

УДК 621.396

Караченцев В.Є., Денисюк В.Ю., к.т.н.

Луцький національний технічний університет

ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ І ХАРАКТЕРИСТИКИ АНАЛОГОВИХ СИГНАЛІВ

У статті розглянуті аналогові гармонійні, складні періодичні та складні неперіодичні сигнали, за допомогою яких передається повідомлення вимірювальної інформації. При передачі інформації відбувається перетворення повідомлення в сигнал. Амплітуда, частота і фаза є інформативними параметрами електричних аналогових сигналів.

Подані основні параметри і характеристики аналогових сигналів, амплітудні та дискретні спектри сигналів. Наведені спектральні функції сигналів та визначення спектральної щільності амплітуди для аналогових неперіодичних сигналів і сигналів з дискретним спектром. Математично визначена спектральна щільність амплітуди аналогових неперіодичних сигналів та сигналів з дискретним спектром.

Подані рекомендації для визначення необхідної ширини дискретного спектру в межах якого зосереджена основна енергія сигналу. Інформативні параметри електричних сигналів використовуються для передачі інформації по системах зв'язку.

Ключові слова: *сигнал, інформативний параметр, гармоніки, амплітуда, спектральна функція.*

Постановка проблеми. Повідомлення як матеріальна форма подання інформації передається на будь-яку віддаль за допомогою сигналів. Сигнал як матеріальний носій інформації представляє собою деякий фізичний процес один із параметрів якого функціонально зв'язаний з вимірювальною величиною. Такий параметр називають інформативним [2].

У більшості випадків у якості сигналів використовуються електричні процеси (струм, напруга, електромагнітне поле), які зручніше піддаються перетворенню ніж процеси іншої фізичної природи. Сигнали можуть бути неперервними і дискретними як за станом так і за часом. Кількість можливих значень дискретного за станом сигналу обмежено. Сукупність цих значень створює алфавіт [2]. Дискретні за станом повідомлення можуть бути вільно передані неперервним сигналом, оскільки в множині значень неперервних величин містяться всі дискретні. Елементи, за допомогою яких здійснюється передача повідомлень, включаючи джерело і приймач повідомлень створюють систему зв'язку [4].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Обробка сигналів має велике фундаментальне і прикладне значення в сучасній метрології й інформаційно-вимірювальній техніці. Її методи широко застосовуються для розробки і дослідження засобів вимірювальної техніки різного призначення, а засоби – для їх аналогової або апаратно-програмної реалізації. В системах зв'язку сигнал переносить повідомлення певного змісту (воно складається з різного роду знаків або символів). Його, зазвичай, потрібно передати на деяку відстань користувачу. У випадку передачі телеметричних даних повідомлення є функцією у часі, наприклад, виміряних значень температури, тиску повітря тощо [4]. Тобто в цьому випадку в сигналі передається повідомлення про результати вимірювань певних параметрів оточуючого середовища та іншої інформації.

Постановка завдань. Розрізняють гармонічні, складні періодичні та складні неперіодичні аналогові сигнали. Гармонічний сигнал є синусоїдною (косинусоїдою) функцією часу.

Складний періодичний сигнал є безперервною несинусоїдною функцією, закон зміни якої повторюється через рівні проміжки часу. Сукупність амплітуд гармонічних складових складного сигналу називається амплітудним спектром сигналу. Складний періодичний сигнал має лінійний спектр, що складається з ряду ординат розділених інтервалами, які дорівнюють частоті складного сигналу. Такі спектри називаються дискретними.

Область частот, в яких зосереджена велика частина енергії сигналу називається шириною спектру. Реальна ширина спектру сигналу обмежена визначеними нижньою і верхньою граничними частотами, в межах яких зосереджена основна енергія сигналу. Обмеження ширини спектру не тільки зменшує енергію, що передається, але і викликає спотворення форми сигналів. Тому обмеження спектру при передачі сигналів повинне переводитись з урахуванням обох цих чинників.

Предметом даної статті є розгляд основних властивостей, характеристик і параметрів аналогових сигналів, які являються інформативними в системах зв'язку.

Викладення основного матеріалу. Безперервні за часом і станом сигнали називаються *аналоговими*. Математично аналоговий сигнал є безперервною функцією часу $S = f(t)$. Розрізняють гармонійні, складні періодичні та складні неперіодичні сигнали.

Гармонійний сигнал (рис. 1, а) є синусоїдною (косинусоїдною) функцією часу:

$$F(t) = A \sin(\omega t + \psi), \quad (1)$$

де A – максимальне значення (амплітуда) функції; ω — кругова частота, пов'язана з періодом функції T співвідношенням $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$; ψ – початкова фаза функції (початковий фазовий кут).

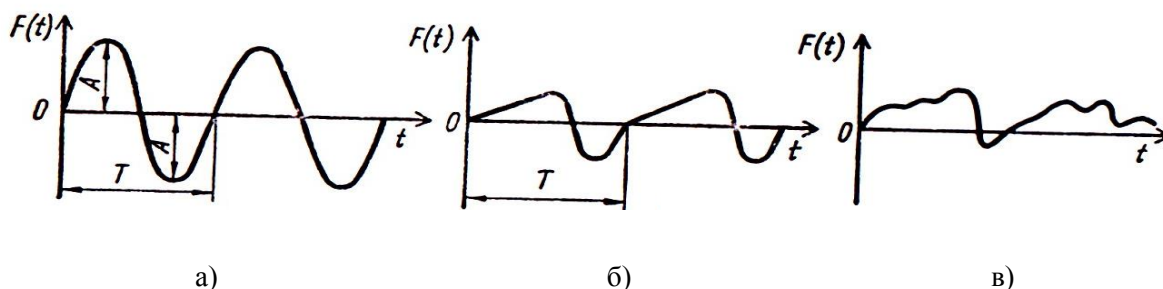


Рис. 1. Форми тимчасових характеристик різних сигналів:
а – гармонічного; б – складного періодичного; в – складного неперіодичного

Складний періодичний сигнал (рис. 1, б) є безперервною несинусоїдною функцією, закон зміни якої повторюється через рівні проміжки часу. Час (T), після закінчення якого значення функції починають повторюватися, називається *періодом*. Складна періодична функція, якщо вона задовольняє умовам Діріхле (тобто має впродовж періоду кінцеве число розривів першого роду, максимумів і мінімумів і не має розривів другого роду), може бути представлена у вигляді ряду з нескінченним числом членів [4].

Перший член ряду є постійна, яка в певних випадках може бути рівна нулю; решта членів є гармонійними функціями часу, частоти яких кратні частоті розкладеної в ряд періодичної функції.

Ці функції називаються *гармоніками*. Синусоїдна функція з круговою частотою ω називається першою (або основний) *гармонікою*, функція з частотою 2ω – другою *гармонікою* і так далі. Всі гармоніки (окрім основної) називаються вищими.

Для більшості безперервних періодичних функцій амплітуди гармонік убувають із збільшенням їх частоти, що дозволяє приблизно розглядати складний періодичний сигнал як такий, що складається з постійної і декількох синусоїдних складових з частотами, кратними частоті даного сигналу [2].

Основна формула розкладання періодичної функції в ряд Фур'є записується наступним чином:

$$F(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + A_n \sin(n\omega t + \psi_n) + \dots + K = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \psi_n). \quad (2)$$

У це розкладання входять постійна складова A_0 і синусоїдної функції (гармоніки) з амплітудами A_n , частотами $n\omega$ і фазовими кутами ψ_n .

Для того, щоб утворити ряд з гармонійними функціями без початкових фазових кутів, скористаємося відомою формулою [4]:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta;$$

тоді

$$A_n \sin(n\omega t + \psi_n) = A_n \cos \psi_n \sin n\omega t + A_n \sin \psi_n \cos n\omega t.$$

Позначивши

$$A_n \cos \psi_n = a_n; \quad (3)$$

$$A_n \sin \psi_n = b_n, \quad (4)$$

Отримаємо:

$$A_n \sin(n\omega t + \psi_n) = a_n \sin n\omega t + b_n \cos n\omega t. \quad (5)$$

Таким чином, ряд Фур'є набере вигляду:

$$F(t) = A_0 + a_1 \sin \omega t + a_2 \sin 2\omega t + \dots + a_n \sin n\omega t + \dots + b_1 \cos \omega t + \\ + b_2 \cos 2\omega t + \dots + b_n \cos n\omega t = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin n\omega t + b_n \cos n\omega t) \quad (6)$$

Якщо відомий аналітичний вираз функції $F(t)$, то складові ряду (6) можна визначити за формулами [5]:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(t) dt \quad (7)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(t) \sin n\omega t dt \quad (8)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(t) \cos n\omega t dt \quad (9)$$

Як впливає з формули (7), постійна складова є середнє значення функції за період T .

Для функцій, заданих графічно, розроблені наближені способи обчислення коефіцієнтів ряду.

Якщо відомі коефіцієнти ряду (6), то можна повернутися до ряду (2) з одними синусоїдами. При цьому амплітуди і фазові кути функції можуть бути визначені за формулами [4]:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad (10)$$

$$\cos \psi_n = a_n / A_n; \quad (11)$$

$$\sin \psi_n = b_n / A_n. \quad (12)$$

Слід мати на увазі, що для визначення фазового кута, який може приймати значення в межах $0 - 2\pi$, необхідно знати значення однієї з функцій (синуса або косинуса) і знак обох функцій [5].

У деяких випадках зручно користуватися представленням ряду Фур'є в комплексній формі:

$$F(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp(in\omega t) \quad (13)$$

яка виходить шляхом перетворення виразу (6) з використанням формули Ейлера ($\cos \alpha + i \sin \alpha = e^{i\alpha}$).

Розкладання в ряд має цілком реальну фізичну суть: будь-яка з складових сигналу може бути виділена за допомогою пристроїв, що розділяють сигнали за частотою.

Сукупність амплітуд гармонійних складових складного сигналу називається *амплітудним спектром сигналу* (рис. 2). Як видно з рисунка, амплітудний спектр гармонійного сигналу в координатній системі частота-амплітуда є однією вертикальною лінією, абсциса якої відповідає частоті сигналу ω_c (рис. 2, а).

Складний періодичний сигнал має лінійчатий спектр, що складається з ряду ординат, розділених інтервалами, рівними частоті складного сигналу (рис. 2, б). Такі спектри називаються *дискретними* [3].

Область частот, в якій зосереджена велика частина енергії сигналу, називається *шириною спектру*.

Неперіодичні аналогові сигнали також можуть мати дискретний спектр. Так, наприклад, при складанні декількох гармонійних сигналів різної частоти, якщо відносини частот доданків виражаються ірраціональними числами, виходить неперіодичний сигнал, проте спектр його є дискретним, оскільки містить тільки його гармонійні складові (рис. 2, б). Неperіодичні сигнали з дискретним спектром називаються *квазіперіодичними* (майже періодичними).

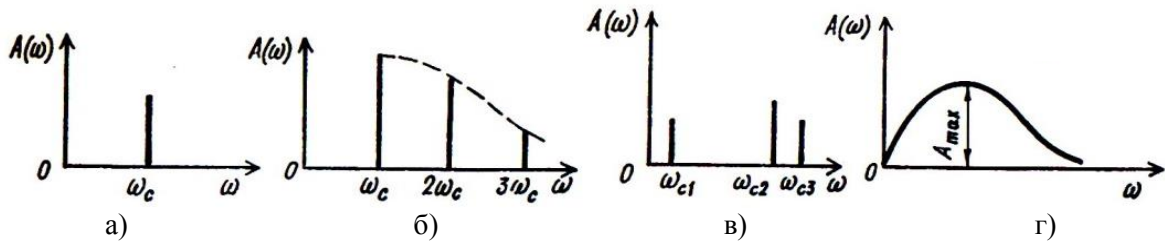


Рис. 2. Амплітудні спектри сигналів

Проте більшість аналогових неперіодичних сигналів не мають дискретного спектру. Розглядаючи неперіодичну безперервну функцію (рис. 1, в) як періодичну з періодом $T \rightarrow \infty$, можна уявити собі розкладання такої функції в ряд Фур'є, в якому частотний інтервал між складовими $\omega = 2\pi/T \rightarrow 0$. У цьому випадку спектр виявиться суцільним, таким, що містить складові на всіх частотах в інтервалі $0 - \infty$. Такий спектр називається безперервним.

Очевидно, енергія, що припадає на частку кожної з складових сигналу при нескінченно великій їх кількості, є величина нескінченно мала, в чому можна переконалися на підставі формул (8) і (9), в яких множник $2/T$ в даному випадку прямує до нуля. Тому розкладання неперіодичних функцій в ряд Фур'є реального значення не має.

Не проводячи математичних перетворень, вкажемо, що при граничному переході ($T \rightarrow \infty$) з формули (2) розкладання функції в ряд Фур'є може бути отриманий вираз [4]:

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (14)$$

назва якого *зворотне перетворення Фур'є*.

В результаті зворотного перетворення Фур'є функція часу $F(t)$ виражається через комплексну функцію частоти $S(\omega)$, яка характеризує спектральні властивості даної функції.

Зіставляючи вираз зворотного перетворення Фур'є з розкладанням (2), можна виявити формальну аналогію між ними. Іншими словами, зворотне перетворення Фур'є представляє неперіодичну функцію у вигляді інтегральної суми нескінченно малих гармонійних функцій з комплексними амплітудами в безперервному спектрі частот.

Комплексна функція $S(\omega)$ носить назву *спектральної функції*:

$$S(\omega) = A \exp[-i\varphi(\omega)] \quad (15)$$

Модуль спектральної функції A називається *спектральною щільністю амплітуди*. За фізичним змістом спектральна щільність амплітуди є межею відношення суми амплітуд складових сигналу, розміщених у смугі частот $\Delta\omega$, до ширини цієї смуги при спрямуванні її до нуля:

$$A = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\sum A(\Delta\omega)}{\Delta\omega}. \quad (16)$$

Приклад залежності спектральної щільності амплітуди від частоти показаний на рис. 2, г.

Для функції з дискретним спектром також застосовне поняття спектральної щільності амплітуди, при цьому для її обчислення можна користуватися формулою (16) для кінцевого, але достатньо малого інтервалу $\Delta\omega$.

Оскільки будь-який сигнал володіє кінцевою енергією то кінцева енергія його спектру. Реальна ширина спектру сигналу, як вже було сказано, обмежена визначеними *нижньою і верхньою граничними частотами* ω_n і ω_g , в межах яких зосереджена основна енергія сигналу [1].

Слід мати на увазі, що обмеження ширини спектру не тільки зменшує передавальну енергію, але і викликає спотворення форми сигналів. Тому обмеження спектру при передачі сигналів повинне проводитися з урахуванням обох цих чинників [4].

Для визначення ширини дискретного спектру прийнято знаходити верхню і нижню граничні частоти так, щоб до складу спектру входили складові з амплітудою не меншою, ніж 0,1 максимальної амплітуди.

Висновки. Проведений розгляд основних властивостей, характеристик і параметрів аналогових сигналів. Наведені спектральні функції та амплітудні спектри сигналів.

Математично визначена спектральна щільність амплітуди аналогових неперіодичних сигналів та сигналів з дискретним спектром.

Подані рекомендації для визначення необхідної ширини дискретного спектру в межах якого зосереджена основна енергія сигналу.

Інформативні параметри електричних сигналів використовуються для передачі повідомлень (інформації) по системах зв'язку.

Інформаційні джерела

1. Антонов В.М. Сучасні комп'ютерні мережі / В.М. Антонов. – К: «МК – Прес», 2005. – 480 с.
2. Караченцев В.Є., Денисюк В.Ю. Перетворення та оцифрування електричних сигналів / "Перспективні технології та прилади". Збірник наукових праць. Випуск 11(2). м. Луцьк, грудень 2017 р. – Луцьк: Луцький НТУ, 2017. – С. 40–46.
3. Караченцев В.Є. Комп'ютерна електротехніка: теорія і практикум / В.Є. Караченцев., В.О. Ліщина. – Луцьк: ВАТ «Волинська обласна друкарня», 2009. – 351с.
4. Могилевський М.М. Общая радиотехника / Могилевський М.М., Анохина Н.Д., Бревда Н.Н. – 2 – е изд; перераб. и доп. – К.: Высшая шк. Головное изд-во, 1985. – 287с.
5. Рябенський В.М. Цифрова схемотехніка: навч. посібник / Рябенський В.М., Жуйков В.Я., Гулий В. Д. – Львів: «Новий світ – 2000», 2009. – 736 с.

Караченцев В.Є., Денисюк В.Ю.

Луцький національний технічний університет

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА И ХАРАКТЕРИСТИКИ АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛОВ

В статье рассмотрены аналоговые гармоничные, сложные периодические и сложные неперіодические сигналы, с помощью которых передается сообщение измерительной информации. При передаче информации происходит преобразование сообщения в сигнал. Амплитуда, частота и фаза являются информативными параметрами электрических аналоговых сигналов.

Представлены основные параметры и характеристики аналоговых сигналов, амплитудные и дискретные спектры сигналов. Приведены спектральные функции сигналов и определения спектральной плотности амплитуды для аналоговых неперіодических сигналов с дискретным спектром. Математически определена спектральная плотность амплитуды аналоговых неперіодических сигналов и сигналов с дискретным спектром.

Даны рекомендации для определения необходимой ширины дискретного спектра в пределах которого сосредоточена основная энергия сигнала. Информативные параметры электрических сигналов используются для передачи информации в системах связи.

Ключевые слова: *сигнал, информативный параметр, гармоники, амплитуда, спектральная функция.*

V. Karachentsev, V. Denysiuk

Lutsk National Technical University

MAIN PROPERTIES AND CHARACTERISTICS OF ANALOGAL SIGNALS

The article deals with analog harmonic, complex periodic and complex non-periodic signals, by means of which the message of measurement information is transmitted. When information is transmitted, the message is converted into a signal. Amplitude, frequency and phase are informative parameters of electric analog signals.

The main parameters and characteristics of analog signals, amplitude and discrete spectrum of signals are presented. The spectral functions of signals and the determination of amplitude spectral density for analog non-periodic signals and signals with a discrete spectrum are given. The spectral density of the amplitude of analog no periodic signals and signals with a discrete spectrum is mathematically determined.

The recommendations are given to determine the required width of the discrete spectrum within which the main signal energy is concentrated. Informative parameters of electric signals are used for the transmission of information in communication systems.

Key words: *signal, informative parameter, harmonics, amplitude, spectral function.*

Стаття надійшла до редакції 24.03.2018