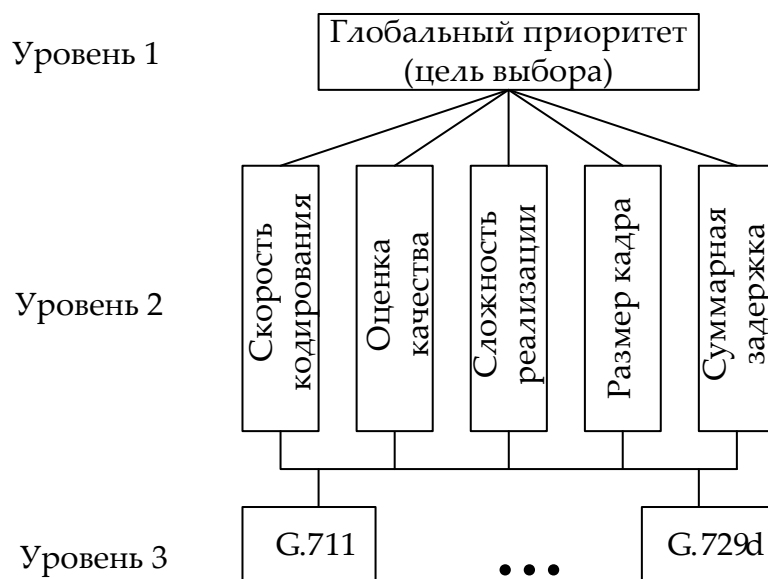


Рис. 1. Декомпозиция задачи выбора в иерархию сравнения кодеков

Для получения вектора глобальных приоритетов сравниваемых вариантов речевых кодеков с привлечением суждений опытных экспертов на каждом уровне иерархии формируется и выполняется обработка матриц парных сравнений альтернатив. Основные вычислительные процедуры при обработке матрицы парных сравнений определяются соотношениями [5]:

Матрица парных сравнений				Вычисление оценки компонентов собственного вектора	Получение оценки вектора приоритетов
	$K_1$	$K_2$	... $K_n$		
$K_1$	$\frac{w_1}{w_1}$	$\frac{w_1}{w_2}$	... $\frac{w_1}{w_n}$	$\sqrt[n]{\frac{w_1}{w_1} \times \frac{w_1}{w_2} \times \dots \times \frac{w_1}{w_n}} = V_1$	$\frac{V_1}{S} = P_1$
$K_2$	$\frac{w_2}{w_1}$	$\frac{w_2}{w_2}$	... $\frac{w_2}{w_n}$	(4) $\sqrt[n]{\frac{w_2}{w_1} \times \frac{w_2}{w_2} \times \dots \times \frac{w_2}{w_n}} = V_2$	(5) $\frac{V_2}{S} = P_2$ (6)
...	...	...	...	...	...
$K_n$	$\frac{w_n}{w_1}$	$\frac{w_n}{w_2}$	... $\frac{w_n}{w_n}$	$\sqrt[n]{\frac{w_n}{w_1} \times \frac{w_n}{w_2} \times \dots \times \frac{w_n}{w_n}} = V_n$	$\frac{V_n}{S} = P_n$

Здесь  $\frac{w_i}{w_j} = a_{ij}$  – числовые оценки парных сравнений показателей качества,  $S = \sum_{i=1}^n V_i$ .

Согласно (5) компоненты главного собственного вектора матрицы парных сравнений вычисляются как среднее геометрическое значение в строке матрицы парных сравнений, а компоненты вектора приоритетов согласно (6) вычисляются как нормированные значения компонент главного собственного вектора.

Рассмотрен пример выбора единственного варианта речевого кодека из подмножества Парето-оптимальных речевых кодеков, данные для которых приведены в табл. 1. При вычислениях использовался разработанный программный комплекс, реализующий в среде Microsoft Excel вычислительные процедуры выбора единственного варианта кодека вышеописанным методом Саати.

Построена матрица парных сравнений на втором уровне иерархии - для совокупности показателей качества  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$ . Для заполнения этой таблицы с помощью опытного эксперта выполнены парные сравнения важности показателей качества речевых кодеков. Диагональ этой матрицы заполнена значениями "1", а элементы матрицы, лежащие ниже диагонали, заполнены обратными значениями. Матрица парных сравнений, а также результаты вычисления значений компонент собственного вектора  $\vec{V}$  и вектора приоритетов показателей качества  $\vec{P}$  согласно (5) и (6) приведены в табл. 2.

Далее выполнены парные сравнения альтернатив на третьем уровне иерархии. В частности, выполнены парные сравнения речевых кодеков по отношению к выбранным показателям качества: скорости кодирования, качеству кодирования речи, сложности реализации, размеру кадра, суммарной задержке. В результате обработки полученных матриц парных сравнений согласно (5) и (6) вычислены компоненты соответствующих собственных векторов и векторов приоритетов.

Для примера в табл. 3 приведена матрица парных сравнений речевых кодеков по отношению к сложности реализации, а также вычисленные компоненты главного собственного вектора  $\vec{V}$  и соответствующего вектора приоритетов речевых кодеков  $\vec{O}_3$ .

Таблица 2. Матрица парных сравнений показателей качества и результаты вычисления компонентов вектора приоритетов

	A	B	C	D	E	F	I	J	K	L
1										
2										
3		K1	K2	K3	K4	K5		V		P
4	K1	1	4	3	5	7		3,3		0,5
5	K2	1/4	1	3	5	7		1,9		0,3
6	K3	1/3	1/3	1	3	5		1,1		0,2
7	K4	1/5	1/5	1/3	1	3		0,5		0,1
8	K5	1/7	1/7	1/5	1/3	1		0,3		0

Таблица 3. Матрица парных сравнений речевых кодеков по отношению к сложности реализации и результаты вычисления компонентов вектора приоритетов речевых кодеков

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	P	Q	R	S
1																	
2																	
3		K2	K4	K5	K6	K7	K10	K14	K15	K16	K20	K22	K23		V		O <sub>3</sub>
4	K2	1	5	5	7	7	3	7	9	5	9	5	7		5,17		0,25
5	K4	1/5	1	1/4	5	7	1/5	9	7	1/5	9	5	7		1,83		0,09
6	K5	1/5	4	1	5	5	1/5	7	7	1/5	9	5	7		2,19		0,11
7	K6	1/7	1/5	1/5	1	3	1/7	7	5	1/7	7	3	5		1,02		0,05
8	K7	1/7	1/7	1/5	1/3	1	1/7	7	5	1/7	5	3	7		0,83		0,04
9	K10	1/3	5	5	7	7	1	9	9	3	9	7	7		4,33		0,21
10	K14	1/7	1/9	1/7	1/7	1/7	1/9	1	1/7	1/9	3	1/7	1/5		0,21		0,01
11	K15	1/9	1/7	1/7	1/5	1/5	1/9	7	1	1/7	5	1/7	1/5		0,33		0,02
12	K16	1/5	5	5	7	7	1/3	9	7	1	9	7	9		3,46		0,17
13	K20	1/9	1/9	1/9	1/7	1/5	1/9	1/3	1/5	1/9	1	1/9	1/7		0,17		0,01
14	K22	1/5	1/5	1/5	1/3	1/3	1/7	7	7	1/7	9	1	5		0,76		0,04
15	K23	1/7	1/7	1/7	1/5	1/7	1/7	5	5	1/9	7	1/5	1		0,44		0,02

Аналогично вычислены компоненты векторов приоритетов  $\vec{O}_i$  по отношению к скорости кодирования, к задержке при кодировании, к размеру кадра, к качеству кодирования речи. Компоненты этих векторов приведены в виде соответствующих

столбцов в табл. 4. В этой таблице в нижней строке также приведены полученные ранее (в табл. 2) компоненты вектора приоритетов показателей качества  $\vec{P}$ . С использованием этих данных вычислены значения компонентов вектора глобальных приоритетов  $\vec{C}$  согласно:

$$C_j = \sum_{i=1}^5 P_i Q_{ij}, \quad j = \overline{1,12}. \quad (7)$$

Вычисленные значения компонентов вектора глобальных приоритетов речевых кодеков  $\vec{C}$  приведены в последнем столбце табл. 4.

Таблица 4. Результаты вычисления компонентов вектора глобальных приоритетов речевых кодеков

Типы кодеков	Компоненты векторов приоритетов речевых кодеков по отношению к показателям качества $\vec{O}_i, i = \overline{1,5}$					Компоненты вектора глобальных приоритетов $\vec{C}$
	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	
G 721	0,26	0,13	0,25	0,02	0,21	0,2
G 722a	0,02	0,24	0,09	0,01	0,09	0,09
G 722b	0,01	0,15	0,11	0,01	0,09	0,07
G 723.1a	0,03	0,01	0,05	0,23	0,01	0,04
G 723.1	0,04	0,03	0,04	0,26	0,01	0,05
G 726b	0,02	0,02	0,21	0,02	0,15	0,06
G 728	0,22	0,05	0,01	0,04	0,17	0,13
G 729	0,06	0,08	0,02	0,11	0,05	0,06
G 729a	0,06	0,03	0,17	0,09	0,02	0,07
G 729ea	0,01	0,09	0,01	0,08	0,04	0,08
G 728a	0,12	0,11	0,04	0,03	0,12	0,1
G 729d	0,05	0,06	0,02	0,1	0,04	0,05
Компоненты вектора $\vec{P}$	0,47	0,27	0,15	0,07	0,04	

Согласно методу Саати единственный вариант речевого кодека из подмножества Парето-оптимальных вариантов выбирался по максимальному значению соответствующего компонента вектора глобальных приоритетов  $\vec{C}$ . В данном случае таким кодеком оказался речевой кодек G 721, который характеризуется следующими показателями качества: скорость кодирования – 32 кбит/с, качество кодирования речи – 4,1, сложность реализации – 7,2 MIPS, размер кадра – 0,125 мс, суммарная задержка – 30 мс.



## Выводы

1. Рассмотрены теоретические и практические аспекты применения методологии многокритериальной оптимизации для выбора проектных решений, оптимальных по совокупности зависимых и противоречивых между собой показателей качества. При этом вначале из множества допустимых вариантов системы выделяется подмножество Парето-оптимальных вариантов, которые являются недоминируемыми вариантами системы по безусловному критерию предпочтения. Остальные варианты системы являются безусловно худшими и исключаются из дальнейшего рассмотрения. Затем подмножество Парето сужается до единственного варианта системы с привлечением дополнительных данных от опытных экспертов и последующей обработкой этих данных методом анализа иерархий Саати.

2. Приведен пример применения методологии многокритериальной оптимизации для многокритериального выбора оптимальных речевых кодеков серии «G» с учетом 5 показателей качества: скорости кодирования, оценки качества кодирования речи, сложности реализации, размера кадра, суммарной задержки. В исходном множестве из 23-х вариантов речевых кодеков выделено подмножество Парето-оптимальных вариантов, которое включало 12 вариантов. В этом подмножестве с применением метода анализа иерархий Саати выбран единственный вариант речевого кодека – G 721. При вычислениях использовался программный комплекс, реализующий этот метод в среде Microsoft Excel.

## Список литературы:

1. Семенов Ю.В. Проектирование сетей связи следующего поколения. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 236 с.
2. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 176 с.
3. Березовский Б.А., Барышников Ю.М., Борзенко В.И., Кепнер Л.М. Многокритериальная оптимизация. Математические аспекты. – М.: Наука, 1986. – 254 с.
4. Чеботарёва Д.В., Безрук В.М. Многокритериальная оптимизация проектных решений при планировании сотовых сетей мобильной связи. – Х. : Компания СМИТ, 2013. – 148 с.
5. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.