

УДК 621.396.62

# АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ АЛГОРИТМОВ АДАПТИВНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННО- ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ



В.В. ПОПОВСКИЙ, Н.В. МОСКАЛЕЦ

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

**Abstract** – The analysis of the most popular methods and algorithms for the synthesis of adaptive antenna arrays according to the performance criteria based on the evaluation vector of weight coefficient is conducted. The analysis is based on the procedure for handling the sample covariance matrix of the received signals assuming the conditions of stationary signal-interference environment, in the course of which it has been revealed that these algorithms should be used for analysis problems; as for the synthesis problems it is offered to use recursive procedures. The applicability of recursive procedures in the space-time access problems is considered as more constructive, performing correction for vector of weight coefficients in real time, which is particularly important for communication with mobile users. Widrow-Hoff and Kalman-Bucy algorithms are analyzed in terms of evaluating the convergence of time and their applicability in a dynamic signal-interference environment of mobile systems. As a result, it has been found that the Widrow-Hoff algorithms are relatively simple, but their convergence requires 50-150 sampling steps, which can be impossible for space-time access problems because the space-time access problem itself must be completed over the time of communication service provision - in  $t \leq 5$  sec. More suitable are Kalman-Bucy procedures aimed at more dynamic signal-noise conditions and the convergence time of 3-10 sampling steps. The analysis of the quality of the space-time access has been performed by criteria of levels of radiation suppression when receiving signals of subscriber stations. It follows from the analysis that these levels could theoretically reach significant values: 40-60 dB or more. Actual levels are obviously expected to be at the thermal noise level, i.e. 20-27 dB.

**Анотація** – Проводиться аналіз ефективності різних алгоритмів і критеріїв просторово-часової обробки сигналів в адаптивній антенній решітці стосовно систем мобільного зв'язку. Отримано результати коефіцієнта ступеня подавлення сумарних завад на виході антенної решітки з оптимальними ваговими коефіцієнтами в сталому режимі.

**Аннотация** – Проводится анализ эффективности различных алгоритмов и критериев пространственно-временной обработки сигналов в адаптивной антенной решетке применительно к системам мобильной связи. Получены результаты коэффициента степени подавления суммарных помех на выходе антенной решетки с оптимальными весовыми коэффициентами в установившемся режиме.

## Введение

Пространственно-временной доступ (ПВД) в беспроводных системах может быть реализован на существующей технической и технологической базе независимо от других используемых методов, что является результатом привлечения дополнительного ресурсного множества пространственно-временных и пространственно-поляризационных параметров. Методы пространственно-временного доступа абонентских станций (АС) к ресурсам базовой станции (БС) основываются на использовании алгоритмов пространственно-временной обработки сигналов (ПВОС) принимаемых сигналов, реализуемых на основе  $N$ -элементных адаптивных антенных решетках (ААР). Известны многие методы и алгоритмы синтеза ААР, различающихся как назначением, так и критериями эффективности функционирования. В основу всех методов положена оценка комплексного вектора весовых коэффициентов (ВВК),

включаемых в тракты приема каждого антенного элемента (АЭ) и управляемых по тем или иным алгоритмам [1]. Суть задачи ПВД каждой из АС к ресурсам БС состоит в групповом использовании приемной антенной решетки, при котором для каждой из АС формируется индивидуальное распределение структуры принимаемого поля сигнала с помощью выбора ВВК  $w_i$ . Таким образом, одновременно формируется столько вариантов распределений, сколько на данный момент принимается сигналов АС. Каждое из этих распределений обеспечивает максимально удачное соотношение сигнал/помеха+шум для сигнала принимаемой АС и установления нулевых уровней приема для прочих АС.

Важным достоинством ПВОС является, то что данный метод отлично сочетается с другими частотно-временными, кодовыми, различными организационными методами, удачно дополняя их и расширяя потенциал качества приема сигналов за счет расширения пространства принятия решений. Кроме того, ПВОС обладает рядом преимуществ по сравнению с другими методами обработки. Так ПВОС не связан с дополнительной потерей временных и частотных ресурсов. Более того, при ПВОС удастся реализовать повторное использование рабочих частот, когда может быть организован прием разных сигналов на одной и той же частоте. Кроме того, ПВОС значительно в меньшей степени сказываются имеющие место нелинейности и ограничения динамического диапазона. Применение этих методов дает возможность оставить неизменными параметры полезных сигналов, требования к каналам связи, режимы ведения связи без увеличения выделенной полосы частот. Пространственные и поляризационные параметры во многих случаях являются единственными, с помощью которых удастся различать полезные сигналы и помехи. Для некоторых же типов помех, например импульсных, эти параметры являются единственно предсказуемыми. При этом задача режекции помех сводится к сопровождению нулем поляризационной диаграммы (ПД) или диаграммы направленности (ДН) действующей помехи. Ряд известных методов подавления помех, включая компенсационные, основан на выделении опорного канала, свободного от полезного сигнала. Такой канал может быть получен с помощью сопровождения полезного сигнала нулем поляризационной и (или) пространственной диаграммы антенны.

Проблема повышения помехозащищенности пространственно-временного приема сигналов может быть поставлена и значительно шире, в частности с включением в контур адаптации не только приемной, но и передающей антенны, а также приемников, передатчиков, модемов и других подсистем. При этом к изменяющимся в процессе адаптации параметрам можно отнести не только сугубо «антенные» параметры – характеристики направленности и поляризацию, но и сами параметры полезных сигналов и саму мобильную ТКС в целом: мощность, частоту, длительность, структуру сигналов и др. [2, 3]. Таким образом, предметом рассмотрения в данной статье будет нахождение подходящих для использования в ПВД алгоритмов ПВОС, применительно к системам мобильной связи, сводящих к синтезу ААР.

## 1. Основные предпосылки для организации ПВД

То или иное свойство ААР достигается соответствующим выбором комплексных весовых коэффициентов (ВК)  $W_i, i = 1, 2, \dots, N$ , включенных на выходе приемных антенных элементов (АЭ) и перед общим сумматором (рис. 1) [4].

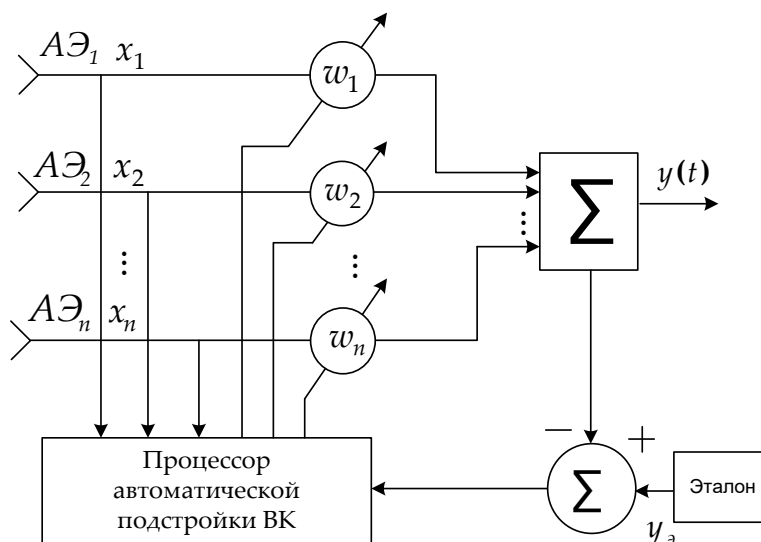


Рис. 1. Включение ВК в ААР

С помощью адаптивного процессора ВК обеспечивают соответствующее формирование суммарной ДН и поляризационной диаграммы, т.е. ВК вместе с общим сумматором представляют собой диаграммообразующую схему. В то же время определение назначения ВК можно интерпретировать как задачу формирования таких соотношений между принимаемыми  $N$ -реализациями полезного сигнала  $S_i(t)$   $N$ -антенными элементами, суммой  $J$  узкополосных анизотропных помех  $\sum_{j=1}^J n_j(t)$  и шумом  $u(t)$ , которые после сложения на общем сумматоре позволяют обеспечить желаемое свойство обеспечить максимум отношения сигнал/(помеха+шум), минимум среднеквадратического отклонения принятого сигнала от заданного или другой критерий:

$$y(t) = \sum_{i=1}^N w_i x_i(t), \quad (1)$$

где

$$x_i(t) = s(t) + \sum_{j=1}^J n_{ij}(t) + v_i(t). \quad (2)$$

С помощью ВК формируются их векторы (ВВК):

$$W^T(t) = (w_1(t), w_2(t), \dots, w_N(t)). \quad (3)$$

В общем случае ВВК  $W(t)$  должен обладать возможностью изменять как амплитуды, так и фазы принимаемых сигналов, т.е. он должен быть комплексным. Скорость этих изменений должна быть согласована со скоростью изменения сигнально-помеховой ситуации, а диапазон согласовывается с динамическим диапазоном изменений уровней сигналов и помех, а также фазовых соотношений в различных элементах ААР. Очевидно, идеальной является ситуация, когда скорость изменений ВВК бесконечно велика, а динамический диапазон изменений амплитудно-фазовых характеристик неограничен. Однако на практике, исходя из возможностей технической реализуемости и других причин, приходится ограничивать эти характеристики, что, в общем случае, приводит к соответствующему снижению эффективности ААР. В этом смысле говорят об ААР с ограничениями.

В отличие от других проблем антенной техники, где конечным результатом решаемых задач является синтез ДН при различных ограничениях на конструкцию, габариты, спектральный состав сигналов и помех и другие параметры, конечная цель использования ААР состоит в том, чтобы обеспечить необходимые качественные характеристики (максимизировать их) полезных сигналов на выходе антенны, т. е. получить выходное соотношение

$$y(t) = y(w, t) = (w(t), x^*(t)) = W^T(t)x^*(t) = w_1(t)x_1(t) + w_2(t)x_2(t) + \dots + w_N(t)x_N(t), \quad (4)$$

где выражение в скобках обозначает скалярное произведение векторов, удовлетворяющее заранее выбранному критерию;  $[\cdot]^*$  – операция комплексного сопряжения. При этом суммарная ДН ААР, как таковая, может вообще не рассматриваться, хотя как промежуточная характеристика она безусловно представляет интерес. Так, ДН ААР может быть получена с помощью скалярного произведения ВВК  $W(t)$  на вектор  $f(\theta)$ :

$$F(\theta) = (W^T(t), f^*(\theta)), \quad (5)$$

где  $f^T(\theta) = (f_1(\theta), f_2(\theta)e^{i\varphi_1\theta_1}, \dots, f_N(\theta)e^{i\varphi_N\theta_1})$ ;  $f_i(\theta)$  – ненормированные ДН приемных элементов ААР;  $\varphi_{i\theta_1}$  – фазы огибающей волны единичной амплитуды, отсчитываемые от фазы сигнала с выхода 1-го элемента (при  $\varphi_{i\theta_1} = 0$ ), зафиксированные на выходах приемных элементов за счет пространственных различий [5].

Важным свойством ААР является инвариантность некоторых критериев функционирования по отношению к суммарной ДН. Это имеет большое практическое значение, связанное с возможностью произвольного, в том числе и случайного, расположения антенных элементов. При этом отпадает необходимость применения жестких креплений, сокращается время развертывания и т.д.

В ААР число антенных элементов  $N$  может быть минимальным (например,  $N \geq 2$ ) и выбирается исходя из ожидаемого количества воздействующих помех. Значение  $N$  в ААР рассматривается как число степеней свободы, поскольку именно оно определяет количество независимо формируемых нулей ДН, т.е. количество помех, которое способна подавить ААР с одним выходом, составляет  $J \leq N - 1$ . Вместе с тем АЭ могут быть многократно использованы, и на каждом из них может быть подавлено  $N - 1$  помех. Следует, однако, указать на то, что при этом кратно падает уровень принимаемого сигнала и отношение сигнал/шум.

Задачу подавления помех в ААР можно решать по-разному. Так, используя принцип разделения [6], можно сначала оценить  $\theta_j, (j = \overline{1, J})$  – направление прихода этих помех и их поляризацию, а затем решить задачу управления ВВК ААР и нахождения ее ДН и ПД с нулями, ориентированными в направлении прихода помех. Однако решение этой задачи достаточно сложно, связано с обращением матриц и это решение [7] удается найти далеко не для всякой ситуации. На практике применяется более конструктивное решение, основывающееся не на декомпозиции, а на непосредственном нахождении оценки ВВК  $\hat{W}(t)$ . В настоящее время известно несколько решений, различающихся как выбранными критериями эффективности, так и предполагаемыми ограничениями. К наиболее распространенным критериям относятся:

- максимум отношения уровней полезного сигнала к сумме помех (МОСП) на выходе ААР;
- минимум среднего квадрата отклонения (МСКО) принятого сигнала от заданного эталонного  $y_s(t)$  на выходе ААР;
- минимум мощности помех на выходе ААР;
- максимум правдоподобия;
- различные другие модификации критериев.

Синтезируемые при этом алгоритмы функционирования ААР получаются из решения статистических задач. Среди всего многообразия решений можно выделить два основных направления, которые появились исторически первыми. Асимптотические решения, связанные с именами Ширмана, Хоуэлса, Эпплбаума, Уидроу и др., предполагают наличие гипотезы эргодичности сигнально-помеховой ситуации. Эти решения в большинстве своем основываются на нахождении оценки корреляционной матрицы (или ее обращении), характеризующей сигнально-помеховую ситуацию или других, например, градиентных процедурах в указанных рамках. В литературе по настоящее время основное внимание уделяется развитию именно этого направления [4, 8].

Другое направление основано на предположении марковской аппроксимации принимаемой реализации и динамике изменений ВВК. Отказ от эргодичности позволяет эффективно решать нестационарные задачи с использованием хорошо разработанного аппарата рекуррентной линейной или нелинейной фильтрации. С ис-

пользованием этого подхода получен ряд результатов по пространственно-временной и поляризационно-временной обработке [9-11].

## 2. Асимптотические методы синтеза адаптивных антенных решеток

Асимптотические методы основаны на получении таких значений ВВК  $W(t)$ , которые могут быть достигнуты в стационарных условиях при  $t \rightarrow \infty$  т.е. в условиях, когда основные переходные процессы в цепях приема уже закончатся. Такие решения достаточно широко используются в радиолокации, где имеется временной отрезок, свободный от полезного сигнала. При передаче сигналов связи такого отрезка нет. Кроме того, в телекоммуникационных каналах более сложная динамическая сигнально-помеховая обстановка, затрудняющая использование стационарно-ориентированных алгоритмов. Вместе с тем асимптотические решения удобны при анализе эффективности ААР, при сопоставлении тех или иных моделей, алгоритмов или сигнально-помеховых ситуаций. Остановимся на их рассмотрении более подробно.

### 2.1. Критерий МСКО принятого сигнала от заданного эталона

Критерий МСКО предложен Уидроу [12]. Он является наиболее популярным при решении различных задач радиосвязи, радиолокации и др. Его популярность объясняется не только тем, что синтезированные на базе МСКО алгоритмы имеют достаточно простую структуру, но и тем, что полученные решения хорошо вписываются в общие критерии, по которым функционируют мобильные телекоммуникационные системы. Другой важный критерий минимума вероятности ошибки  $\min p_{ош}$  функционально связан с энергетическим соотношением сигнала и помехи. Для простейших ситуаций качество приема зависит от отношения сигнал/шум  $p_{ош} = \varphi(h^2)$ , где  $h^2 = P_c/P_{ш}$ . В данном случае важным является тот факт, что при использовании МСКО остаточные результирующие помехи после ПВОС, носят характер обновляющего процесса и могут быть аппроксимированы процессом типа «белого» шума. ПВОС-алгоритм, функционирующий по критерию МСКО, основывается на получении невязки  $\nu(t)$ . Самым простым решением может служить процедура сравнения принятой после взвешивания реализации  $W^T(t)X(t)$  с эталонным сигналом  $y_3$ :

$$\nu(t) = W^T X(t) - y_3(t). \quad (6)$$

Найдем последовательно квадрат этой невязки и ее математическое ожидание:

$$(\nu^2(t) = W^T X(t) X^T(t) W(t) - 2y_3 W^T(t) X(t) + y_3^2); \quad (7)$$

$$M[\nu^2(t)] = W^T(t) R_{xx} W(t) - 2W^T(t) r_{xy} + \overline{y_3^2(t)}, \quad (8)$$



где

$$r_{xy} = (x_1(t)y_{\Delta}(t); x_2(t)y_{\Delta}(t); \dots; x_N(t)y_{\Delta}(t)) \quad (9)$$

– вектор ковариации между вектором принятых сигналов и желаемым эталонным сигналом,  $R_{xx} = \overline{X(t)X^T(t)}$  – корреляционная матрица сигналов, принятых ААР.

Найдем минимум невязки из выражения (7). В данном случае он будет единственным, поскольку функция (7) является квадратичной относительно  $W(t)$ , а матрица  $R_{xx}$  – положительно определена. Приравнивая градиент (7) к нулю, найдем минимальное ее значение;

$$dv^2/dW(t) = \nabla \omega(\overline{v^2(t)}) = 2R_{xx}W(t) \cdot 2r_{xy} = 0, \quad (10)$$

$$\hat{W}_{opt} = R_{xx}^{-1}r_{xy}. \quad (11)$$

Выражение (11) является решением векторно-матричного уравнения Винера-Хопфа. При этом оптимальная ДН ААР может быть вычислена по формуле

$$F(\theta) = (\hat{W}_{opt}(t), f^*(\theta)), \quad (12)$$

где  $\hat{W}_{opt}(t)$  представлено в комплексном виде.

Уравнение (11) можно представить и в другом виде, если положить, что эталонный сигнал  $\bar{y}_{\Delta}^2 = S(t)$ . Тогда из (4) получим

$$\hat{W}_{opt}(t) = sR_{xx}^{-1}V, \quad (13)$$

где  $V^T = (1, e^{j\theta_1}, e^{j\theta_2}, \dots, e^{j\theta_{N-1}})$  – вектор фазовых набегов, отсчитываемых от 1-го элемента ААР, входящий в выражение (12) и (5).

С учетом равенства  $r_{xy} = E\{x(t), y_{\Delta}(t)\} = sV(t)$  получим

$$\hat{W}_{opt}(t) = sR_{xx}V(t). \quad (14)$$

С помощью данного критерия могут быть разработаны процедуры, имеющие рекуррентную форму, в частности процедуры стохастической аппроксимации, линейной или нелинейной фильтрации, в том числе и процедуры Калмана-Бьюси, методы рекуррентного обращения корреляционной матрицы. Особенности синтеза этих процедур будут рассмотрены ниже.

## 2.2. Критерий максимума отношения уровней сигнал/шум

Критерий МОСП применим к тем ситуациям, когда на интервале наблюдения удается получить достаточно точно и просто энергетические параметры принимаемых сигналов и помех. Практически это удастся реализовать при неизменности, стационарности сигнально-помеховой ситуации. Иначе, данный критерий ориентирован на предположении эргодической аппроксимации ситуации.

Поступая чисто формально, запишем в числитель мощность полезного сигнала  $E\{y_s(t)^2\} = |W^T S|^2$ , а в знаменатель – мощность всех помех  $E\{y_n(t)^2\} = |W^T n|^2$ .

В нашем случае в качестве помех  $n_i$  будут выступать сигналы всех других, кроме АС с сигналом  $S(k)$ :

$$\frac{P_s}{P_n} = \frac{|W^T S|^2}{|W^T n|^2} = \frac{W^T [SS^T] W}{W^T [nn^T] W} = \frac{W^T R_{ss} W}{W^T R_{nn} W}, \quad (15)$$

где  $W$  – ВВК ААР в установившемся ( $W(\infty)$ ) состоянии;  $n$  – вектор помех, включающий в себя как окрашенные помехи мешающие сигналы других станций  $n_j(t)$  при  $j = \overline{1, J}$ , так и белые шумы  $v_i(t)$  при  $i = \overline{1, N}$  действующие в каждом из  $N$  элементов.

Используя формальный параметр

$$z \triangleq R_{nn}^{-1/2} W, \quad (16)$$

получим отношение (15) в виде

$$\frac{P_s}{P_n} = \frac{z^T R_{nn}^{-1/2} R_{ss} R_{nn}^{-1/2} z}{z^T z}, \quad (17)$$

где числитель представляет собой квадратичную форму и принимает значения между минимальным и максимальным собственным значением симметричной матрицы  $R_{nn}^{-1/2} R_{ss} R_{nn}^{-1/2}$  или, что то же самое, матрицы  $R_{nn}^{-1} R_{ss}$ . Оптимальное значение сигнал/помеха сводится к нахождению максимального собственного вектора  $W_{opt}$ , собственное значение которого  $(s/n)_{opt}$  находится из выражения [1]:

$$R_{ss} W_{opt} = (s/n)_{opt} R_{nn} W_{opt}. \quad (18)$$

Подставляя сюда (15), получаем

$$R_{ss} W_{opt} = \frac{W_{opt}^T R_{ss} W_{opt}}{W_{opt}^T R_{nn} W_{opt}} R_{nn} W_{opt}. \quad (19)$$

Учитывая, что  $S^T W_{opt}$  – скаляр, сократим обе части уравнения (19) и, обозначив  $(W_{opt}^T S / W_{opt}^T R_{nn} W_{opt}) = \mu$ , получим:

$$W_{opt} = 1/\mu R_{nn}^{-1} S \quad (20)$$

или

$$W_{opt} = \alpha R_{nn}^{-1} V, \quad (21)$$

где  $\alpha = \sqrt{S}/c$ ,  $S$  и  $V$  определяются из (13) и (14).



Выражения (20) и (21) являются основными для алгоритмов, использующих критерий МОСП. Сопоставляя выражения (11) и (14), приходим к выводу об их близкой структуре. Однако для критерия МОСП требуется значение  $R_m^{-1}$ , что на практике реализовать удается не всегда, в первую очередь из-за того, что при получении оценки  $R_m^{-1}$  полезный сигнал выступает как помеха. Одним из алгоритмов оценки  $R_m^{-1}$  является алгоритм с вычитанием полезного сигнала [1]. Данный критерий более удобен потому, что полезный сигнал  $S(t)$  или вектор  $V(t)$  могут быть априорно известны с достаточной точностью, поскольку оценка его осуществляется параллельно.

### 2.3. Критерий минимума уровня помех на выходе ААР

Для известных направлений и других параметров полезного сигнала оптимальный ВВК в предположении помех типа «белого» шума находится из выражения [1]

$$W_{МУП} = R_m^{-1} I / I^T R_m^{-1} I, \quad (22)$$

где  $I^T = (1, 1, 1, \dots, 1)$ .

При этом предполагается, что на входе ААР обеспечено согласование плоскости апертуры с фазовым фронтом волны полезного сигнала. Очевидно, ВВК из (22) в условиях данных помех в каждом из приемных каналов обеспечивает усиление, обратно пропорциональное уровню помехи.

ВВК, оптимальный по критерию максимума правдоподобия, определяется из выражения:

$$W_{МП} = \frac{R_m^{-1} V}{V^T R_m^{-1} V} X(t). \quad (23)$$

Так как уравнения (22) и (23) аналогичны, полученные по критериям максимума правдоподобия и минимума уровня помех на выходе ААР решения могут быть сведены к виду [1]:

$$W = \frac{1}{N_0} R_m^{-1} V, \quad (24)$$

$$W_{СКО} = \frac{1}{N_0} \times \frac{S_0}{N_0 + S_0} R_m^{-1} V, \quad (25)$$

где  $N_0$  – спектральная плотность мощности шума ААР.

Таким образом, полученное решение приводится к решению схожему к критерию МСКО, если помехи  $n_i$  считать «белыми» шумами, а  $S(t)$  – сигналами, имеющими уровень  $S_0$ . Исходя из приведенного обзора, можно заключить, что все рассмотренные критерии при одинаковых ограничениях на помехи приводят к решениям, различающимся постоянным множителем (см. (24), (25), (21)). Поэтому практическое использование того или иного критерия может определять конкретными

условиями функционирования ТКС и складывающейся сигнально-помеховой обстановкой.

Имеется ряд методов использования полученных алгоритмов, позволяющих их практическую реализацию. Так процедура нахождения оценки ВВК, определяемых на основе рассмотренных критериев наталкивается на необходимость получения значений обратной матрицы  $R_{xx}^{-1}$  и  $R_{mm}^{-1}$  или других матричных процедур. На практике это значение обычно неизвестно, что требует поиска специальных методов решения уравнений оценки. Одним из методов решения уравнений (11) и (21) является замена реальной матрицы  $R_{xx}$  на ее оценку  $\hat{R}_{xx}$ , получаемую по выборочным значениям результатов наблюдений (2). Максимально правдоподобной оценкой матрицы генеральной совокупности  $X_k(t)$ , где  $k$  – объем выборки, является выборочная ковариационная матрица [1]:

$$\hat{R}_{xx} = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k [X_i - \bar{X}]^T [X_i - \bar{X}], \quad (26)$$

где  $X_i$  –  $i$ -е выборочное значение вектора (2),  $i = \overline{1, k}$ ;  $\bar{X}$  – среднее значение вектора  $X$ , определяемое как выборочная оценка по  $k$  реализациям  $N$ -мерного вектора ( $N$  – размерность ААР),

$$\bar{X} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i. \quad (27)$$

Очевидно, что для получения оценки (26) и обращения матрицы  $R_{xx}^{-1}$  требуется весьма значительный объем вычислений, возрастающий с увеличением размерности ААР. Размерность ещё более возрастает в связи с необходимостью представления вектора  $X(t)$  в виде двух, а чаще четырех, квадратных компонент, что ещё больше затрудняет процесс вычисления. В то же время нестационарность статистики, реально имеющая место в канале мобильных систем требует постоянного обновления выборочных данных. Все это существенно затрудняет непосредственное решение уравнения (11) и приводит к смещению выборочной оценки (26).

Более конструктивным является рекуррентное вычисление матрицы, например, с помощью формулы Вудбери:

$$\hat{R}(k+1) = \frac{k}{k+1} \hat{R}(k) + \frac{1}{k+1} X^T(k+1) X^*(k+1), \quad (28)$$

на основании чего оценка обратной матрицы может быть получена в виде

$$\hat{R}_{xx}^{-1}(k+1) = \frac{k+1}{k} \hat{R}_{xx}^{-1}(k) - \frac{k+1}{k^2} \left[ 1 + \frac{1}{k} X^*(k+1) \hat{R}_{xx}^{-1}(k) X^T(k+1) \right]^{-1} \hat{R}_{xx}^{-1}(k) X^T(k+1) \cdot X^*(k+1) \hat{R}_{xx}^{-1}(k). \quad (29)$$

В месте с тем такое рекуррентное вычисление представляется не менее громоздким, а формируемая при этом выборка  $X(k+1)$ ,  $k=1,2,\dots$  на практике является неоднозначной, а имеющая место нестационарность требует дополнительной модернизации процедуры, связанной с шаговой постоянной. Тем не менее в стационарных условиях подстановка оценки  $\hat{R}_{xx}^{-1}$ , полученной в соответствии с (29), позволяет найти решение уравнения (11), определяющее функционирование алгоритма ПВОС.

Данное решение является асимптотическим в том смысле, что оно требует стационарности сигнально-помеховой обстановки, требует априорного формирования выборочной статистики. Однако оно находит широкое использование в задачах анализа, в то время как в задачах синтеза обычно используют рекурсивные процедуры.

Асимптотические методы, основанные на обращении выборочной ковариационной матрицы принимаемых сигналов и рекуррентные методы, основанные на градиентных процедурах в стационарных условиях и при прочих равных условиях обладают одинаковой эффективностью. Вместе с тем, достоинством рекурсивных методов является их динамический характер, позволяющий получать оценку ВВК в реальном масштабе времени, что согласуется с динамичностью процесса связи в беспроводных системах. В то же время асимптотические методы связаны с большими потерями времени на набор и обработку статистики для оценки и обращения ковариационной матрицы.

### 3. Рекуррентные методы синтеза адаптивных антенных решеток

Другой альтернативный класс алгоритмов ПВОС основан на рекуррентном управлении и непосредственном выражении ВВК ААР по результатам невязки  $v(k)$  на каждом  $k$ -м шаге дискретизации  $y(k)$ . За счет такой адаптации рекуррентные методы более конструктивны по сравнению с рассмотренными выше асимптотическими. Рекуррентные адаптивные алгоритмы не требуют больших затрат на вычисление матриц и ограничены небольшим объемом постоянной и оперативной памяти. Рекуррентные процедуры вычислений оценки  $\hat{W}_{opt}(t)$  отличаются тем, что последовательность решений находится начиная не с этапа получения готового решения (11), а с более раннего этапа – с поиска экстремума градиента функции, содержащей в качестве аргумента величину  $W(t)$ . Все это позволяет производить анализ и учет переходного режима ААР, а также нестационарности статистики  $X(t)$ . Рекуррентные методы основаны на последовательной итерационной процедуре нахождения решения для ВВК в направлении, обратном градиенту функции показателя качества  $\Delta(k)$ . В общем случае дискретный с шагом  $k$  градиентный алгоритм имеет вид

$$W(k) = W(k-1) - \mu \nabla(k), \quad (30)$$

где  $\mu$  – коэффициент (шаговая постоянная), учитывающий скорость поиска экстремума.

Алгоритм (30) показывает, что значение ВВК на  $k$ -м шаге равно значению ВВК на предыдущем  $(k-1)$ -м шаге с адаптивной добавкой  $\mu \nabla(k)$ , зависящей от невязки разности  $y_s(k) - y(k)$ . Процедура (30) при значении  $\Delta t = (t_{k+1} - t_k) \rightarrow 0$  переходит в непрерывную, которая может быть представлена в виде дифференциального уравнения

$$dW(t)/dt = \mu \nabla(t). \quad (31)$$

Известен алгоритм, называемый алгоритмом Уидроу-Хоффа [1, 2, 14]:

$$\hat{W}(k) = \hat{W}(k-1) + 2\mu[y_s(k) - y(k)]X(k). \quad (32)$$

Этот же алгоритм при непрерывной процедуре принимает вид дифференциального уравнения:

$$d\hat{W}(t)/dt = 2\mu[y_s(t) - y(t)]X(t) = 2\mu v(t)X(t). \quad (33)$$

На рис. 2 представлена структурная схема дискретного алгоритма  $N$ -мерной ААР, выполненная в соответствии с (32), на рис. 3 – структурная схема непрерывного алгоритма (33), на рис. 4 – схема алгоритма (33), представленная в векторной интерпретации, где двойной строкой обозначены векторные связи. Работа алгоритма получения оценки ВВК (33) может быть объяснена несколько упрощенно.

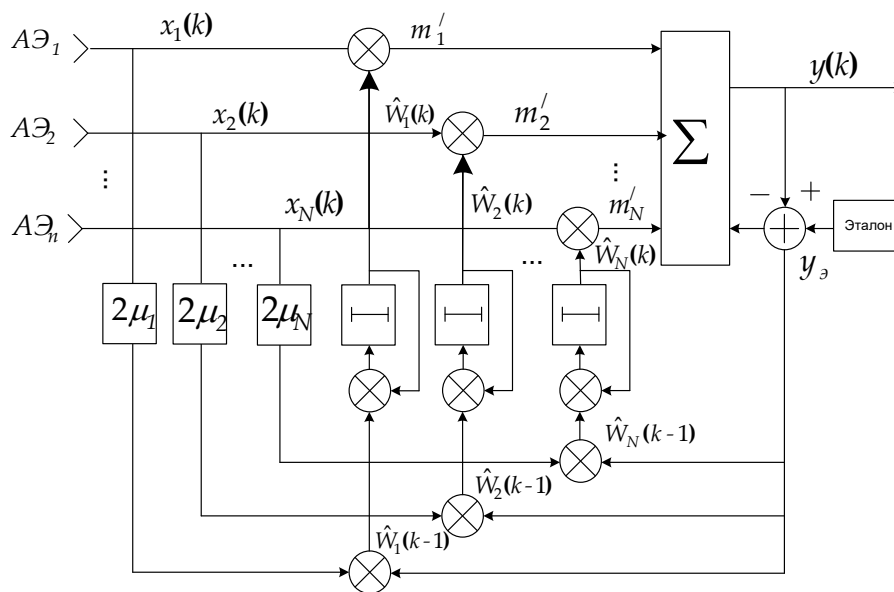


Рис. 2. Структура управления ВВК  $N$ -элементной ААР с использованием рекурсивной процедуры Калмана-Бьюси

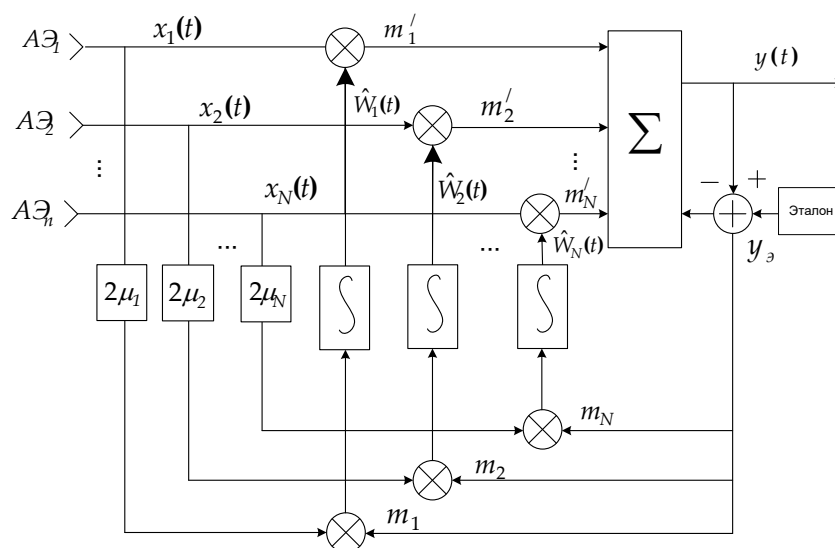


Рис. 3. Структурная схема управления ВВК ААР, синтезированная по алгоритму Уидроу

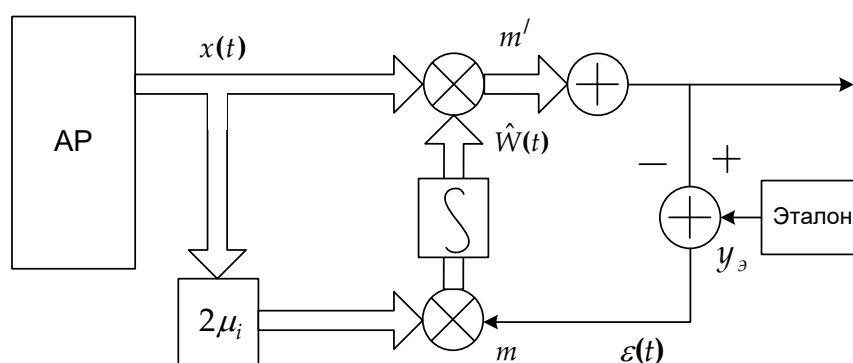


Рис. 4. Векторная версия рекуррентной процедуры Уидроу

Сигналы и помехи  $x_i(t)$ , принятые  $N$  антенными элементами, перемножаются на  $\hat{w}_i(t)$ , и на выходе общего сумматора  $\Sigma_1$  формируется выходной сигнал  $y(t)$ , который далее используется в приемном тракте. Параллельно в сумматоре  $\Sigma_2$  формируется сигнал невязки (6) – разности принятого  $y(t)$  и эталонного  $y_s(t)$  сигналов. В случае полного соответствия  $y_s(t) \equiv S(t)$  величина полученной невязки  $\gamma(t)$  содержит всю информацию о состоянии помех  $\sum_j n_{ij}(t)$  и шумов  $v_i(t)$  входящих в состав принятой реализации (2). На перемножители  $m_i$  при  $i = \overline{1, N}$  поступает сигнал невязки  $\gamma(t)$ . При этом  $x_i(t)$  усиливается в  $2\mu_i$  раз. В результате перемножения на выходе каждого  $m_i$  формируется напряжение, пропорциональное той части помех  $n_{ij}(t)$ , которая коррелирована с компонентами, содержащимися в невязке  $\gamma(t)$ . Это напряжение после интегрирования является искомой оценкой ВВК  $\hat{w}_i(t)$  подаваемой на один из входов перемножителей. Очевидно, перемножители  $m_i$  совместно с

интеграторами осуществляют операцию статистического усреднения по времени процессов на входе перемножителей  $m_i$ :

$$\int x_i(t)v(t)dt = \int s_1(t)v(t)dt + \sum_{j=1}^j \int n_{ij}(t)v(t)dt + \int v_i(t)v(t)dt. \quad (34)$$

Первый интеграл в правой части равенства (34) с увеличением времени интегрирования стремится к нулю, поскольку по условию задачи  $S_i(t)$  некоррелированы с  $\gamma(t)$ . Стремится к нулю и последний интеграл в силу некоррелированности изотропных шумов  $v_i(t)$  со значением невязки  $\gamma(t)$  в несовпадающие моменты времени, т.е. на формирование оценки  $\hat{w}_i(t)$  основное влияние оказывает лишь второй интеграл. Это будет происходить до тех пор, пока в невязке  $\gamma(t)$  будут содержаться составляющие, коррелированные с помехами  $n_{ij}(t)$ . Поскольку критерием рассматриваемой процедуры является минимизация среднего квадрата разности невязки  $\gamma(t)$ , то в процессе функционирования алгоритма ААР с помощью ВВК  $\hat{w}_i(t)$  установится некий минимум  $\gamma^2(t)$  именно за счет минимизации уровня помех  $n_{ij}(t)$  на выходе ААР.

Отметим один важный факт, отличающий ААР с использованием критерия МСКО от ААР, у которых принят критерий МОСП. В ААР, синтезированных по критерию МОСП, вводимый в каждый канал приема опорный сигнал, определяющий положение главного максимума ДН, должен быть строго согласован с расположением антенных элементов решетки. В рассматриваемых же ААР эталонный сигнал  $y_s(t)$  в общий канал приема вводится уже после общего сумматора. Поэтому явной зависимости алгоритма ААР от расположения антенных элементов здесь не существует, что позволяет использовать данные алгоритмы при случайном или неизвестном расположении приемных элементов решетки или неизвестном направлении прихода сигнала и помех, например при использовании ААР на подвижных объектах. Рассмотрим более подробно процедуры (27) – (30), допускающие ряд важных обобщений.

Процедуры вида (30) – (33) являются ничем иным, как процедурами стохастической аппроксимации [6], условие сходимости и устойчивости которых обеспечивается соответствующим выбором коэффициента  $\mu$ . В частности, для процедуры Робинса – Монро, которой как раз и соответствуют уравнения (30) – (33), должны быть выполнены условия Дворецкого:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \mu^2(k) < \infty; \sum_{k=1}^{\infty} \mu(k) = \infty. \quad (35)$$

Для непрерывного случая эта условия принимают вид

$$\int_0^{\infty} \mu^2(t)dt < \infty; \int_0^{\infty} \mu(t)dt = \infty. \quad (36)$$



Таким условиям удовлетворяет функция  $\mu(k) = \frac{1}{k+1}$  при  $k = \overline{1, \infty}$ , а условиям (36) – функция  $\mu(t) = \frac{1}{t}$  при  $t \in (0, \infty)$ .

Рассматривать постановку задачи и ее решение удобно с позиций теории рекуррентной линейной и нелинейной фильтрации в пространстве состояний. Методы и алгоритмы стохастической аппроксимации, в том числе (30) – (33), являются частным случаем более общих процедур [6], таких, как процедуры фильтрации Стратоновича, Калмана-Бьюси и др. Известно, что алгоритмы типа (30) – (33) при условиях (30), (36) сходятся с вероятностью 1 к оцениваемому значению и представляют собой рекуррентный метод нахождения условного среднего значения. Иными словами, процедуры (30) – (33) предназначаются для оценки постоянных случайных величин, для которых состояние оцениваемой величины ВВК можно определить простым дифференциальным уравнением

$$dW(t)/dt = 0. \quad (37)$$

Если же предположить случайно изменяющуюся во времени модель состояния ВВК, что справедливо при случайных изменениях направления прихода сигнала и помех, а также изменениях во времени их параметров, то состояние ВВК необходимо выразить в виде многомерного ( $N$ -мерного) стохастического дифференциального уравнения

$$dw_i(t)/dt = -\alpha_i(t)w_i(t) + \sum_{j=1}^N b_{ij}(t)\xi_{\Sigma_M}^{(i)}(t) \quad \text{при } i, j = \overline{1, N}. \quad (38)$$

где  $\alpha_i(t)$  – неслучайные величины, характеризующие скорость изменения ВВК  $\alpha(t) = \tau_{\text{кор}_i}^{-1}$ ;  $\tau_{\text{кор}}$  – интервал корреляции этих изменений;  $\xi_{\Sigma_M}^{(i)}(t)$  – компоненты «белого» гауссова шума, называемого порождающим шумом модели с равномерной спектральной плотностью мощности  $V_M^{(j)}$ ;  $b_{ij}(t)$  – элементы  $N \times N$  матрицы  $B(t)$  порождающего шума, определяющие интенсивность изменений каждой из компонент ВВК.

Случайные процессы, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями типа (38), относятся к классу марковских, а коэффициенты  $a_i(t)$  и  $\beta_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_{ik}(t)b_{jk}(t)$  называется соответственно коэффициентами сноса и диффузии этих процессов. Очевидно, выражение (37) является частным случаем (38) при  $a_i(t) = \beta_{ij}(t) = 0$ .

Для получения оценки ВВК с использованием стандартных процедур линейной и нелинейной фильтрации необходимо кроме уравнения состояния задавать уравнение наблюдения. Для этой цели можно было использовать уравнение (2) или (4), однако в первое не входит значение ВВК, а во втором это значение ВВК имеет общий вид, в то время как необходимо решить задачу оценки именно оптимального ВВК. Учитывая (4), уравнение наблюдения, представим в виде

$$y(t) = W^T(t)x(t) = W_{opt}^T(t)X(t) + v_n(t), \quad (39)$$

где  $X(t)$  – вектор, полученный на основании (2) из вектора  $x(t)$  без учета изотропного шума  $u_i(t)$ ;  $v_n(t)$  – шум наблюдения, образованный в результате взвешенной суммы шумов  $u_i(t)$ , а также являющийся результатом различных погрешностей аппроксимации, принятых в модели.

Шум наблюдения аппроксимируем также гауссовым «белым» шумом со спектральной плотностью мощности  $V_H$ . Алгоритм получения оценки ВВК для данного случая является стандартным и определяется из стохастического дифференциального уравнения

$$d\hat{w}_i/dt = -a_i(t)\hat{w}_i(t) + \sum_{j=1}^N K_{ij}(t)F_j'(\hat{w}_i, t), \quad (40)$$

где  $F_j'(\hat{w}_i, t) = dF_j(\hat{w}_i, t)/d\hat{w}_i$  –  $N$ -мерный вектор-столбец, полученный через производные по времени наблюдения от логарифма функции правдоподобия

$$F_j(w_t, t) = \frac{1}{V_H} [2y_\varnothing(t)y(w_t, t) - y^2(w_t, t)], \quad (41)$$

$K_{ij}(t)$  – дисперсия ошибки оценки, описываемая уравнением Риккати

$$dK(t)/dt = B(t)V_H B^T(t) + K(t)A(t) + A^T(t)K(t) - K(t)F''(\hat{w}_i, t)K(t), \quad (42)$$

здесь  $F''(\hat{w}_i, t) = d^2F(\hat{w}_i, t)/d\hat{w}_i^{(i)}d\hat{w}_i^{(i)}$  – квадратная  $N \times N$  – матрица,  $A(t)$  – диагональная матрица с элементами  $a_i(t)$ .

С учетом (4) значения производных в выражении (41) определяются выражениями следующим образом:

$$F'(\hat{w}_i, t) = \begin{pmatrix} F_1' \\ F_2' \\ \dots \\ F_N' \end{pmatrix}; F''(\hat{w}_i, t) = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \dots & F_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{N1} & F_{N2} & \dots & F_{NN} \end{pmatrix},$$

где  $F_j = 2V_H^{-1}[y_\varnothing(t) - y(w_t, t)]x_j(t) = 2V_H^{-1}v(t)x_j(t)$ ;  $F'(\hat{w}_i, t) = 2V_H^{-1}v(t)x(t)$ ;  $F_{ij}$  – элемент матрицы  $F''(\hat{w}_i, t)$ , стоящий на  $ij$ -м месте,  $F_{ij} = -x(t)x_j(t)$

С учетом этого уравнения оценки ВВК (40) приобретает вид

$$\begin{aligned} d\hat{w}_i(t)/dt &= -a_i(t)\hat{w}_i(t) + \sum_{j=1}^N 2K_{ij}(t)V_H^{-1}[y_\varnothing(t) - y(t)]x_j(t) = \\ &= -a_i(t)\hat{w}_i(t) + 2V_H^{-1}v(t)\sum_{j=1}^N K_{ij}(t)x_j(t). \end{aligned} \quad (43)$$

или в векторной форме

$$d\hat{W}(t)/dt = A(t)\hat{W}(t) + 2V_H^{-1}v(t)K_{ij}(t)X(t). \quad (44)$$

Уравнению (43) соответствует структурная схема алгоритма оценки ВВК ААР, представленная на рис. 5.

Перевод в дискретную форму этого алгоритма осуществляется обычным методом [10].

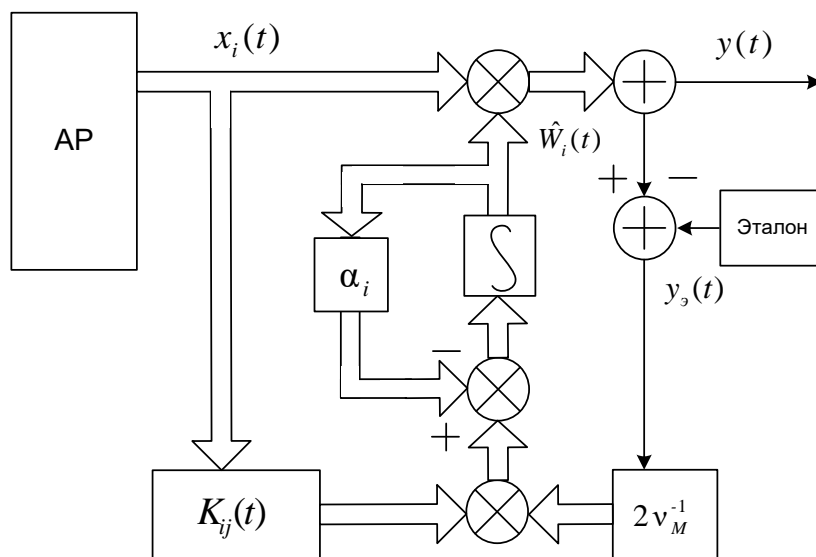


Рис. 5. Структурная схема алгоритма оценки ВВК ААР

Из сопоставления алгоритмов (43) – (44) и (31) – (33) видно, что их структуры весьма сходны. Однако у алгоритма (43), использующего модель (38) вместо коэффициента  $2\mu_i$ , используется коэффициент в виде суммы функций:  $2V_H^{-1} \sum_{j=1}^N K_{ij}(t)$ . Это,

с одной стороны, позволяет с помощью величины  $V_H^{-1}$  учитывать различные значения уровней шумов в каналах наблюдения (с увеличением уровня шумов коэффициент усиления уменьшается), а с другой – с помощью функций  $K_{ij}(t)$  обеспечивать наличие перекрестных (межканальных) связей за счет других  $i \neq j$  (при  $i, j = \overline{1, N}$ ) каналов и приемных элементов ААР. Приведенные исследования показывают, что эти процедуры сходятся к установившемуся состоянию на интервале  $\tau \leq \tau_{кор}$ , т. е. при выборе шага дискретизаций  $\Delta t = 0,1\tau_{кор}$  переходный процесс завершается уже за 3÷10 шагов. Рассмотренная задача оценки ВВК линейна как по постановке (39), (36), так и по решению (32) - (44) и соответствует линейному варианту фильтра Калмана-Бьюси. Отличительной особенностью полученного здесь решения является то, что апостериорная дисперсия (42) оказалась зависимой от результатов наблюдений за счет наличия матрицы  $F''(\hat{w}_t, t)$ . В отличие от классических решений здесь требуется вычисление значений матрицы  $K_{ij}(t)$  в реальном масштабе времени.

Синтез алгоритмов ААР в пространстве состояний допускает и дальнейшее обобщение. Это обобщение может быть распространено и на нелинейные задачи. Так, наличие нелинейностей амплитудной и фазовой характеристик в  $N$  каналах приема, а также ограничение динамического диапазона этих каналов могут быть учтены в уравнении наблюдения, которое в отличие от (4), (39) принимает нелинейный вид:

$$y(t) = W^T(X_t, t); \quad y(t) = W_{opt}^T(x_t, t)X(t) + v_n(t). \quad (45)$$

$W(x_t, t)$  – ВВК, зависящий от параметров наблюдаемого процесса  $x(t)$ .

Нелинейным может оказаться и уравнение состояния (40). Так, могут быть учтены нелинейность частотной характеристики контура управления и другие нелинейности регулировочной характеристики (например, ее астатизм или гистерезисный вид). Эта нелинейность может быть выражена с помощью коэффициента сноса  $a_i(w_t, t)$ , позволяющего учитывать зависимость указанных характеристик от величины оцениваемого значения ВВК. Может быть также учтена нелинейность регулировочной характеристики типа зависимости оцениваемого ВВК от самой его величины с помощью коэффициентов сноса, а также величин  $b_{ij}(w_t, t)$ . С учетом упомянутых нелинейностей уравнения состояния представляются в виде

$$dw(t)/dt = -a(w_t, t) + \sum_{j=1}^N b_{ij}(w_t, t)V_m^{(j)}(t). \quad (46)$$

Общий вид нелинейного алгоритма ААР в соответствии с выражениями (45) и (46) представлен на рис. 6.

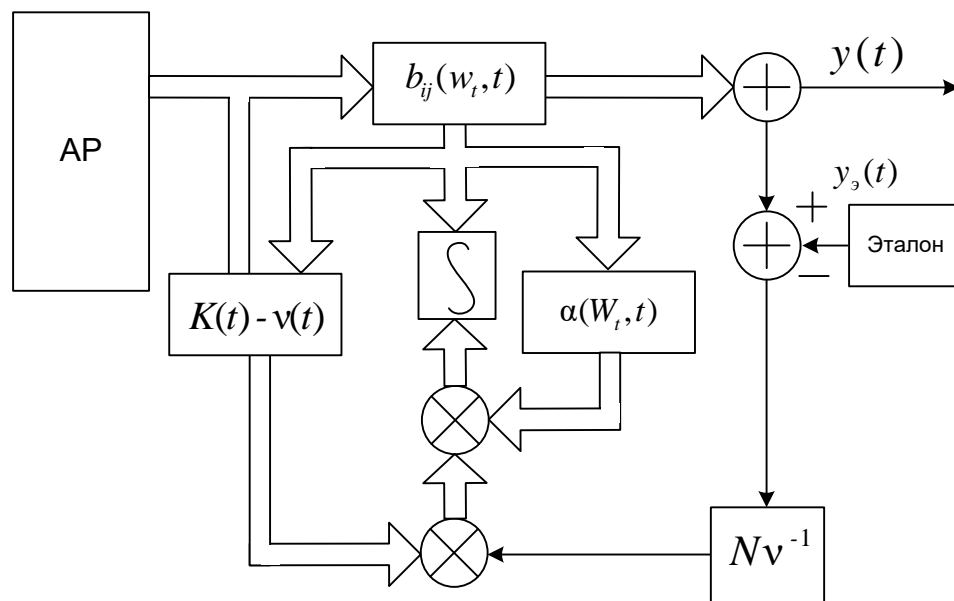


Рис. 6. Нелинейный алгоритм ААР

Некоторая конкретизация линейных алгоритмов ААР имеется в работе [10]. Нелинейные алгоритмы ААР до настоящего времени остаются ещё слабо исследованной стороной общей проблемы антенной техники, что объясняется, с одной стороны, новизной этого научного направления, а с другой – сложностью исследований, требующих конкретизации нелинейности и специфичностью решений.

#### 4. Анализ эффективности ААР, выполненных по критерию МСКО

Для практических целей большой интерес представляет анализ степени подавления суммарных помех на выходе ААР с оптимальными весовыми коэффициентами в установившемся режиме при неизменной сигнально-помеховой обстановке.

Такая ситуация типична для случая приема полезных сигналов  $i$ -й АС при наличии мешающих воздействий от других АС. Поэтому анализ эффективности ААР проведем путем сравнения соответствующих соотношений сигнал/(помеха + шум) на входе и выходе решетки. Для анализа выберем линейный алгоритм ААР с оценкой ВВК по формуле (11).

Анализ эффективности ПВОС будем проводить по следующим двум показателям:

$$\eta_0(t) = \frac{W^T(t)R_{SS}W(t)/W^T(t)R_{rr}W(t)}{W^T(0)R_{SS}W(0)/W^T(0)R_{rr}W(0)}, \quad (47)$$

$$\eta_i(t) = \frac{W^T(t)R_{ss}^{(i)}W(t)/W^T(t)R_{rs}^{(i)}W(t)}{W^T(0)R_{ss}^{(i)}W(0)/W^T(0)R_{rs}^{(i)}W(0)}, \quad (48)$$

где  $W(t)$  – значение ВВК после адаптации;  $W(0)$  – значение ВВК до адаптации;  $R_{SS} = E\{S_n(t)S_n^T(t)\}$  – КМ – сигналов;  $S_n(t) = [S_{n1}(t), S_{n2}(t), \dots, S_{nL}(t)]$  – суммарный вектор напряжений сигналов на выходе элементов АР;  $R_{SS}^{(i)} = E\{S^{(i)}(t)S^{(i)T}(t)\}$  – КМ  $i$ -го сигнала;  $R_{rs}^{(i)} = E\{P(t) + S^{(-i)}(t)[P(t) + S^{(-i)}(t)]^T\}$  – КМ помех и всех сигналов кроме  $i$ -го;  $i = \overline{1, L}$ .

Показатель (47) является общепринятым при анализе эффективности ПВОС [13, 14] и характеризует степень подавления помех (коэффициент помехозащиты) при использовании методов ПВОС. Показатель (48) характеризует коэффициент помехозащиты для каждого из сигналов и позволяет оценить ослабление полезных сигналов при применении ПВОС.

Рассмотрим вначале значения показателей эффективности из выражений (47), (48) при воздействии одной ( $J=1$ ) сосредоточенной узкополосной помехи  $n(t)$  и шума  $v(t)$ . Численные значения коэффициентов  $\eta_0(t)$  и  $\eta(t)$  получим для различных уровней сигналов и помех, а также углов прихода вводной плоскости  $X$ . Очевидно, для плоскости  $Y$  результаты будут аналогичны. Направление прихода сигнала выберем  $\theta_s = 0$ . На рис. 7-9 представлены графики зависимостей коэффициентов  $\eta_0(t)$  и  $\eta(t)$  от значения разницы угла направлений прихода сигнала и помехи  $\Delta\theta^0$  для

различного числа антенных элементов  $N$ . Из анализа зависимостей можно видеть, что с увеличением числа  $N$  значения коэффициентов  $\eta_0(t)$  и  $\eta(t)$  существенно возрастают. При этом теоретически могут быть получены значительные превышения уровней подавления помех по отношению к сигналу при различных направлениях их прихода  $\theta_n$  и  $\theta_s$ , достигающие 50 дБ и более (рис. 7).

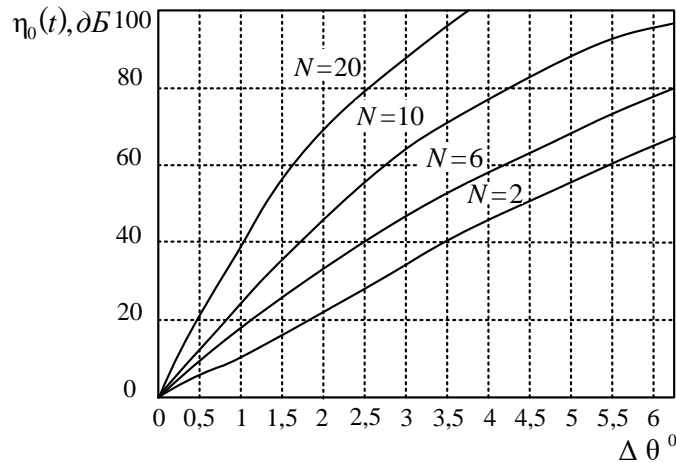


Рис. 7. Графики зависимостей коэффициента подавления помех  $\eta_0(t)$  от значения различия угла прихода сигнала и помехи  $\Delta\theta$

Однако при любом числе  $N$  характерно снижение всех выбранных коэффициентов эффективности с приближением направления прихода помехи  $\theta_n$  к сигналу  $\theta_s$  (при  $(\theta_n - \theta_s) \rightarrow 0$ ), что можно интерпретировать как «ослепление» ААР. С увеличением уровня помех по сравнению с шумом  $P_n/P_u = 10$  дБ и  $P_n/P_u = 100$  (рис.8) показатель  $\eta(t)$  растет, что объясняется точностью оценки значений  $\hat{W}_i(t)$ .

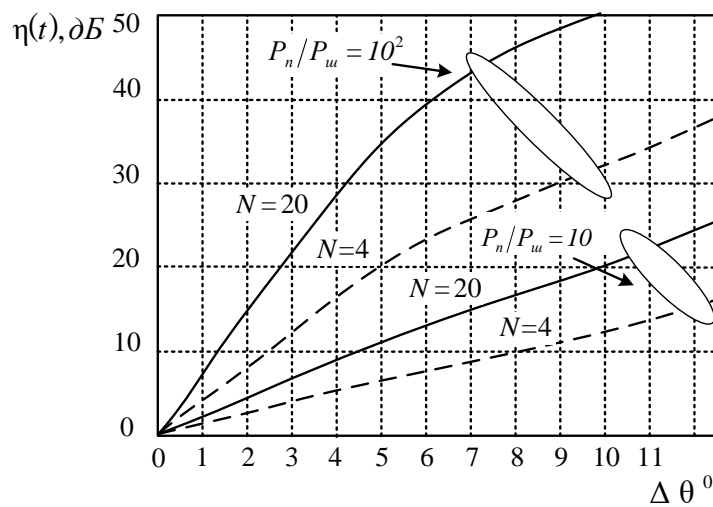


Рис. 8. Графики зависимостей коэффициента помехозащиты  $\eta(t)$  от значения различия угла прихода сигнала и помехи  $\Delta\theta$



В данном случае обработка способствует уменьшению относительного уровня помехи на выходе ААР, хотя абсолютное значение ее, являющееся одним из компонентов шума наблюдения  $V_n$ , увеличивается за счет роста дисперсии ошибки оценки  $K_{ij}(t)$ .

На рис. 9 представлены графики  $\eta(t)$  для случая воздействия двух помех  $n^{(1)}(t)$  и  $n^{(2)}(t)$  в зависимости от изменения направления прихода одной из них при фиксированном направлении другой ( $\theta_s = 5^\circ$ ). Графики, приведенные на рис. 10, отличаются от изображенных на рис. 9 тем, что при совпадении направлений прихода помех ( $\theta_1 = \theta_2 = 5^\circ$ ) отмечается увеличение эффективности ААР на 10-15 дБ. В данном случае воздействие нескольких помех, приходящих с одного и того же направления, воспринимается как воздействие одной помехи с суммарной мощностью  $P_{n\Sigma} = P_{n1} + P_{n2}$ . То есть воздействие нескольких помех, приходящих с различных направлений ( $\theta_{n1} \neq \theta_{n2}$ ), приводит к большим потерям по сравнению со случаем воздействия одной помехи суммарной мощности.

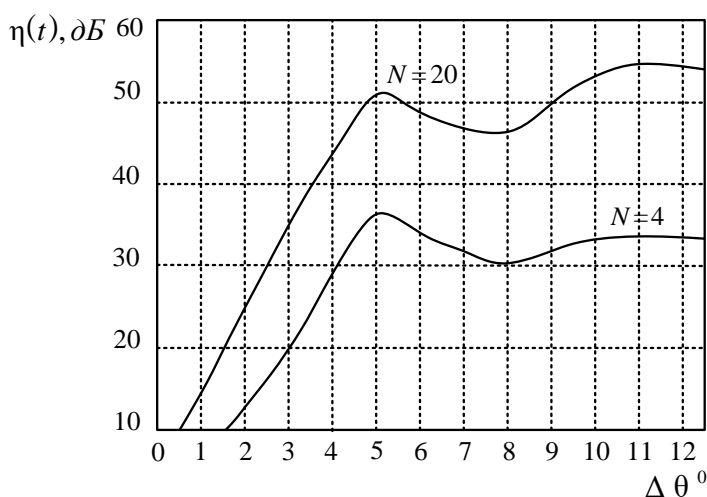


Рис. 9. Графики зависимостей коэффициента помехозащиты  $\eta_0(t)$  от значения различия угла прихода сигнала и помехи  $\Delta\theta$

Численные значения коэффициентов (47) и (48) получены без учета технологических погрешностей антенных систем, конечной развязки между антенными элементами ААР и других ограничений, встречающихся на практике. Все эти ограничения соответствующим образом снижают эффективность ААР. Поэтому значения приведенных показателей можно рассматривать как потенциально возможные.

Исследования чувствительности ААР по показателям (47)-(48) к отклонению параметров выбранной модели, в частности, к наличию не учитываемых в модели случайных флуктуации ВВК, показывают, что ошибка в задании коэффициента сноса  $a_i(t)$ , входящего в уравнение состояния, в одну и другую сторону на порядок приводит к потерям эффективности, не превышающим 1 дБ. В то же время пренебре-

жение флуктуациями фазового фронта принимаемых сигналов и помех связано с потерями, достигающими 5-7 дБ.

Данные результаты аналогичны полученным в задачах для ААР и могут быть распространены и на пространственно-поляризационно-временные задачи. При неизменной сигнально-помеховой обстановке, когда помехи полностью поляризованы, уравнение состояния (38) упрощается и приводится к виду  $dW_i(t)/dt = 0$ . Соответственно упрощены и уравнения (40), поскольку  $A = 0$ , то первое слагаемое в правой части (40) исчезает, что позволяет уравнение оценки в векторной форме записать в виде:

$$\frac{d\hat{w}}{dt} = K(t)A^T(t)V_H^{-1}(t). \quad (49)$$

Уравнение (49) представляет собой непрерывный вариант известной процедуры Уидроу-Хоффа. Таким образом, синтезированные алгоритмы можно рассматривать как обобщение процедуры для более сложной статистической ситуации и общих частично поляризованных полей.

Скорость сходимости рассмотренных процедур оценки достаточно высока и укладывается в пределы интервала коррекции для дискретных процедур она равна 10-15 шагам. При неоптимальных параметрах фильтра, например, при использовании процедуры (49), для произвольной сигнально-помеховой ситуации это время возрастает и может достигать 300 шагов и более.

При этом уравнение (49) соответствует алгоритму обработки пространственно-временных сигналов и помех с плоским фазовым фронтом и точечным пространственным спектром. При флуктуационных же фронтах необходимо использовать процедуры вида:

$$d\hat{w}_i(t)/dt = -a_i(t)\hat{w}_i(t) + \sum_{j=1}^N K_{ij}(t)F_j^{\cdot}(\hat{w}_t, t), \quad (50)$$

где  $F_j^{\cdot}(\hat{w}_t, t) = dF_j(\hat{w}_t, t)/d\hat{w}_t$  –  $N$ -мерный вектор столбец, полученный через производные по времени наблюдения от логарифма функции правдоподобия.

Проанализируем эффективность рассмотренных задач для различных значений угла  $\delta$ , являющегося половиной центрального угла сферы Пуанкаре и соединяющего точки, которые соответствуют значениям поляризации сигнала и помехи. Для анализа выберем коэффициент  $\eta_0$  (47), показывающий, насколько уровень сигнала по отношению к помехе на выходе системы больше, чем на входе. Значения оптимальных весовых коэффициентов определим из матричного уравнения Винера-Хопфа  $W = R_{xx}^{-1}r_y$ , где  $R_{xx} = R_c + R_n + R_u$ , а  $R_c, R_n, R_u$  – корреляционные матрицы сигнала, помехи и шума соответственно;  $r_{xy}$  – матрица взаимной корреляции между векторами принятого и эталонного сигналов.

Несмотря на то, что процедура анализа основана на уравнении фильтра Винера, она для данного случая может применяться, поскольку фильтр Калмана обладает той же эффективностью. Зависимость  $\eta_0(t)$  от  $\alpha_{Пв\text{ых}}$  представлена на рис. 10, откуда видно, что с уменьшением уровня шума степень подавления помехи растет.

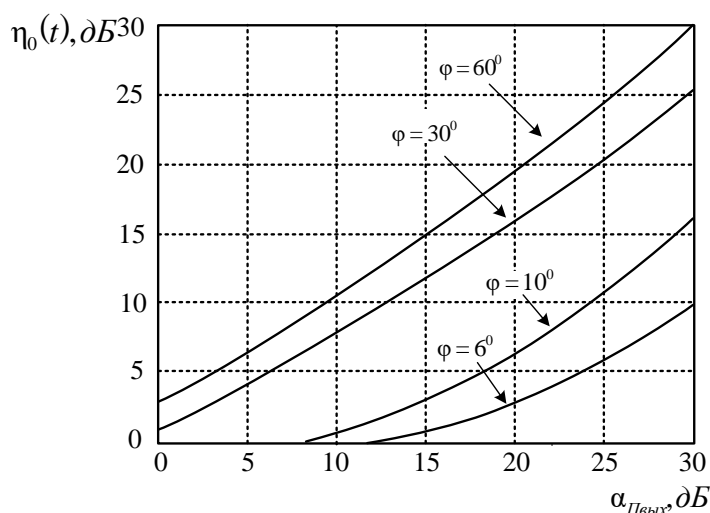


Рис. 10. Графики зависимостей коэффициента помехозащиты  $\eta_0(t)$  от значения различия угла прихода сигнала и помехи  $\Delta\theta$

Эффективность возрастает также при увеличении различия поляризации сигнала и помехи (с увеличением  $\delta$ ). Характерно, что даже при малом различии в поляризациях сигнала и помехи (при  $\delta \leq 30^\circ$ ) можно достичь уровня подавления 20 дБ и более, что соответственно повышает качество ЭМД.

## Выводы

1. Многостанционный доступ в системах мобильной связи может быть реализован с использованием пространственно-временных и пространственно-поляризационных параметров сигналов на существующей технической и технологической базе независимо от других используемых методов, что является результатом привлечения дополнительного ресурсного множества.

2. В результате проведенного анализа наиболее популярных методов и алгоритмов синтеза ААР, различающихся как назначением, так и критериями эффективности функционирования (МСКО, МВМ, МОСП) выявлено, что каждый из этих методов предполагает нахождение оценки вектора весовых коэффициентов, включенных на выходе АЭ антенной решетки. Данные методы являются асимптотическими и основанными на обращении выборочной ковариационной матрицы принимаемых сигналов, предполагая выполнение условий стационарности сигнально-помеховой обстановки, что требует априорного формирования выборочной статистики. Данные алгоритмы наиболее широко используются в задачах анализа, в то время как в задачах синтеза обычно используют рекурсивные процедуры.

3. Рекуррентные методы, основанные на градиентных процедурах в стационарных условиях, и асимптотические методы при прочих равных допущениях обладают одинаковой эффективностью. Вместе с тем, использование в задачах ПВД рекурсивных процедур реализации ПВОС является более конструктивным, поскольку позволяет осуществлять коррекцию ВВК в реальном масштабе времени, что особенно важно для связи с перемещающимися АС. Рассмотренные алгоритмы Уидроу-Хоффа, являющиеся относительно простыми, однако для их сходимости требуется 50-150 шагов дискретизации, что для задач ПВД может оказаться недопустимым, поскольку саму задачу ПВД необходимо завершить по времени предоставления услуги АС, т.е. за  $t \leq 2 \div 5$  сек. Более подходящими являются процедуры Каламана-Бьюси, ориентированные на более динамичную сигнально-помеховую обстановку и время сходимости  $3 \div 10$  шагов дискретизации.

4. Анализ качества ПВД проведен по критериям уровней подавления прочих излучений при приеме сигнала АС. Из графиков следует, что эти уровни теоретически могут достигать значительных величин: 40-60 дБ и более. Реальные уровни очевидно следует ожидать на уровне теплового шума, т.е. на уровне 20-27 дБ.

5. При поляризационно-временной обработке сигналов АС могут быть использованы алгоритмы, аналогичные пространственно-временной обработке. Совместное использование двух указанных методов приводит к возрастанию возможностей ПВД и непосредственно влияют на саму концепцию функционирования мобильной телекоммуникационной системы.

### Список литературы:

1. Монзинго Р. А. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию / Р.А. Монзинго, Т.У.Миллер. – М. – Радио и связь, 1986. – 448 с.
2. *Popovskij V.* Control and adaptation in telecommunication system: Mathematical foundations / V. Popovskij, A. Barkalov, L. Titarenko. – Том 94. – Springer Science & Business Media, 2011. – 330 p.
3. Математичні основи теорії телекомунікаційних систем / В.В.Поповський, С.О. Сабурова, Ю.Ю. Коляденко та ін. / За загальною редакцією В.В.Поповського. – Харків: ТОВ «Компанія СМІТ», 2006. – 564 с.
4. *Баланис К. А.* Введение в смарт-антенны / К.А. Баланис, П. И. Иоанидес.– 2012. – 200 с.
5. *Марков Г.Т.* Антенны. Учебник для студентов радиотехнических специальностей вузов / Г. Т. Марков, Д. М.Сазонов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. М. – «Энергия». – 1975. –528 с.
6. *Поповский В.В.* Математические основы управления и адаптации в телекоммуникационных системах: учебник / В.В. Поповский, В.Ф. Олейник. – Харьков: СМІТ, 2011. – 362 с.
7. *Поповский В.В.* Методы научных исследований в телекоммуникациях. Учебное пособие. 2 т. – Х. ТОВ “СМІТ”, 2012. – 173 с.
8. *Караваев В.В.* Статистическая теория пассивной локации / В.В. Караваев, В.В. Сазонов. – М.: Радио и связь, 1987. – 240 с.
9. *Марковская теория оценивания в радиотехнике / Под ред. М. С. Ярлыкова.* – М.: Радиотехника, 2004. – 504 с.

10. Родимов А.П. Статистическая теория поляризационно-временной обработки сигналов и помех / А.П.Родимов, В.В.Поповский. – М.: Радио и связь. – 1984.– 272 с.
11. Марчук Л.А. Пространственно-временная обработка сигналов в линиях радиосвязи / Л.А. Марчук. – Л.: ВАС, 1991. – 136 с.
12. Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов / Б.Уидроу, С.Стирнз. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
13. Электромагнитная доступность источников радиоизлучений. Учебное пособие / Под ред. В. В. Поповского. – Л.: ВАС, 1987. – 262 с.
14. Пространственно-временная обработка сигналов / Под ред. И. Я. Кремера. –М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.