

УДК 621.39

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ СПЕКТРІВ СИГНАЛІВ ПРИ ЗДІЙСНЕННІ БАГАТОПОЗИЦІЙНОЇ ІМПУЛЬСНОЇ МОДУЛЯЦІЇ



І.В. ГОРБАТИЙ

Національний університет
"Львівська політехніка"

Abstract – The pulse modulated signals use in the telecommunication systems and networks for the direct data transmission in the baseband of frequencies and as modulating signals during realization of bandpass modulation, in particular M-ary phase shift keying (M-PSK), M-ary quadrature amplitude modulation (M-QAM), M-ary amplitude modulation of many components (M-AMMC). For achievement of high spectrum efficiency of the telecommunication systems and networks it is necessary to apply the modulated signals, that characterize by the narrow width of power spectrums and provide a high speed of data transmission. Aim of this work there is a research of analytical and numeral methods for calculation of power spectrums of multiposition pulse-amplitude modulated signals for the search among them of such which give the highest exactness of get results at the minimum possible time of calculation. By means of known and new methods the power spectrums of multiposition pulse-amplitude modulated signals, that apply during realization of varieties of bandpass modulation 8-PSK, 8-QAM and 8-AMMC, was explored. As a result of researches it set, that among the consider methods for the calculation of spectrums of pulse modulated signals the most expediently to apply is an offer analytical method of determination of spectral descriptions of modulating signals, that used during realization of different kinds of manipulation of carrier, in case of use of which the error of calculation is absent and the time of calculation is minimum.

Анотація – За допомогою відомих та нових методів досліджено спектри потужності багатопозиційних імпульсно-модульованих сигналів. За результатами досліджень виявлено, що серед розглянутих методів для обчислення спектрів імпульсно-модульованих сигналів найбільш доцільним для застосування є запропонований аналітичний метод визначення спектральних характеристик модулюючих сигналів, що застосовуються при здійсненні різних видів маніпуляції носійного коливання, при використанні якого відсутня похибка обчислення при мінімальному часі обчислення.

Аннотация – С помощью известных и новых методов исследованы спектры мощности многопозиционных импульсно-модулированных сигналов. По результатам исследований выявлено, что среди рассмотренных методов для вычисления спектров импульсно-модулированных сигналов наиболее целесообразным для применения является предложенный аналитический метод определения спектральных характеристик модулирующих сигналов, применяемых при осуществлении различных видов манипуляции несущего колебания, при использовании которого отсутствует погрешность вычисления при минимальном времени вычисления.

Вступ

У телекомунікаційних системах та мережах для передавання даних широко застосовують сигнали, отримані при здійсненні низькочастотної модуляції (модуляції

в основній смузі частот). При цьому у якості носійної застосовують послідовність відеоімпульсів (переважно прямокутних). У процесі модуляції здійснюють зміну параметрів цих імпульсів. Тому таку модуляцію ще називають імпульсною модуляцією (ІМ). Залежно від параметра імпульсу, який змінюють під дією модулюючого сигналу, розрізняють амплітудно-імпульсну модуляцію (АІМ), тривало-імпульсну або широтно-імпульсну модуляцію (ТІМ/ШІМ), часо-імпульсну модуляцію (ЧІМ), до різновидів якої належить фазо-імпульсна модуляція (ФІМ) і частотно-імпульсна модуляція (ЧІМ). Взагалі при теоретичних дослідженнях усі перераховані сигнали можна представити у вигляді послідовності прямокутних імпульсів із різною амплітудою та тривалістю, тобто у вигляді багатопозиційних (за амплітудою) імпульсно-модульованих сигналів. Слід зазначити, що імпульсно-модульовані сигнали використовують у телекомунікаційних системах та мережах як для безпосереднього передавання даних в основній смузі частот, так і у якості модулюючих сигналів при здійсненні смугової модуляції, зокрема, амплітудної, частотної, фазової та амплітудно-фазової маніпуляції.

Важливими характеристиками телекомунікаційних систем та мереж, призначених для передавання даних, є енергетична (β), частотна (γ) та інформаційна (η) ефективність [1-3]. Коефіцієнт β є оберненою величиною до відношення енергії одного біта інформації до енергетичної спектральної густини білого шуму, яке необхідно забезпечити в системі чи мережі для досягнення передавання даних з імовірністю помилки, що не перевищує певної заданої величини. Коефіцієнт γ характеризує досягну швидкість передавання інформації в телекомунікаційній системі чи мережі в нормованій смузі частот 1 Гц. Інформаційна ефективність η залежить від енергетичної та частотної ефективності і показує наскільки швидкість передавання даних менша пропускної здатності телекомунікаційної системи (наскільки ефективно використовується пропускна здатність системи). Частотна ефективність системи буде тим вищою, чим більше бітів даних можливо передати за одиницю часу за допомогою інформаційного модульованого сигналу, ширина спектра якого дорівнює смузі пропускання системи, величиною 1 Гц.

Таким чином, для досягнення високої частотної та інформаційної ефективності телекомунікаційної системи чи мережі необхідно застосовувати інформаційні модульовані сигнали, що характеризуються вузькою шириною спектра та забезпечують високу швидкість передавання даних.

Для оцінювання частотної ефективності телекомунікаційних систем та мереж при використанні певних модульованих сигналів необхідно визначити їх спектральні характеристики, зокрема, точно визначити ширину спектра таких сигналів. Вивченню спектральних характеристик сигналів при здійсненні різних видів модуляції присвячено велику кількість наукових праць [4-8]. У зв'язку з великою кількістю відомих методів визначення спектрів модульованих сигналів актуальною задачею залишається виявлення серед них таких, які забезпечують високу точність отриманих результатів при невеликому обмеженому часі обчислення.

Метою цієї роботи є дослідження аналітичних і числових методів визначення спектральних характеристик багатопозиційних за амплітудою імпульсно-модульованих сигналів для виявлення серед них таких, які забезпечують найвищу точність отриманих результатів при мінімально можливому часі обчислення.

I. Методи дослідження спектрів імпульсно-модульованих сигналів на основі автокореляційної функції послідовності інформаційних символів

У разі застосування послідовності прямокутних відеоімпульсів у якості носійної будь-який із перерахованих вище імпульсно-модульованих сигналів можна представити у вигляді послідовності прямокутних імпульсів із різною амплітудою та тривалістю, тобто у вигляді математичної моделі сигналу [9]:

$$u_m(t) = U_{\tau_{mk}} \text{ при } t_{k-1} < t \leq t_k, \quad k = 1, 2 \dots K, \quad (1)$$

де $U_{\tau_{mk}}$ – амплітуда імпульсно-модульованого сигналу на інтервалі часу $t_k - t_{k-1} = \tau_k$; K – кількість інтервалів.

Відомо ряд методів визначення спектрів сигналів, отриманих при використанні низькочастотної модуляції. У ряді випадків при визначенні спектрів зручно представити низькочастотний дискретний сигнал у вигляді випадкового процесу, що є періодичним процесом (з періодом T) та характеризується постійною складовою й автокореляційною функцією. Згідно з [10, 11] середня спектральна густина потужності такого сигналу дорівнює

$$S_{pm}(f) = \frac{1}{T} |G(f)|^2 R_K(f), \quad (2)$$

де $G(f)$ – спектральна густина одиночного імпульсу; $R_K(f)$ – спектральна густина потужності послідовності K інформаційних символів; f – частота.

Співвідношення для обчислення спектральної густини одиночного прямокутного імпульсу та інших широкосмугованих імпульсів наведені в літературі, зокрема, [12-14]. Спектральну густина потужності послідовності K інформаційних символів обчислюють згідно зі співвідношенням [10, 11]:

$$R_K(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_K(m) e^{-j2\pi f m T}, \quad (3)$$

де $r_K(m)$ – автокореляційна функція послідовності інформаційних символів.

Можна показати, що спектральна густина потужності досліджуваного сигналу для випадку, коли інформаційні імпульси некорельовані, має дві складові [10]:

$$S_{p,m}(f) = \frac{\sigma^2}{T} |G(f)|^2 + \frac{\mu^2}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| G\left(\frac{m}{T}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right), \quad (4)$$

де σ – дисперсія послідовності інформаційних символів; μ – середнє значення послідовності інформаційних символів; $\delta(f)$ – дельта-функція.

У загальному випадку за допомогою (4) можливо представити спектральну густину потужності сигналів при застосуванні довільних різновидів низькочастотної модуляції. Залежно від форми використаного одиночного імпульсу можна отримати відповідні співвідношення для обчислення спектральної густини потужності сигналу. Зокрема, при використанні прямокутного імпульсу у якості одиночного імпульсу (наприклад, у разі низькочастотної АІМ) отримано таке співвідношення [10]:

$$S_{p,m}(f) = \sigma^2 A^2 T \left(\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 + \mu^2 A^2 \delta(f), \quad (5)$$

де A – амплітуда прямокутного імпульсу.

Для дискретних сигналів у вигляді послідовності K прямокутних відеоімпульсів з однаковою тривалістю середнє значення μ і дисперсію δ можливо обчислити за допомогою співвідношень, наведених у [15]:

$$\mu = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_k, \quad (6)$$

$$\delta = \frac{1}{K-1} \left(\sum_{k=1}^K (a_k)^2 - \frac{1}{K} \left(\sum_{k=1}^K a_k \right)^2 \right) = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (a_k - \mu)^2, \quad (7)$$

де a_k – амплітуди імпульсів на k -х інтервалах часу.

Згідно з іншим методом [16] автокореляційну функцію $r_K(m)$ послідовності інформаційних символів у вигляді прямокутних імпульсів із M можливими рівнями амплітуди обчислюють відповідно до наступної формули:

$$r_K(m) = \sum_{i=1}^M (a_i a_{i+m})_i p_i, \quad (8)$$

де a_k, a_{k+m} – амплітуди імпульсів на k -му й $(k+m)$ -му інтервалі часу; p_i – імовірність появи поєднання амплітуд a_k, a_{k+m} .

Для такого випадку в [16] наведено ряд співвідношень для обчислення спектральної густини потужності сигналу у вигляді послідовності прямокутних імпульсів із різ-

ною кількістю рівнів амплітуди, зокрема, для 8-рівневого АІМ-сигналу спектральна густина потужності дорівнює

$$S_{pm}(f) = 21A^2T_s \left[\frac{\sin(\pi f T_s)}{\pi f T_s} \right]^2 = 63A^2T_b \left[\frac{\sin(\pi f 3T_b)}{\pi f 3T_b} \right]^2, \quad (9)$$

де T_s – тривалість символу; T_b – тривалість біта інформації.

За результатами досліджень із використанням розглянутих методів встановлено, що співвідношення (2), (4), (5) і (9) описують не спектральну густина потужності, а її огинаючу або її усереднене значення, оскільки для періодичного сигналу у вигляді послідовності імпульсів певної форми спектр є дискретним, а ці формули описують безперервні частотно-залежні функції. Тому більш точно спектр сигналу при використанні низькочастотної модуляції можливо отримати або за допомогою числових методів обчислення, або за допомогою аналітичних методів на основі перетворення Фур'є.

II. Числові та аналітичні методи дослідження спектрів імпульсно-модульованих сигналів на основі перетворення Фур'є

Одним із способів обчислення спектра потужності сигналу $u_m(t)$ за допомогою числових методів є застосування в середовищі Mathcad такого співвідношення:

$$S_{pm}(f) = \begin{cases} \left| a \cdot \int_{-b}^b u_m(t) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 & \text{при } f = 0, \\ \frac{1}{2} \left| a \cdot \int_{-b}^b u_m(t) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 & \text{при } f = f_n, f_n + \Delta f, \dots, f_s, \\ \left| \frac{1}{2} a \cdot \int_{-b}^b u_m(t) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 & \text{при } f > 0, \end{cases} \quad (10)$$

де a, b – константи; f_n, f_s – нижня й верхня частоти діапазону, в якому обчислюють спектр, Гц; Δf – крок зміни частоти при обчисленні спектра, Гц.

При використанні меншого кроку зміни частоти при інтеграції можна отримати спектр потужності більш точно (кожна складова спектра буде вужчою), але при цьому зросте час обчислення. Тому перевагою числових методів обчислення є те, що їх можна використовувати для широкого класу сигналів, проте підвищення точності результатів передбачає зменшення кроку зміни частоти, що спричиняє істотне збільшення часу обчислення.

Перевагою аналітичних методів обчислення спектра сигналу на основі перетворення Фур'є є висока точність. Складність отримання спектра таким чином полягає у необхідності отримання окремих аналітичних співвідношень для кожного сигналу, що є послідовністю заданої кількості імпульсів певної форми.

Тому викликає зацікавленість отримання універсальних аналітичних формул, придатних для визначених широкоживаних у сучасних телекомунікаційних системах та мережах класів сигналів і отриманих із використанням розкладання таких сигналів у ряд Фур'є. Розглянемо детальніше такі методи обчислення спектрів сигналів при використанні низькочастотної модуляції.

Періодичний імпульсно-модульований сигнал (1) за допомогою ряду Фур'є може бути представлений у вигляді суми нескінченної кількості гармонік і постійної складової, а також описаний таким чином [3]:

$$u_m(t) = U_{m_0} + \sum_{i=1}^{\infty} U_{m_i} \cos(\Omega_{m_i} t + \Phi_{m_i}), \quad (11)$$

де U_{m_0} – амплітуда постійної складової, В; U_{m_i} – амплітуди гармонік, В; $\Omega_{m_i} = 2\pi f_{m_i}$ – кутові частоти гармонік, що утворюють упорядковану зростаючу послідовність, рад/с; f_{m_i} – частоти гармонік, Гц; Φ_{m_i} – початкові фази гармонік, рад.

Спектр потужності $|S_{pm}(f)|$ імпульсно-модульованого сигналу отримаємо, зобразивши постійну складову з потужністю $P_{m_0} = U_{m_0}^2$, i -ї гармоніки з потужностями $P_{m_i} = U_{m_i}^2 / 2$ на частотах $f_{m_i} = i \cdot f_{1_m}$. Тут f_{1_m} – основна частота послідовності, що утворює періодичний сигнал с періодом $T_m = 1 / f_{1_m}$. Обчислення спектра послідовності K прямокутних імпульсів при великих значеннях K є дуже громіздкою процедурою, тому при знаходженні спектрів таких сигналів доцільно скористатися раніше запропонованим аналітичним методом визначення спектральних характеристик модулюючих сигналів, що застосовують при здійсненні різних видів маніпуляції носійного коливання [3]. З використанням цього методу для сигналу (1), що є періодичною послідовністю K прямокутних відеоімпульсів із періодом $T_m = \sum_{k=1}^K \tau_{m_k}$, тривалістю $\tau_k = t_k - t_{k-1}$ й амплітудами $U_{\tau_{m_k}}$, що починаються в моменти часу t_{k-1} , закінчуються в моменти часу t_k , можливо визначити постійну складову спектра потужності P_{m_0} й потужності P_{m_i} i -их спектральних складових із використанням співвідношень:

$$P_{m_0} = \left[\frac{1}{T_m} \sum_{k=1}^K U_{\tau_{m_k}} \tau_{m_k} \right]^2, \quad (12)$$

$$P_{m_i} = \frac{1}{2i^2 \pi^2} \left[\left[\sum_{k=1}^K (U_{\tau_{m_k}} - U_{\tau_{m_{k+1}}}) \sin \left(\frac{2i\pi}{T_m} \left(t_0 + \sum_{k=1}^k \tau_{m_{k1}} \right) \right) \right]^2 + \left[\sum_{k=1}^K (U_{\tau_{m_k}} - U_{\tau_{m_{k+1}}}) \cos \left(\frac{2i\pi}{T_m} \left(t_0 + \sum_{k=1}^k \tau_{m_{k1}} \right) \right) \right]^2 \right]. \quad (13)$$

Огинаючи спектра потужності обчислюють згідно зі співвідношенням

$$|S_{p_{M_{02}}}(f)| = \frac{1}{2(\pi f T_M)^2} \left[\left[\sum_{k=1}^K (U_{\tau_{M_k}} - U_{\tau_{M_{k+1}}}) \sin \left(2\pi f \left(t_0 + \sum_{k1=1}^k \tau_{M_{k1}} \right) \right) \right]^2 + \left[\sum_{k=1}^K (U_{\tau_{M_k}} - U_{\tau_{M_{k+1}}}) \cos \left(2\pi f \left(t_0 + \sum_{k1=1}^k \tau_{M_{k1}} \right) \right) \right]^2 \right]. \quad (14)$$

При використанні співвідношень (12)–(14) вважають, що $U_{\tau_{M_{K+1}}} = U_{\tau_{M_1}}$.

Особливістю запропонованого аналітичного методу є те, що за його допомогою можливо здійснювати обчислення потужності спектральних складових імпульсно-модульованих сигналів із використанням довільних засобів обчислення, оскільки час обчислення незначний порівняно із застосуванням числових методів (наприклад, з використанням програми Mathcad).

III. Результати математичного моделювання

У зв'язку з наявністю різноманітних методів обчислення спектрів імпульсно-модульованих сигналів доцільно порівняти адекватність отриманих з їхньою допомогою результатів і необхідний час обчислення. Порівняння результатів проведемо на прикладі дослідження спектрів АІМ-сигналів, які використовують у якості модулюючих сигналів при здійсненні різновидів смугової маніпуляції сигналу 8-ФМн, 8-КАМ і 8-АМБС із трьома складовими зі зсувом рівнів амплітуди модулюючих сигналів [17]. Нехай при використанні всіх смугових маніпульованих сигналів забезпечують однако-ву швидкість передавання бінарної інформації v_b (біт/с). Така швидкість залежить від кількості інформації $\log_2(M)$, яку можливо передати протягом тривалості інформаційного символу $T_{сим}$ при використанні M -позиційної маніпуляції, і може бути обчислена за формулою:

$$v_b = \frac{\log_2(M)}{T_{сим}}. \quad (15)$$

Нехай необхідно забезпечити швидкість передавання бінарної інформації $v_b = 200$ біт/с. Так як кількість можливих символів при використанні 8-ФМн, 8-КАМ і 8-АМБС $M = 8$, згідно з (15) необхідно забезпечити тривалість інформаційного символу $T_{сим} = 0,015$ с.

Припустимо, що досліджувані маніпульовані сигнали є періодичними, а протягом їх періоду повторення T_M формують усі M символів, що можливі при певному різновиді маніпуляції, тобто

$$T_m = T_{сим} M. \quad (16)$$

Тоді при використанні 8-ФМн, 8-КАМ і 8-АМБС $T_m = 0,12$ с.

Якщо прийняти, що максимальна потужність усіх досліджених маніпульованих сигналів дорівнює 1 Вт на навантаженні 1 Ом, тоді для формування 8-ФМн-сигналу доцільно використовувати у якості модулюючих наступні сигнали $u_{mI}(t)$ й $u_{mQ}(t)$ у вигляді періодичних послідовностей прямокутних відеоімпульсів із періодом T_m , протягом якого вони дорівнюють:

$$u_{mI}(t) = \begin{cases} 0,924 \text{ при } 0 < t \leq 0,015; \\ -0,383 \text{ при } 0,015 < t \leq 0,03; \\ -0,924 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,045; \\ 0,383 \text{ при } 0,045 < t \leq 0,06; \\ -0,924 \text{ при } 0,06 < t \leq 0,075; \\ -0,383 \text{ при } 0,075 < t \leq 0,09; \\ 0,924 \text{ при } 0,09 < t \leq 0,105; \\ 0,383 \text{ при } 0,105 < t \leq 0,12; \end{cases} \quad u_{mQ}(t) = \begin{cases} -0,383 \text{ при } 0 < t \leq 0,015; \\ -0,924 \text{ при } 0,015 < t \leq 0,03; \\ -0,383 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,045; \\ -0,924 \text{ при } 0,045 < t \leq 0,06; \\ 0,383 \text{ при } 0,06 < t \leq 0,075; \\ 0,924 \text{ при } 0,075 < t \leq 0,09; \\ 0,383 \text{ при } 0,09 < t \leq 0,105; \\ 0,924 \text{ при } 0,105 < t \leq 0,12. \end{cases} \quad (17)$$

При формуванні 8-КАМ-сигналу доцільно застосовувати такі модулюючі сигнали $u_{mI}(t)$ й $u_{mQ}(t)$ у вигляді періодичних послідовностей прямокутних відеоімпульсів:

$$u_{mI}(t) = \begin{cases} 0,949 \text{ при } 0 < t \leq 0,015; \\ -0,316 \text{ при } 0,015 < t \leq 0,03; \\ -0,316 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,045; \\ 0,316 \text{ при } 0,045 < t \leq 0,06; \\ 0,316 \text{ при } 0,06 < t \leq 0,075; \\ -0,949 \text{ при } 0,075 < t \leq 0,09; \\ 0,316 \text{ при } 0,09 < t \leq 0,105; \\ -0,316 \text{ при } 0,105 < t \leq 0,12; \end{cases} \quad u_{mQ}(t) = \begin{cases} 0,316 \text{ при } 0 < t \leq 0,015; \\ 0,316 \text{ при } 0,015 < t \leq 0,03; \\ 0,949 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,045; \\ -0,316 \text{ при } 0,045 < t \leq 0,06; \\ -0,949 \text{ при } 0,06 < t \leq 0,075; \\ -0,316 \text{ при } 0,075 < t \leq 0,09; \\ 0,316 \text{ при } 0,09 < t \leq 0,105; \\ -0,316 \text{ при } 0,105 < t \leq 0,12. \end{cases} \quad (18)$$

При формуванні 8-АМБС-сигналу доцільно використовувати такі модулюючі сигнали $u_{m1}(t)$, $u_{m2}(t)$ і $u_{m3}(t)$ у вигляді періодичних послідовностей прямокутних відеоімпульсів:

$$\begin{aligned}
 u_{m_1}(t) &= \begin{cases} -0,567 \text{ при } 0 < t \leq 0,015; \\ 0,189 \text{ при } 0,015 < t \leq 0,03; \\ 0,189 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,045; \\ 0,189 \text{ при } 0,045 < t \leq 0,06; \\ 0,945 \text{ при } 0,06 < t \leq 0,075; \\ 0,945 \text{ при } 0,075 < t \leq 0,09; \\ 0,189 \text{ при } 0,09 < t \leq 0,105; \\ -0,567 \text{ при } 0,105 < t \leq 0,12; \end{cases} & u_{m_2}(t) = \begin{cases} -0,567 \text{ при } 0 < t \leq 0,015; \\ -0,567 \text{ при } 0,015 < t \leq 0,03; \\ -0,567 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,045; \\ 0,189 \text{ при } 0,045 < t \leq 0,06; \\ 0,189 \text{ при } 0,06 < t \leq 0,075; \\ -0,567 \text{ при } 0,075 < t \leq 0,09; \\ 0,189 \text{ при } 0,09 < t \leq 0,105; \\ 0,189 \text{ при } 0,105 < t \leq 0,12; \end{cases} \\
 u_{m_3}(t) &= \begin{cases} 0,189 \text{ при } 0 < t \leq 0,015; \\ 0,945 \text{ при } 0,015 < t \leq 0,03; \\ -0,567 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,045; \\ -0,567 \text{ при } 0,045 < t \leq 0,06; \\ 0,189 \text{ при } 0,06 < t \leq 0,075; \\ 0,945 \text{ при } 0,075 < t \leq 0,09; \\ 0,945 \text{ при } 0,09 < t \leq 0,105; \\ -0,567 \text{ при } 0,105 < t \leq 0,12. \end{cases} & (19)
 \end{aligned}$$

При застосуванні методу [10] із використанням співвідношення (4) для дослідження багаторівневих сигналів (17), (18) і (19) присутня суттєва похибка. Для можливості застосування методу [16] і формул, аналогічних (9), до сигналів (17), (18) і (19) необхідно для кожного з них обчислити автокореляційну функцію $r_K(m)$ послідовності інформаційних символів, що досить незручно (особливо для довгих послідовностей). Крім цього, за допомогою таких методів можливо отримати не реальний спектр потужності періодичного сигналу, а деяке усереднене значення огибаючої дискретного спектра. Тому такі методи недоцільно застосовувати для обчислення спектра багатопозиційних імпульсно-модульованих сигналів, і вони не використовувались в наступних дослідженнях.

Спектри потужності $|S_{pM_I}(f)|$ й $|S_{pM_Q}(f)|$ сигналів (17), отримані з використанням числового методу обчислення (співвідношення (10)) і запропонованого аналітичного методу визначення спектральних характеристик модулюючих сигналів, що застосовують при здійсненні різних видів маніпуляції носійного коливання (співвідношення (12) і (13)), зображені на рис. 1 і рис. 2. За результатами порівняння дискретних спектрів (рис. 1а та 1б) встановлено, що похибка при обчисленні спектральних складових сигналу за допомогою числового методу порівняно із запропонованим аналітичним методом становить від мінус 1,3% для першої гармоніки до 0,46% для третьої гармоніки. При порівнянні дискретних спектрів (рис. 2а та 2б) видно, що похибка при обчисленні спектральних складових сигналу за допомогою числового методу порівняно із запропонованим аналітичним методом становить від 5,9% для першої гармоніки до мінус 8,7% для третьої гармоніки.

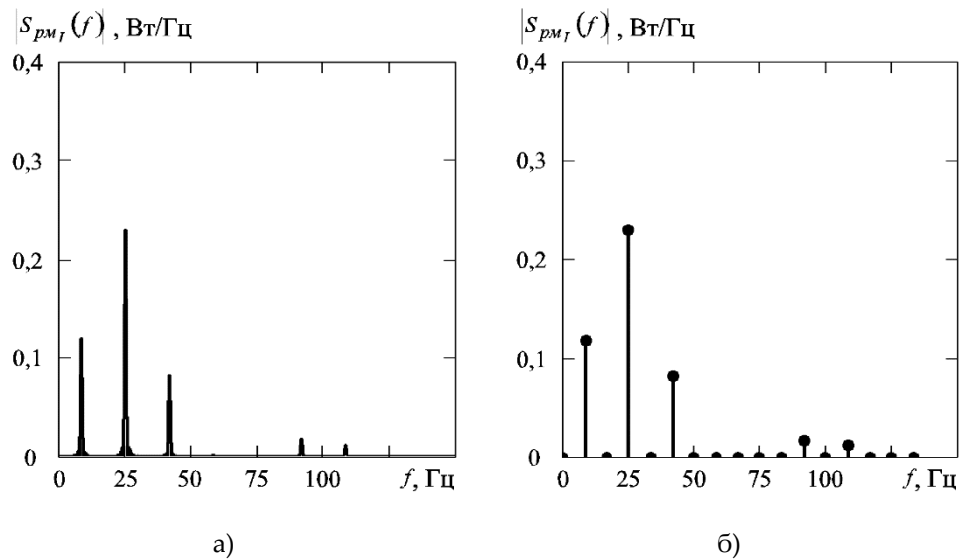


Рис. 1. Спектр потужності $|S_{pm_I}(f)|$ сигналу (17), отриманий за допомогою:
а) числового методу; б) запропонованого аналітичного методу

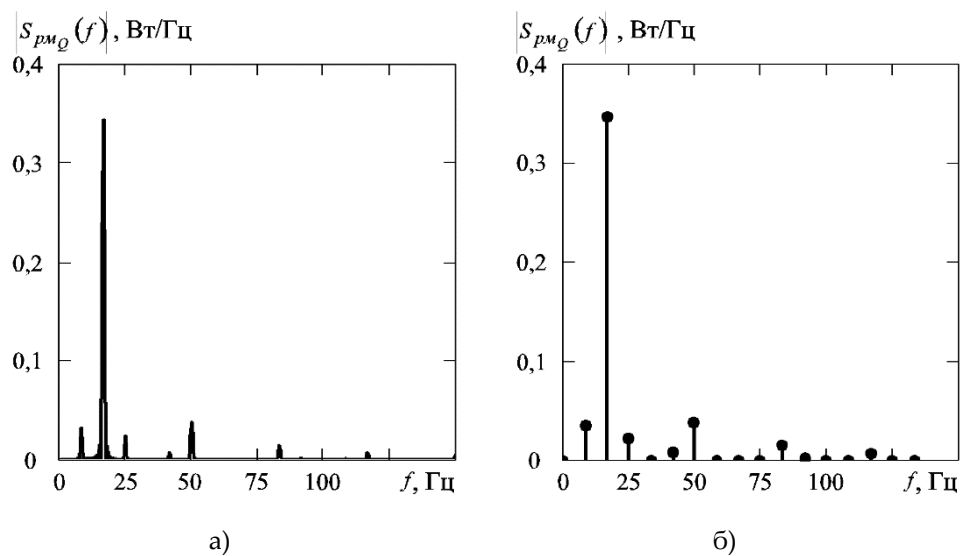


Рис. 2. Спектр потужності $|S_{pm_Q}(f)|$ сигналу (17), отриманий за допомогою:
а) числового методу; б) запропонованого аналітичного методу

Спектри потужності $|S_{pm_I}(f)|$ й $|S_{pm_Q}(f)|$ сигналів (18), отримані з використанням числового методу обчислення (співвідношення (10)) і запропонованого аналітичного методу (співвідношення (12) і (13)), зображені на рис. 3 і рис. 4.

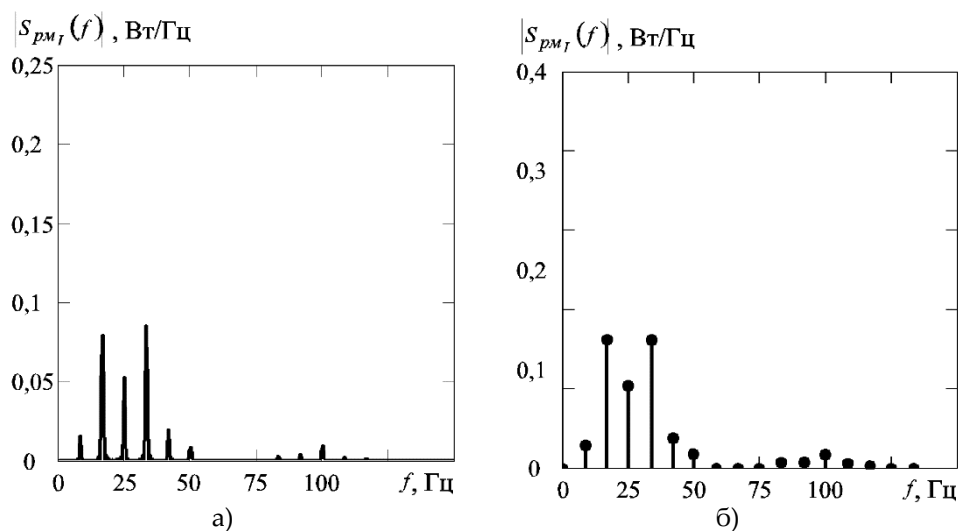


Рис. 3. Спектр потужності $|S_{pi_I}(f)|$ сигналу (18), отриманий за допомогою:
а) числового методу; б) запропонованого аналітичного методу

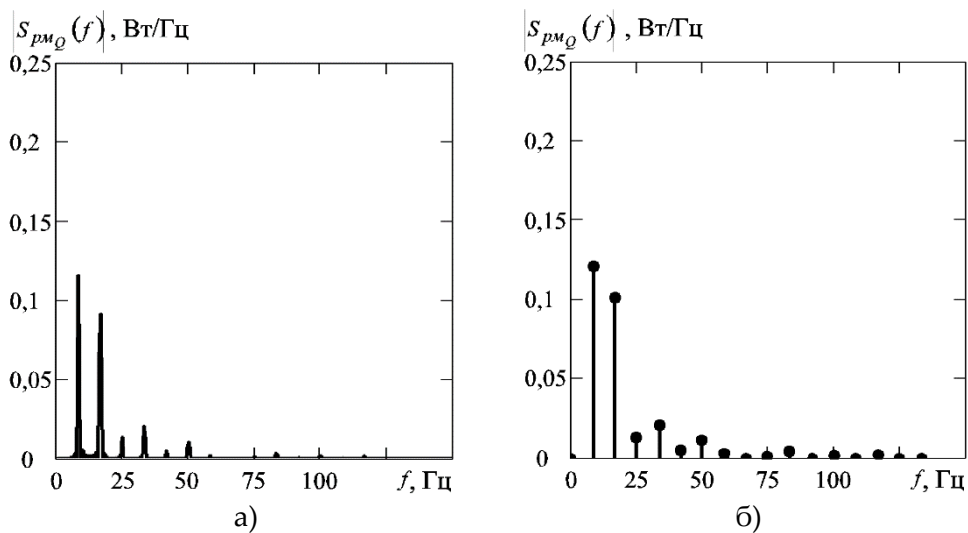


Рис. 4. Спектр потужності $|S_{pi_Q}(f)|$ сигналу (18), отриманий за допомогою:
а) числового методу; б) запропонованого аналітичного методу

При порівнянні дискретних спектрів (рис. 3а та 3б) установлено, що похибка при обчисленні спектральних складових сигналу за допомогою числового методу порівняно із запропонованим аналітичним методом становить від мінус 14,9% для першої гармоніки до 1,2% для другої гармоніки. При порівнянні дискретних спектрів

(рис. 4а та 4б) видно, що похибка при обчисленні спектральних складових сигналу за допомогою числового методу порівняно із запропонованим аналітичним методом становить від мінус 8,9% для другої гармоніки до мінус 4,1% для четвертої гармоніки.

Спектри потужності $|S_{pm_1}(f)|$, $|S_{pm_2}(f)|$ і $|S_{pm_3}(f)|$ сигналів (19), отримані з використанням числового методу обчислення (співвідношення (10)) і запропонованого аналітичного методу (співвідношення (12) і (13)), зображені на рис. 5, рис. 6 і рис. 7.

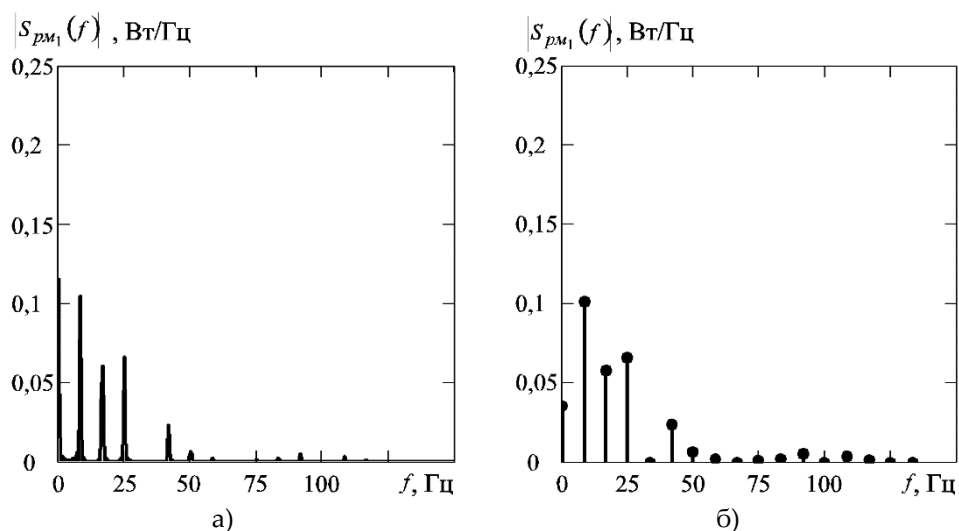


Рис. 5. Спектр потужності $|S_{pi_1}(f)|$ сигналу (19), отриманий за допомогою:
а) числового методу; б) запропонованого аналітичного методу

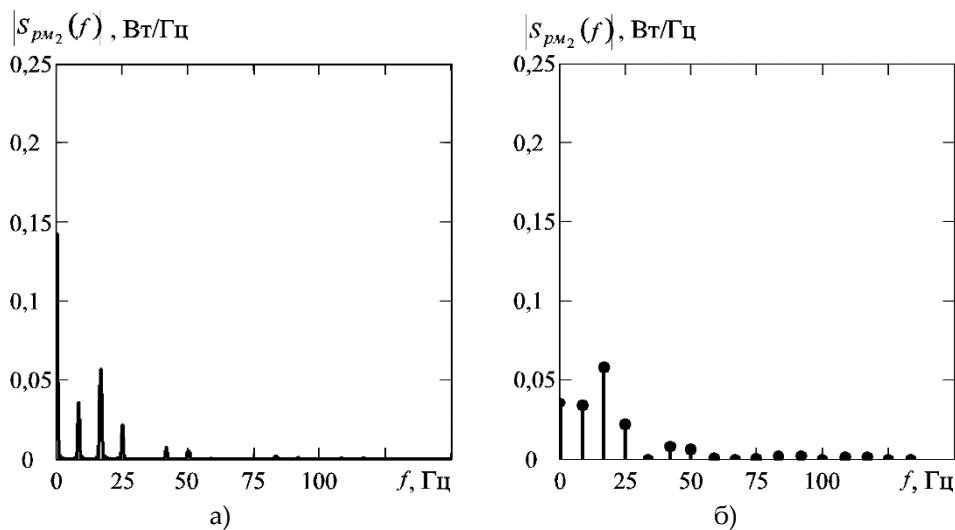


Рис. 6. Спектр потужності $|S_{pi_2}(f)|$ сигналу (19), отриманий за допомогою:
а) числового методу; б) запропонованого аналітичного методу

При порівнянні дискретних спектрів (рис. 5а та 5б) встановлено, що похибка при обчисленні спектральних складових сигналу за допомогою числового методу порівняно із запропонованим аналітичним методом досягає мінус 14,6% для третьої гармоніки і рівна мінус 222,2% для постійної складової.

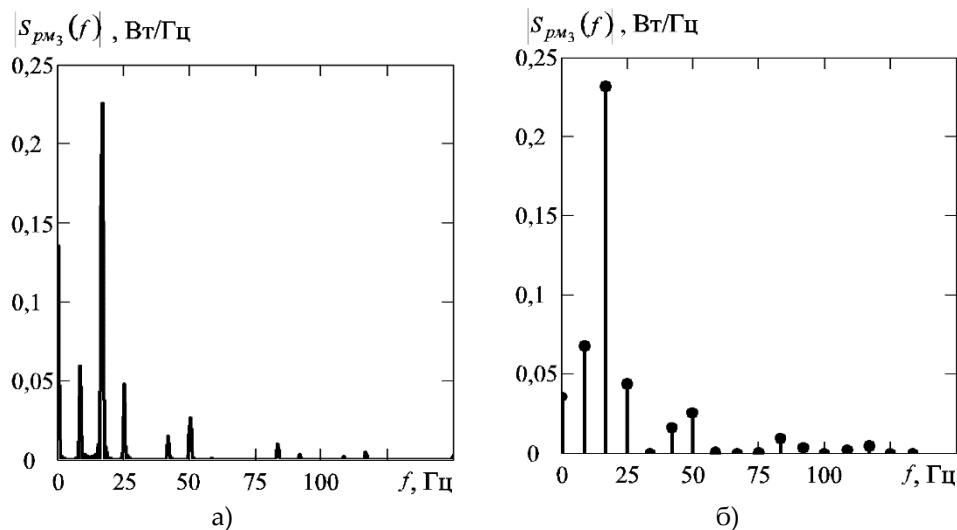


Рис. 7. Спектр потужності $|S_{pi_3}(f)|$ сигналу (19), отриманий за допомогою:

а) числового методу; б) запропонованого аналітичного методу

При порівнянні дискретних спектрів (рис. 6а та 6б) видно, що похибка при обчисленні спектральних складових сигналу за допомогою числового методу порівняно із запропонованим аналітичним методом становить від мінус 6,1% для першої гармоніки до мінус 1,7% для другої гармоніки й рівна мінус 297,2% для постійної складової. При порівнянні дискретних спектрів (рис. 7а та 7б) видно, що похибка при обчисленні спектральних складових сигналу за допомогою числового методу порівняно із запропонованим аналітичним методом становить від 11,6% для першої гармоніки до мінус 9,2% для третьої гармоніки й дорівнює мінус 277,8% для постійної складової. Отже, розглянуті методи придатні для дослідження спектрів потужності сигналів (17), (18) та (19), але при використанні числового методу з'являється похибка, особливо при обчисленні постійної складової. Час дослідження при використанні формул (12) і (13) становить менше однієї секунди, а при застосуванні (10) при значеннях $a=2$, $b=0,5$, $f_n=0$ Гц, $f_s=150$ Гц, $\Delta f=0,333$ Гц більше однієї хвилини при використанні комп'ютера Intel(R) Core (TM)2 Duo CPU E6750 @ 2.66GHz.

Висновки

За допомогою відомих та нових методів досліджено спектри потужності багатопозиційних за амплітудою імпульсно-модульованих сигналів, що застосовують при здійсненні різновидів модуляції 8-ФМн, 8-КАМ та 8-АМБС. За результатами досліджень виявлено, що серед розглянутих методів для обчислення спектрів імпульсно-

модульованих сигналів найбільш доцільним для застосування є запропонований аналітичний метод визначення спектральних характеристик модулюючих сигналів, що застосовуються при здійсненні різних видів маніпуляції носійного колювання, при використанні якого відсутня похибка обчислення при мінімальному часі обчислення.

Список літератури:

1. Теория электрической связи : учебник для вузов / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловский, В.И. Коржик, М.В. Назаров ; под ред. Д.Д. Кловского. – М. : Радио и связь, 1999. – 432 с.
2. Теория передачи сигналов : учебник для вузов / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловский, М.В. Назаров, Л.М. Финк. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1986. – 304 с.
3. Горбатий І.В. Системи дистанційного зондування Землі з космосу : монографія. – Львів : СПОЛОМ, 2011. – 612 с.
4. Simon M.K. Bandwidth-efficient digital modulation with application to deep-space communications : monograph. Editor-in-chief Joseph H. Yuen. – California: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 2001. – 228 p.
5. Ghareeb I. Bit error rate performance and power spectral density of a noncoherent hybrid frequency-phase modulation system // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 1995. – Vol. 13, Issue 2. – P. 276-284.
6. Parhi K.K., Ayinala M. Low-Complexity Welch Power Spectral Density Computation // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. – 2013. Vol. 61, Issue 1. – P. 172-182.
7. Howard R. Power Spectral Density Analysis. – Wiley-IEEE Press, 2002. – P. 92-137.
8. Kang Yumei, Zhu Wancheng, Bai Quan, Wu JinLin. Time-dependent power spectral density estimation of AE signals of rock based on wavelet transform // Control and Decision Conference (CCDC), 2011 Chinese. – Mianyang, 2011. – P. 1981-1984.
9. Горбатий І.В. Дослідження спектральних характеристик КАМ сигналів // Зб. наук. пр. Ін-ту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. – Київ, 2008. – Вип. 47. – С. 56-62.
10. Прокис Дж. Цифровая связь. Под ред. Д.Д. Кловского. – М. : Радио и связь, 2000. – 800 с.
11. Френкс Л. Теория сигналов. – М. : Советское радио, 1974. – 344 с.
12. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы : учебник. – М. : Высш. школа, 1983. – 536 с.
13. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы : учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1986. – 512 с.
14. Мандзій Б.А., Желяк Р.І. Основи теорії сигналів : підручник. За ред. Б.А. Мандзія. Львів : Видавничий дім "Ініціатива", 2008. – 240 с.
15. Основи метрології та вимірювальної техніки: підручник : у 2 т. / М. Дорожовець, В. Мотало, Б. Стадник та ін. За ред. Б. Стадника. – Львів : Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2005. – Т. 1. Основи метрології. – 532 с.
16. Галкин В.А. Цифровая мобильная связь : учебное пособие для вузов. – М. : Горячая линия – Телеком, 2007. – 432 с.
17. Климаш М.М., Горбатий І.В. Теоретичні дослідження ймовірності помилки в телекомунікаційних системах та мережах при використанні фазової або амплітудно-фазової модуляції сигналу // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Харків, 2014. – №1. – С. 23-30.