

В.И. ВАСИЛИШИН, А.Н. КОЛЕСНИКОВ, А.Н. САМСОНКИН

Харьковский институт Военно-Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба, Украина

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ТИПА АЛГОРИТМА „ФОРМИРОВАНИЯ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ” НА ТОЧНОСТНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ МОДИФИЦИРОВАННОГО АЛГОРИТМА ROOT-MUSIC

Исследовано влияние типа алгоритма „формирования диаграммы направленности” на точностные показатели модифицированного алгоритма Root-MUSIC с помощью имитационного моделирования. Показано, что эффективность модифицированного алгоритма Root-MUSIC зависит от уровня боковых лепестков формируемой „диаграммы направленности”. Предпочтительным для совместного использования с алгоритмом Root-MUSIC является алгоритм „формирования диаграммы направленности”, обеспечивающий более низкий уровень боковых лепестков, чем алгоритм Бартлетта

алгоритм, диаграмма направленности, боковой лепесток, антенная решетка, точностные характеристики, источник излучения

Постановка проблемы

Одной из задач систем с пространственно-временной обработкой сигналов, построенных на базе антенных решеток (АР), является угловое разрешение сигналов, приходящих с близких направлений. Разрешающая способность по угловым координатам традиционных методов ограничена размерами апертуры АР.

Анализ известных достижений

В технической литературе особое внимание уделяется собственноструктурным (СС) алгоритмам, которые позволяют получать отдельные оценки источников излучения в условиях отсутствия разрешения между ними по критерию Рэлея (в режиме сверхразрешения). Данные алгоритмы имеют более высокие точностные характеристики по сравнению с ранее предложенными алгоритмами со сверхразрешением [1]. Кроме того, известно, что СС алгоритмы уступают в точности оценивания угловых координат при низком отношении сигнал-шум (ОСШ) алгоритмам, основанным на методе максимального правдоподобия (таким как алгоритм взвешенной подгонки подпространств (weighted subspace fitting) [1]). Однако по количеству требуемых вычислений

СС алгоритмы значительно проще в реализации. Это обуславливает попытки повысить точностные характеристики СС алгоритмов при низком ОСШ.

Известны работы [2,3], направленные на повышение точностных характеристик СС алгоритмов в области порогового ОСШ (область низких значений ОСШ, при котором происходит резкое увеличение среднеквадратических ошибок оценивания угловых координат источников излучения). Так, в работе [3] предложен модифицированный алгоритм Root-MUSIC, который основан на комбинировании алгоритма Root-MUSIC и алгоритма „формирования диаграммы направленности” (например, алгоритма Бартлетта), что позволяет снизить величину среднеквадратического отклонения оценок угловых координат для алгоритма Root-MUSIC в области порогового ОСШ.

В зарубежной технической литературе для термина „алгоритм формирования диаграммы направленности (ФДН)” используется следующий его вариант – формирователь луча (beamformer) [3]. Используем термин „алгоритм формирования диаграммы направленности”, а не „формирователь диаграммы направленности” или „формирователь луча”, т.к. речь идет не об устройстве формирования

диаграммы направленности, а об алгоритме, в ходе вычисления которого получают некую спектральную функцию (СФ) [4]. Она имеет „диаграммоподобный” вид, но не является диаграммой направленности в классическом смысле, поэтому при применении сокращения ФДН берем его в кавычки.

Цель работы

Но остается не выясненным вопрос о влиянии типа алгоритма „формирования диаграммы направленности” („ФДН”) на точность оценок угловых координат источников излучения модифицированным алгоритмом Root-MUSIC. По этой причине авторы статьи произвели анализ точностных характеристик модифицированного алгоритма Root-MUSIC при использовании разных алгоритмов „ФДН”.

Постановка задачи

Рассмотрим линейную эквидистантную АР (ЛЭАР) из M идентичных элементов. Элементы АР возбуждаются узкополосными сигналами V источников излучения, расположенных в дальней зоне АР. Вследствие этого, запаздывание волны от каждого источника излучения вдоль апертуры АР учитывается только в набеге фазы. Наблюдения ведутся на фоне собственных шумов антенных элементов.

Задача оценивания угловых координат V источников излучения для рассматриваемого случая может быть сведена к оцениванию вектора параметров $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_V]^T$ в следующей модели

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{x}(t) + \mathbf{n}(t), \quad t = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где $\mathbf{y}(t)$ - $M \times 1$ вектор сигналов, принятых АР (так называемый „снимок” данных); $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})$ - $M \times V$ матрица вида $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_V)]$; $\mathbf{a}(\theta)$ - $M \times 1$ вектор, описывающий амплитудно-фазовое распределение сигнала на раскрыве АР; $\mathbf{x}(t)$ - $V \times 1$ вектор

комплексных огибающих сигналов; $\mathbf{n}(t)$ - $M \times 1$ вектор комплексной огибающей белого (во времени и пространстве) аддитивного шума; N - число снимков данных. Число источников V предполагается известным. Таким образом, требуется оценить угловые координаты источников излучения на основании имеющихся в наличии измерений $\mathbf{y}(t)$.

Пусть сигналы источников - случайные комплексные гауссовские процессы, белые по времени с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей (КМ) $\mathbf{P} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)]$, где $E[\cdot]$ и $(\cdot)^H$ обозначают математическое ожидание и эрмитово транспонирование. Следовательно, КМ принимаемых АР сигналов \mathbf{R} имеет вид:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{P}\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}) + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (2)$$

где \mathbf{I} - $M \times M$ единичная матрица, σ^2 - дисперсия шума в каналах решетки.

Выборочная КМ, полученная на основании N снимков, определяется как

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t). \quad (3)$$

Для оценки угловых координат источников излучения СС алгоритмами осуществляется разложение по собственным значениям и собственным векторам матрицы $\hat{\mathbf{R}}$:

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_{i=1}^M \hat{\lambda}_i \hat{\mathbf{u}}_i \hat{\mathbf{u}}_i^H, \quad (4)$$

где $\hat{\lambda}_i, i = 1, \dots, M$ упорядоченная по убыванию последовательность собственных значений этой матрицы, а $\hat{\mathbf{u}}_i$ - собственные векторы, соответствующие этим собственным значениям.

Полином алгоритма Root-MUSIC имеет следующий вид

$$P_{rm}(z) = \mathbf{a}^T(z^{-1}) \hat{\mathbf{U}}_n \hat{\mathbf{U}}_n^H \mathbf{a}(z) \quad (5)$$

где $\mathbf{a}(z) = [1, z, \dots, z^{M-1}]^T$, $z = \exp(j\omega)$, $j = \sqrt{-1}$, $\omega = 2\pi d \sin \theta / \lambda_x$, d - расстояние между элементами,

λ_x - длина волны, $(\cdot)^T$ означает операцию транспонирования, $\hat{\mathbf{U}}_n$ - матрица размерности $M \times (M - V)$, состоящая из "шумовых" собственных векторов ковариационной матрицы $\hat{\mathbf{R}}$, соответствующих ее $M - V$ наименьшим собственным значениям. Данный полином имеет порядок $2M - 2$. Корни полинома встречаются в зеркальных парах относительно единичной окружности, расположенной на комплексной плоскости. Поэтому, для оценивания угловых координат источников излучения отбираются $M - 1$ корней полинома, которые находятся внутри единичной окружности: $z_m = r_m \exp(j\omega_m)$, $m = 1, \dots, M - 1$, при этом $1 - r_1 \leq 1 - r_2 \leq \dots \leq 1 - r_m$. Затем из этих $M - 1$ корней отбираются V корней, наиболее близких к единичной окружности, и по ним определяются угловые координаты источников излучения

$$\hat{\theta}_v = \arcsin((\lambda_x / 2\pi d)\omega_v), \quad v = 1, \dots, V \quad (6)$$

На рис.1 показано расположение корней полинома алгоритма Root-MUSIC для случая воздействия на ЛЭАР из 10 элементов двух равномошных (ОСШ=6дБ) источников излучения с угловыми координатами $\theta_1 = 20^\circ$, $\theta_2 = 24^\circ$. Положение двух сигнальных корней, находящихся внутри единичной окружности, отмечено радиальными линиями.

Обычный алгоритм „ФДН” на примере алгоритма Бартлетта может быть представлен в виде:

$$P_B(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{R}}\mathbf{a}(\theta). \quad (7)$$

В общем виде выражение для алгоритма „ФДН” может быть представлено как [3]

$$P_{\text{ФДН}}(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{W}^H\hat{\mathbf{R}}\mathbf{W}\mathbf{a}(\theta), \quad (8)$$

где \mathbf{W} - диагональная взвешивающая матрица. Случай $\mathbf{W} = \mathbf{I}$ соответствует (7). Алгоритм „ФДН” Дольфа-Чебышева, обеспечивающий более низкий уровень боковых лепестков „диаграммы направленности”, может быть представлен в виде (8) при соответствующем построении матрицы \mathbf{W} [3].

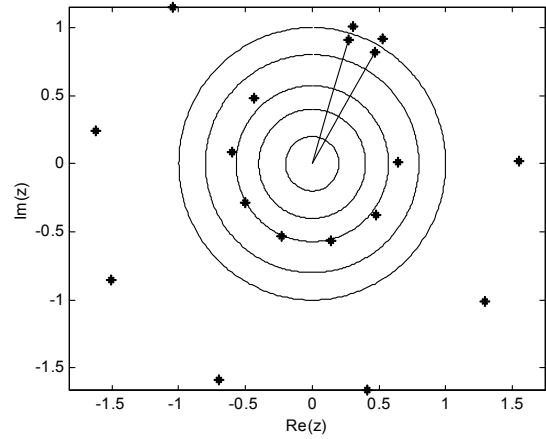


Рис. 1. Расположение корней полинома алгоритма Root-MUSIC

Модифицированный алгоритм Root-MUSIC может быть представлен в виде следующей последовательности шагов [3]:

1. Вычислить корни полинома алгоритма Root-MUSIC. Отобрать из $2M - 2$ корней полинома $M - 1$ корней, находящихся внутри единичной окружности. Вычислить соответствующие этим корням углы $\theta_{\text{канд},1}, \dots, \theta_{\text{канд},M-1}$, являющиеся „кандидатами” в оценки угловых координат источников излучения (из $M - 1$ углов $\theta_{\text{канд},m}$, $m = 1, \dots, M - 1$ на последующем шаге отбираются только V).
2. Для углов $\theta_{\text{канд},1}, \dots, \theta_{\text{канд},M-1}$ вычислить значения $P_{\text{ФДН}}(\theta_{\text{канд},m})$, $m = 1, \dots, M - 1$. Отобрать в качестве оценок угловых координат источников излучения V углов, соответствующих максимальным значениям $P_{\text{ФДН}}(\theta)$.

Таким образом, в отличие от алгоритма Root-MUSIC, в котором сигнальные корни полинома определяются на основании их близости к единичной окружности, сигнальные корни модифицированного алгоритма Root-MUSIC получают на основании значений спектральной функции (значений $P_{\text{ФДН}}(\theta)$).

На рис. 2 показана нормированная спектральная функция (СФ) алгоритма Бартлетта (7) и модули корней полинома алгоритма (МКПА) Root-MUSIC

для сценария рис. 1 (за исключением ОСШ, которое в этом случае равнялось -5 дБ). Вертикальные линии соответствуют $\theta_1 = 20^\circ$, $\theta_2 = 24^\circ$ (истинным координатам источников излучения), а линия со звездочками - углу $\theta = 0.92^\circ$, который является оценкой угловой координаты алгоритма Root-MUSIC для одного из источников излучения.

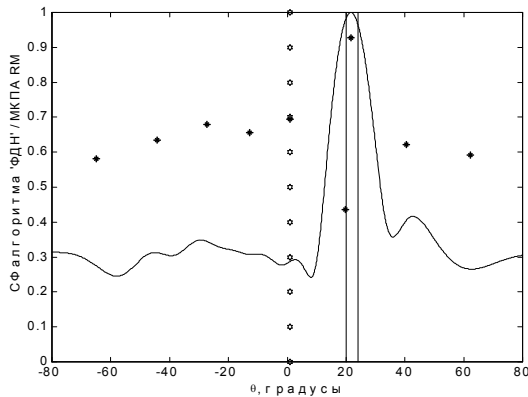


Рис. 2. Нормированная спектральная функция (СФ) алгоритма Бартлетта (7) и модули корней полинома алгоритма (МКПА) Root-MUSIC для сценария рис. 1

С целью исследования влияния типа алгоритма „ФДН” на точностные показатели модифицированного алгоритма Root-MUSIC было проведено имитационное моделирование. Моделировался процесс разрешения двух равномошных источников с угловыми координатами $\theta_1 = 20^\circ$, $\theta_2 = 24^\circ$ при использовании $M=10$ - элементной ЛЭАР. Число экспериментов при моделировании $L=1000$, а число временных выборок, по которым оценивалась выборочная КМ, $N=100$. В каждом из испытаний определялась погрешность оценивания угловых координат источников излучения для алгоритма Root-MUSIC и модифицированного алгоритма Root-MUSIC при использовании алгоритма Бартлетта (Modified Root-MUSIC (1)) и алгоритма „ФДН” Дольфа-Чебышева (Modified Root-MUSIC (2)). Затем квадраты погрешностей усреднялись по двум источникам и по общему числу испытаний. На рис. 3 показаны зависимости среднеквадратической ошибки оценивания угловых координат как функ-

ции ОСШ для трех вышеуказанных алгоритмов.

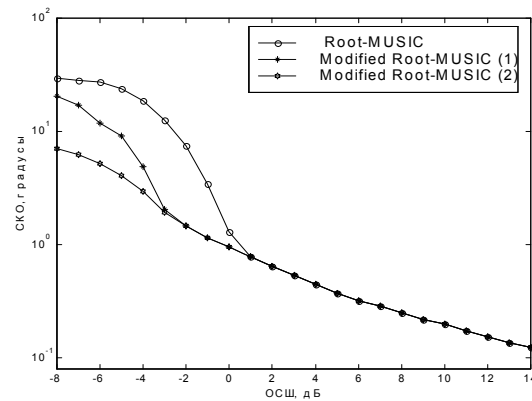


Рис. 3. Зависимости среднеквадратической ошибки оценивания угловых координат как функции ОСШ

Из рисунка видно, что пороговое ОСШ модифицированного алгоритма Root-MUSIC ниже порогового ОСШ алгоритма Root-MUSIC. Кроме того, видно, что использование алгоритма „ФДН” Дольфа-Чебышева (обеспечивающего уровень боковых лепестков СФ, равный -20 дБ), позволяет повысить точностные показатели модифицированного алгоритма Root-MUSIC в области порогового ОСШ. Данный факт может быть объяснен тем, что при низком ОСШ сигнальные корни полинома алгоритма Root-MUSIC, попадающие (при реализации второго шага модифицированного алгоритма Root-MUSIC) в область основного лепестка „ДН”, могут иметь величину $P_{ФДН}(\theta)$ меньше, чем несигнальные корни, попадающие в область боковых лепестков. При этом на втором шаге модифицированного алгоритма Root-MUSIC вместо сигнального корня будет ошибочно использован несигнальный. Так, на рис. 4 показана ситуация (для сценария рис. 1, но ОСШ $= -6$ дБ), когда на втором шаге модифицированного алгоритма Root-MUSIC для одного из источников будет отбираться в качестве оценки угловой координаты источника угол $\theta = 5.93^\circ$ (линия с кружочками) а не $\theta = 35.61^\circ$ (линия с ромбиками). Линией со звездочками отмечено положение корня полинома алгоритма Root-MUSIC, соответствующего оценке уг-

ловой координаты ($\theta = -32.5^\circ$) одного из источников этого алгоритма.

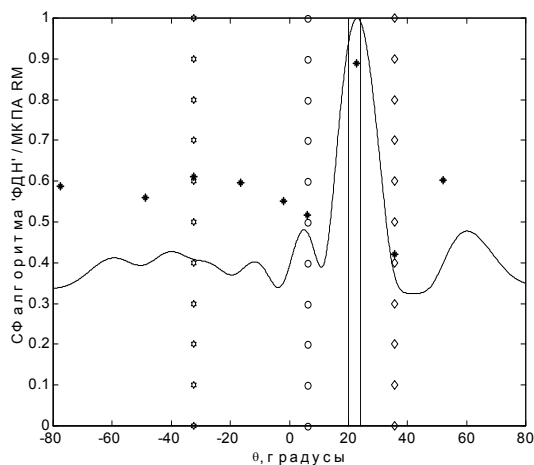


Рис. 4. Результаты расчета для ситуации рис. 1

Таким образом, в работе осуществлен анализ влияния типа алгоритма „ФДН” на точностные показатели модифицированного алгоритма Root–MUSIC, но не представлены результаты моделирования для случаев оценивания угловых координат модифицированным алгоритмом Root–MUSIC 1) источников излучения с разной мощностью и 2) нескольких равномошных источников излучения в условиях воздействия источника с существенно большей мощностью, угловая координата которого соответствует боковым лепесткам „ФДН”. Однако, эти результаты позволяют утверждать о целесообразности использования алгоритма „ФДН” с низким уровнем боковых лепестков спектральной функции и в этих представляющих практический интерес случаях. Результаты работы целесообразно использовать при получении модификаций алгоритма Root–MUSIC в случае применения метода унитарных преобразований или предварительного формирования парциальных лучей.

Выводы

1. Совместное использование алгоритма Root–MUSIC и алгоритма „формирования диаграм-

мы направленности” позволяет улучшить точностные показатели первого при низком ОСШ.

2. Эффективность модифицированного алгоритма Root–MUSIC зависит от типа используемого алгоритма „ФДН”, а именно от обеспечиваемого уровня боковых лепестков спектральной функции. При этом повышение точностных характеристик модифицированного алгоритма Root–MUSIC при низком ОСШ может быть получено за счет использования алгоритма „ФДН”, обеспечивающего более низкий уровень боковых лепестков, чем алгоритм Бартлетта (например, алгоритма „ФДН” Дольфа-Чебышева).

Литература

1. Дрогалин В.В., Меркулов В.И., Родзивилов В.А., Федоров И.Б., Чернов М.В. Алгоритмы оценивания угловых координат источников излучений, основанные на методах спектрального анализа// За рубежом радиозлектроника. -1998. - №2. - С. 3-17.
2. Rao. B.D. Lowering the threshold SNR of singular value decomposition based methods // Proc. ICASSP.- 1998.-P.2472-2475
3. Gershman A.B., Ringelstein J., Böhme J.F. Removing the outliers in Root-MUSIC via conventional beamformer// Signal Processing. - 1997. -vol.60.-P.251-254.
4. Леховицкий Д.И., Атаманский Д.В., Кириллов И.Г. Разновидности сверхразрешающих анализаторов пространственно-временного спектра случайных сигналов на основе обесцараживающих адаптивных решетчатых фильтров// Антенны. -2000. -№2. - С.40-54.

Поступила в редакцию 02.10.03

Рецензент: д-р техн. наук, профессор Бутакова С.В., Харьковский институт Военно-Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба, г. Харьков