УДК 519.682.1:682.142.2

С.Ю. МЕЛЕШЕНКО, А.Р. ЕМАД

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

МОДЕЛИ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ, ДАННЫХ И ПРОГРАММ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

Рассмотрены вопросы реализации алгоритмов, данных и программ, для решения которых разработана алгебра квазирегулярных событий. Предложены правила вывода и система аксиом. Решена задача анализа конечных автоматов в алгебре квазирегулярных событий.

алгоритмы, данные, программы, квазиструктруное проектирование, алгебра квазирегулярных событий, правила вывода

Введение

Методы проектирования автоматизированных систем могут быть успешно реализованы при использовании высокоуровневых языков описания алгоритмов в соответствующей форме. Моделями реализации алгоритмов, данных и программ являются конечные автоматы и дискретные преобразователи [1, 2]. Однако для моделирования процессов в сложных системах необходимо разработать алгебраический подход к проектированию этих автоматов.

Формулирование целей статьи

Отметим, что для моделирования процессов в сложных системах необходимо разработать алгебру квазирегулярных событий, а также методы оптимизационного квазиструктурного проектирования с использованием, например, реляционного языка. В настоящей работе будут рассмотрены подходы для решений этой проблемы.

Решение проблемы

В классической алгебре событий [2] регулярные структуры содержат вложенные циклы, что затрудняет построение тестов для автоматов. По числу терминалов регулярные события превосходят исходные описания автоматов на языках низкого уровня: графов, таблиц переходов и выходов и т.д. В предлагаемом подходе указанные недостатки преодолены [3, 4].

Пусть задан конечный детерминированный автомат Мили или Мура

$$A = \{A_1, X, Y, G_A, a_1\},$$

где A_1 – множество состояний автомата, $A_1 = \{a_1, a_j \mid i = \overline{1, g}; j = \overline{1, g+1}\}$; X – множество входных сигналов, $X = \{x_m \mid m = \overline{1, M}\}$; Y – множество выходных сигналов, $Y = \{y_f \mid f = \overline{1, F}\}$; G_A – граф автомата, по которому однозначно определяются функции его выходов и переходов; $a_1 \in A_1$ – начальное состояние (причем $a_{g+1} \in A_1$ – заключительное состояние). Требуется разработать новые методы оптимизационного проектирования автоматов.

Введем обозначения: P, Q, R, S – произвольные события в алфавите X, представимые в автомате A; e – пустая цепочка; Δ – пустое событие.

Сигнатуру алгебры квазирегулярных событий (АКС) составляют операции

$$P \vee Q, P \cdot Q, \{P\}, \{P\}^{+}, \tag{1}$$

где $P \vee Q$ – дизъюнкция событий; $P \cdot Q$ – произведение событий; $\{P\} = e \vee P \vee P^2 \vee \ldots$ – регулярная итерация; $\{P\}^+ = P \vee P^2 \vee P^3 \vee \ldots$ – позитивная регулярная итерация.

Первые три операции в выражении (1) совпадают со значениями аналогичных им операций в алгебре регулярных событий; операция $\{P\}^+$ введена для расширения событий. Приоритет операций в АКС в порядке убывания: итерация, произведение, дизъюнкция событий.

Определение 1. События, задаваемые посредством суперпозиции операций (1), называются квазирегулярными событиями (КР-событиями), или квазирегулярными выражениями.

Определение 2. Конфигурацией K_τ КР-события R в алгебре АКС называется конечная цепочка в алфавите X

$$K_\tau = Q_{\tau 1} Q_{\tau 2} \ldots Q_{\tau 3},$$

которая при поступлении на вход автомата А в состоянии a_1 переводит его в заключительное состояние a_{g+1}.

Определение 3. Множество конфигураций $K(R)$ КР-события R называется квазирегулярным языком, порожденным КР-событием.

Например, конфигурациями КР-события $P = \{S\} \vee \{Q\}$ в АКС являются цепочки $K_1 = S^2 Q$, $K_2 = Q^4 S^2$. Языком, порожденным этим событием, служит множество, которое состоит из всех возможных конфигураций $\{S, Q, e\}$.

Определение 4. Пусть R, S – КР-события в алфавите X. КР-события R и S называются эквивалентными (тождественными), если они порождают один и тот же язык.

Определение 5. Автоматы А, В называются эквивалентными, если они представляют одно и то же КР-событие.

Построим тождества, которые вместе с правилами вывода образуют систему аксиом M_1 в АКС:

$T_1 Re = R$;
$T_2 eR = R$;
$T_3 \Delta R = \Delta$;
$T_4 R\Delta = \Delta$;
$T_5 e \vee \Delta = e$;
$T_6 P(QR) = (PQ)R$;
$T_7 P \vee (Q \vee R) = (P \vee Q) \vee R$;
$T_8 R \vee Q = Q \vee R$;
$T_9 R \vee R = R$;
$T_{10} \vee P(Q \vee R) = PQ \vee PR$;
$T_{11} (Q \vee R)P = QP \vee RP$;
$T_{12} \{R\} = e \vee R\{R\}$;
$T_{13} \{R\}Q = \{R\}^+ \vee Q \quad (Q \neq \Delta;\ R \neq e)$.

Правила вывода:

1. $П_1$ (подстановка). Пусть P' – результат замены вхождения S на Q в квазирегулярном выражении P. Тогда

$$\frac{S = Q, P = R}{P' = P, P' = R}. \tag{2}$$

2. $П_2$ (решение уравнений). Пусть $LRP = L(SR \vee Q)P$, где L, P – левый и правый контексты (возможно, пустые) КР-события R. Тогда

$$\frac{LRP = L(SR \vee Q)P}{LRP = L(\{S\}^+ \vee Q)P}. \tag{3}$$

Пусть R – некоторое выражение, а $S = S_1 \cdot S_2$, $S_1 \neq e$, $r \in K(S_2)$ – конфигурация. Тогда правило (3) справедливо в том случае, когда $r \,\overline{\in}\, K(R)$. Необходимость введения данного ограничения поясняется ниже.

В алгебре регулярных событий это правило имеет вид

$$\frac{LRP = L(SR \vee Q)P}{LRP = L\{S\}QP}, \tag{4}$$

где $\{S\}Q$ – наименьшее решение уравнения.

Произведем $(n+1)$-кратную развертку цикла $P = \{R\}Q$ для доказательства истинности аксиомы T_{13}:

$$\begin{aligned}&1)\ P \to Q;\\&2)\ P \to RQ = P \to R \cup Q;\\&3)\ P \to R^2Q = P \to R^2Q; \qquad (5)\\&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\&n+1)\ P \to R^nQ = P \to R^n \cup Q.\end{aligned}$$

Порождаемый событием $P = \{R\}Q$ язык $\{R^kQ \mid k = 0,1,2,...; R^k = R^{k-1} \cdot R; R^0 = e\}$ означает, что на вход автомата в состоянии a_1 может поступить слово R^k либо буква Q, что и отражено в правых частях схемы (5), дизъюнкция которых при переходе к уравнению на основании аксиом T_8, T_9 и определения позитивной итерации приводит к $P = \{R\}^+ \vee Q$.

Правило подстановки, как и правило (3), не нарушает истинности выражений в АКС.

Предположим, что имеется истинное равенство

$$R = SR \vee Q.$$

С помощью последовательных замен (применив для R в правой части подстановку) получим истинное равенство

$$R = S^{\tau+1}RS^{\tau}Q \vee ... \vee SQ \vee Q. \qquad (6)$$

Отсюда

$$K(\{S\}Q) \subset K(R),$$

и на основании аксиомы T_{13} запишем

$$K(\{S\} \vee Q) \subset K(R).$$

С другой стороны, пусть произвольное выражение $P \in K(R)$. Выберем в (6) показатель степени r равным числу букв S в P. Это означает, что $P \,\bar{\in}\, K(S^{\tau+1}R)$, и из (6) следует $P \in K(\{S\}Q)$. Тогда в соответствии с аксиомой T_{13}

$$K(R) \subset K(\{S\}^+ \vee Q).$$

Отсюда можно заключить, что правило (3) истинно.

Для ускоренного преобразования КР-событий построим систему вспомогательных тождеств M_1 в АКС:

$$\{e\}^+ = e; \qquad (7)$$

$$\{e\} = e; \qquad (8)$$

$$\{\Delta\} = e; \qquad (9)$$

$$\{\Delta\}^+ = e; \qquad (10)$$

$$S \vee \Delta = S; \qquad (11)$$

$$S\{S\} = \{S\}^+; \qquad (12)$$

$$\{S\}S = \{S\}^+ \qquad (13)$$

$$\{S\}\{S\} = \{S\}; \qquad (14)$$

$$\{S\} \vee S = \{S\}; \qquad (15)$$

$$S\{PS\} = \{SP\}S; \qquad (16)$$

$$\{Q \vee S\} = \{Q\} \vee \{S\}; \qquad (17)$$

$$\{P\}^+Q = \{P\}^+ \vee Q; \qquad (18)$$

$$\{S\}^+ = S \vee S\{S\}^+; \qquad (19)$$

$$\{S\} = \{S\}^+ \vee e; \qquad (20)$$

$$\{S\} = \{S\} \vee e; \qquad (21)$$

$$S^K\{R\} \vee \{S^KRQ\} = S^K\{R\} \vee \{S^KQ\}, \qquad (22)$$

где $(K = 0,1; S^0 = e)$;

$$S^K(R) \vee S^KRQ = S^K\{R\}S^KQ, \qquad (23)$$

где $(K = 0,1; S^0 = e)$;

$$\{RQ\} \vee \{Q\} = \{R\} \vee \{Q\}; \qquad (24)$$

$$\{\{S\}\} = \{S\}; \qquad (25)$$

$$\{\{Q\}P\} = \{Q\} \vee \{P\}; \qquad (26)$$

$$\{P\{Q\}\} = \{P\} \vee \{Q\}; \qquad (27)$$

$$\{\{R\}P\{Q\}\} = \{R\} \vee \{P\} \vee \{Q\}; \qquad (28)$$

$$\{R\{Q\}P\} = R\{Q\}^+ \vee \{RP\}; \qquad (29)$$

$$\{R\{Q\}^+\}^+ = R\{Q\}^+; \qquad (30)$$

$$\varPi_i^K\{R\varPi_jQ\} \vee \varPi_i^K R\Pi_jS = \varPi_i^K\{R\varPi_jQ\} \vee \varPi_jS, \qquad (31)$$

где $(K = 0,1; \varPi_j^0\{\varnothing\})$.

В левых частях неравенств (25) – (29) даны выражения в алгебре регулярных событий, а в правых частях – результаты их приведения к КР-событиям в АКС. Равенство (30), истинность которого вытекает из свойств позитивной итерации, является промежуточным в процессе некоторых преобразований. Тождество (19) соответствует развертке позитивной итерации по аналогии с аксиомой T_{12} из системы M_1 и справедливо для циклов, имеющих глубину $q = 1$. Справедливость равенства (18) следует из схемы (5). Докажем истинность некоторых равенств в построенной системе:

$$S\{PS\} = (T_{12}) = S(e \vee PS\{PS\}) = (T_{10}, T_{11}) =$$
$$= S \vee SPS\{SP\} = (3) = S \vee \{SP\}^{+} = (T_8, T_{13}) = \{SP\}S,$$
$$S\{PS\} = (T_{12}) = S(e \vee PS\{PS\}) = (T_{10}, T_{11}) =$$
$$= S \vee SPS\{SP\} = S \vee \{SP\}^{+} = (T_8, T_{13}) = \{SP\}S;$$

$$\{Q \vee S\} = (T_{12}) = e \vee (Q \vee S)\{Q \vee S\} = (T_{11}) =$$
$$= e \vee Q\{Q \vee S\} \vee S\{Q \vee S\} = (3) =$$
$$= e \vee \{Q\}^{+} \vee \{S\}^{+} = (T_9, 20) = \{Q\} \vee \{S\};$$

$$\{S\}\{S\} = T_{13} = \{S\}^{+} \vee \{S\} = (20) =$$
$$= \{S\}^{+} \vee \{S\}^{+} \vee e = (T_9, 20) = \{S\};$$

$$\{\{Q\}P\} = (T_{12}) = e \vee \{Q\}P\{\{Q\}P\} = (T_{13}, 3) =$$
$$= e \vee \{Q\}^{+} \vee \{P\}^{+} = (T_9, 20) = \{Q\} \vee \{P\};$$

$$S^K\{R\} \vee \{S^K RQ\} = (T_{12}, T_{10}) = S^K(\{R\}^{+} \vee$$
$$\vee RQ\{S^K RQ\} \vee e) \vee e = T_{13} =$$
$$= S^K(\{R\}RQ\{S^K RQ\} \vee e) \vee e =$$
$$= (13, 18, 20, T_{10}) = S^K\{R\} \vee S^K Q\{S^K RQ) \vee$$
$$\vee e = (3, 20) = S^K\{R\} \vee \{S^K Q\};$$

$$\{RQ\} \vee \{Q\} = (20) = \{RQ\}^{+} \vee \{Q\} \vee e = (23) =$$
$$= \{RQ\}^{+} \vee RQ\{Q\} \vee e =$$
$$= (22, 19, T_9, 19) = R(\{R\}^{+} \vee \{Q\}^{+}) \vee e =$$
$$= (T_{10,} 12) = \{R\}^{+} \vee R\{Q\}^{+} \vee e =$$
$$= (T_{13}, 13, 18, 20) = \{R\} \vee \{Q\}.$$

Последнее равенство можно доказать с использованием правила (3) и ограничения к нему:

$$\{RQ\} \vee \{Q\} = (20, 23) = \{RQ\}^{+} \vee RQ\{Q\} \vee e = (12) =$$
$$= \{RQ\}^{+} \vee RQ\{Q\} \vee e = (3) = \{RQ\}^{+} \vee$$
$$\vee \{R\}^{+} \vee e = \{R\} \vee \{Q\}.$$

Без учета ограничения к правилу (3) на шаге вывода 2 пришли бы к противоречию:

$$\{RQ\} \vee \{Q\} = \{RQ\}^{+} \vee RQ\{Q\} \vee e =$$
$$= \{RQ\}^{+} \vee \{RQ\}^{+} \vee e = \{RQ\}.$$

Выше в круглых скобках между знаками равенства указаны номера тождеств и правил, используемых при доказательстве соответствующих соотношений. Справедливость остальных тождеств из (7) – (31) устанавливается по аналогии. При доказательстве тождества (26) исходим из того, что аксиома T_{12} совпадает с такой же аксиомой в алгебре регулярных событий, а правило (3) не зависит от конкретной интерпретации выражения R.

Анализ конечных автоматов. В соответствии с принципом квазиструктурного проектирования автоматов рассмотрим две формы представления КР-событий в АКС: дизъюнктивную и квазирегулярную.

Определение 6. Дизъюнктивной формой (ДФ) Мили или Мура КР-события называется система уравнений

$$P_i = \Pi_i(x_{i1}P_1 \vee x_{i2}P_2 \vee \ldots \vee x_{ij}P_j \vee \ldots \vee x_{i,g+1}P_{g+1}), \tag{32}$$

где P_i – нетерминал, обозначающий выражение, порождаемое состоянием $a_i \in A_i (i = \overline{1, g})$ автомата А; Π_i – указатель перехода, уточняемый ниже ($\Pi_i \in \{\varnothing\}$); x_{ij} – терминал, вызывающий переход автомата из состояния a_i в состояние a_j ($j = \overline{1, g+1}$); P_1 – начальный нетерминал; P_{g+1} – конечный нетерминал, который иногда будем опускать.

Если $x_{i,g+1} = e$, то для сохранения детерминизма вместо e будем использовать символ # и считать, что он всегда вызывает переход автомата в конечное состояние $a_{g+1} \in A_1$.

Определение 7. Квазирегулярной формой (КФ) КР-события называется выражение, представленное посредством суперпозиции операций (1) и получаемое в результате решения системы уравнений вида (32).

Постановка задачи анализа конечных автоматов в АКС состоит в следующем. Пусть задан минимальный граф G_A, описывающий поведение автомата Мили и Мура. Для указанного графа требуется построить ДФ Мили и Мура. Путем исключения нетерминалов надо перейти от нее к КФ события таким образом, чтобы получить

$$C^* = \min C(n,m)/\nu(A) = const\,. \qquad (33)$$

Здесь C – функция сложности автомата; n – число терминалов; m – число алгебраических операций; $\nu(A)$ – функция, реализуемая автоматом. Она не должна измениться в результате этого преобразования.

Для решения задач анализа перейдем от ДФ (32) к ее описанию посредством реляционной структуры данных (РСД). В табл. 1 $\overline{S}$ – схема КР-события S; P_i – атрибут, или левый нетерминал; $\Pi_i x_{ij} P_j$ – значение атрибута, содержащего правый нетерминал P_{ij}, причем выражение $\Pi_i x_{ij}$ записано в терминальном столбце, а символ P_j – в нетерминальном столбце атрибута P_i; ν_i – ранг нетерминала, определяемый ниже. Порядок записи в схеме $\overline{S}$ атрибутов и их значений может быть произвольным в связи с коммутативностью операции дизъюнкции событий.

Таблица 1

Реляционная структура данных

$\overline{S}$	P_1		P_2	
-	ν_1		ν_2	
-	x_{11}	P_1	$\Pi_2 x_{21}$	P_1
-	x_{12}	P_2	$\Pi_2 x_{22}$	P_2
-	x_{13}	P_3	$\Pi_2 x_{23}$	P_3
…	…	…	…	…
-	$x_{1,g+1}$	P_{g+1}	$\Pi_2 x_{2,g+1}$	P_{g+1}

Определим основные операции над схемой $\overline{S}(P_1, P_2, ..., P_g)$, необходимые для решения поставленной задачи. К ним относятся:

1) свертка цикла;
2) подсчет рангов нетерминалов;
3) подстановка значений атрибутов;
4) минимизация событий.

Операция свертки цикла выполняется в том случае, когда атрибут P_i содержит в нетерминальном столбце символ P_i. Соответствующий терминал x_{ij} по правилу (3) заключается в позитивные итерационные скобки $\Pi_i\{x_{ij}\}^+$, а правый нетерминал P_i исключается из схемы $\overline{S}$. Операция осуществляется для всех правых P_i (если их несколько), отвечающих одноименному атрибуту P_i.

При определении рангов ν правых нетерминалов подсчитывается количество их вхождений во все нетерминальные столбцы схемы $\overline{S}$. Результаты заносятся в верхнюю строку таблицы, аналогичной табл. 1.

Операция подстановки производится в целях замены правого нетерминала P_j в $\Pi_i x_{ij} P_j \in P_i$ путем перезаписи значений атрибута P_j в нижнюю часть атрибута P_i, где этот P_j содержится. Затем ко всем перезаписанным терминалам атрибута P_j слева приписывается терминал $\Pi_i x_{ij}$, после чего запись $\Pi_i x_{ij} P_j \in P_i$ аннулируется.

Операция минимизации событий применяется для устранения избыточности после свертки цикла в выражениях вида $R_i = \Pi_i^K \{x_{ij} \Pi_j x_{ij}\}^+ \vee \Pi_i^K x_{ij} \Pi_j x_{jr}$ путем сведения их на основании тождества (31) к структуре $R_i^{'} = \Pi_i^K \{x_{ij} \Pi_j x_{ij}\}^+ \vee \Pi_j^K x_{jr}$, где $K = 0,\ 1,\ \ \Pi^0 \in \{\varnothing\}$. В самом деле, из R_i следует, что в автомате после перехода в состояние a_j переключение управления из цикла $\Pi_i^K \{x_{ij} \Pi_j x_{ij}\}^+$ на ветвь $\Pi_i^K x_{ij} \Pi_j x_{jr}$ происходит тогда, когда на его вход в этом состоянии поступает символ $x_{jr} \neq x_{ji}$. Терминал x_{ij} проверяется в цикле, а Π_i^K играет вспомогательную роль, к терминалам не относится и является указателем перехода. Событие R_i можно привести к $R_i^{'}$, где Π_j в $\Pi_j x_{\neg jr}$ однозначно определяет, куда передается управление из рассмотренного цикла.

В этом проявляется важнейшее отличие КР-событий от регулярных событий. Из назначения указателей переходов ясно, что к избыточным относятся указатели, сопоставляемые с начальным состоянием автомата. Поэтому в (32) принято $\Pi_1 \in \{\varnothing\}$.

Лемма 1. Произвольный граф автомата может быть представлен посредством ДФ события со сложностью, адекватной исходному графу по числу терминалов.

Доказательство очевидно.

Теорема 1. Произвольная ДФ (Мили или Мура) события может быть преобразована в КФ события со сложностью, удовлетворяющей критерию (33), адекватной по числу терминалов исходной ДФ события. КФ события имеет циклическую глубину $g \in \{0,1\}$, и существует алгоритм, допускающий подобное преобразование.

В качестве доказательства разработаем следующую методику.

Методика 1. Решение задачи анализа конечных автоматов в АКС.

Вход. Минимальный граф автомата G_A Мили или Мура.

Выход. КФ события.

Метод. Исключение нетерминалов относительно начального нетерминала P_1 на основе подстановок.

Шаг 1. Построить для графа G_A ДФ события вида (32) путем определения всевозможных переходов между соседними состояниями.

Шаг 2. Представить ДФ события посредством РСД (схемы *S*).

Шаг 3. Произвести в схеме *S* по правилу (3) свертку цикла в тех атрибутах P_i, для которых это правило применимо.

Шаг 4. Положить $d = 1$, где d – индекс атрибута P_i.

Шаг 5. Определить в схеме *S* ранги правых нетерминалов.

Шаг 6. Выбрать атрибут P_i, обладающий рангом $v_i^{\min}$. Если в схеме *S* имеются одинаковые ранги, то выбор P_i из них осуществляется произвольно.

Шаг 7. Подставить значения атрибута P_i взамен правого нетерминала P_j, в который были подставлены столбцы (уравнения) $P_i^{\neg}$.

Шаг 8. По правилу (3) выполнить свертку цикла для тех атрибутов P_j, в которые были подставлены столбцы (уравнения) P_i.

Шаг 9. Осуществить на основании тождества (31) минимизацию событий для тех атрибутов, в которых произошла свертка цикла.

Шаг 10. Положить $d = d + 1$. Если $d < g$, то перейти к шагу 5, в противном случае – к шагу 11.

Шаг 11. Удалить избыточные указатели переходов, если это возможно.

Шаг 12. Конец.

Теорема доказана.

Следствие. В конечном автомате могут быть представлены не только регулярные, но и квазирегулярные события с циклической глубиной $g \in \{0,1\}$ и сложностью, адекватной по числу терминалов исходным описаниям на языках более низкого уровня, чем АКС.

Рассмотрим следующий пример. Пусть необходимо найти в алфавите $\Sigma_1 =< X, \Pi >$, где X – множество входных символов, Π – множество указателей переходов, КФ события для графа автомата Мили, заданного на рис. 1 [2].

Проанализируем рис. 1. На основании методики 1 построим для графа ДФ Мили:

$$\begin{aligned} P_1 &= x_1 P_2 \vee x_6 P_4; \\ P_2 &= \Pi_2 (x_2 P_1 \vee x_3 P_3); \\ P_3 &= \Pi_3 (x_4 P_2 \vee x_5 P_4). \end{aligned} \tag{34}$$

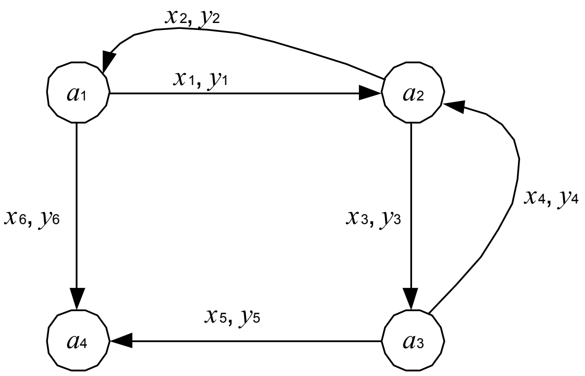

Рис. 1. Граф автомата Мили

Определим схему S_1 (табл. 2) для ДФ (34) и выполним шаги 4 – 10 алгоритма 1, в результате чего сформируем РСД (табл. 3).

Таблица 2

Схема для примера

S_1	P_1		P_2		P_3	
-	1		2		3	
-	x_1	P_2	$\Pi_2 x_2$	P_1	$\Pi_3 x_4$	P_2
-	x_6	P_4	$\Pi_2 x_3$	P_3	$\Pi_3 x_5$	P_4

Таблица 3

Реляционная структура данных для примера

S_1	P_1		P_2	
-	1		1	
-	x_1	P_2	$\Pi_2 x_2$	P_1
-	x_6	P_4	$\Pi_2 \{x_3 x_4\}$	-
-	-	-	$\Pi_3 x_5$	P_4

Повторим шаги методики на второй итерации и построим табл. 4, которой соответствует КФ события

$$P_1 = \{x_1 \Pi_2 x_2\}^+ \vee \Pi_2 \{x_3 \Pi_3 x_4\}^+ \vee \Pi_3 x_5 \vee x_6 \quad (35)$$

со сложностью, адекватной по числу терминалов графу на рис. 1, поскольку указатели Π не несут терминальной нагрузки.

На основании (4) для ДФ (34) найдем регулярное событие

$$\overline{P} = \{x_1 \{x_3 x_4\} x_2\}(x_1 \{x_3 x_4\} x_3 x_5 \vee x_6), \quad (36)$$

которое по сложности существенно превосходит КР-событие (35).

Таблица 4

КФ события для примера

S_1	P_1	
-	-	
-	x_6	P_4
-	$\{x_1 \Pi_2 x_2\}^+$	-
-	$\Pi_2 \{x_3 \Pi_3 x_4\}^+$	-
-	$\Pi_3 x_5$	P_4

Таким образом, из-за различий в правилах вывода и алгоритмов анализа конечных автоматов для одного и того же графа автомата сформированы различающиеся структуры (35) и (36). С использованием правила (3) в процессе решения систем уравнений (ДФ Мили, Мура) принципиально невозможно получить КФ события с вложенными циклами, поскольку это правило представляет собой дизъюнкцию, а не произведение событий.

При нахождении КФ события (35) к системе (34) применялась подстановка $T_1 = \begin{pmatrix} P_3 & P_2 \\ P_2 & P_1 \end{pmatrix}$, т.е. вначале уравнение P_3 подставили в уравнение P_2, которое после преобразований подставили в уравнение P_1. Отметим, что в событии (35) после выполнения цикла $\Pi_2 \{x_3 \Pi_3 x_4\}^+$ возможна передача управления указателю Π_2 в цикле $\{x_1 \Pi_2 x_2\}^+$. Анализ табл. 2 показывает, что систему (34) можно решить на основании усложненной подстановки $T_2 = \begin{pmatrix} P_2 & P_2 & P_3 \\ P_3 & P_1 & P_1 \end{pmatrix}$. Предложенная в методике 1 стратегия исключения нетерминалов через определение их рангов основана на поиске и применении минимальной подстановки с целью построить КФ в соответствии с критерием (33). Если исходной структурой является неминимальный граф G_A, то методику 1 для нахождения КФ события можно применить и в этом случае. Для минимизации данного события следует воспользоваться правилами, изложенными ниже. Наконец, после небольшой модификации методики 1 возможно построение КФ событий для системы (32) без указателей переходов с избыточной структурой, которую можно минимизировать.

Естественным расширением АКС является ее применение для исследования событий в алфавите $\Sigma_2 = < X, Y, \Pi >$, где в отличие от Σ_1 имеется множество Y выходных сигналов автомата. При этом ДФ события принимает вид

$$P_1 = \Pi_i (x_{i1} y_{i1} P_1 \vee x_{i2} y_{i2} P_2 \vee ... \vee x_{ij} y_{ij} P_j \vee ... \vee x_{i,g+1} y_{i,g+1} P_{g+1}), \qquad (37)$$

где $y_{ij} \in Y$ – выходной сигнал, выдаваемый в автомате при переходе из состояния a_i в состояние a_{ij}, а остальные символы имеют тот же смысл, что и в ДФ (32). Здесь возможно также, что $y_{i,g+1} \in \{e\}$.

Представление (37) посредством РСД отличается от табл. 1 тем, что к значениям атрибута P_i добавляется терминальный столбец для записи y_{ij}. Остальные результаты, полученные в алгебре АКС для КР-событий в алфавите Σ_1, распространяются на КР-события в алфавите Σ_2, что позволяет проектировать конечные преобразователи [2]. Чтобы обеспечить наглядность описания, итерации $\{xy\}$ целесообразно записывать посредством $\underset{x}{\{y\}}$, а xy – в виде $\underset{x}{(y)}$.

Заключение

Для реализации алгоритмов, данных и программ разработана алгебра квазирегулярных событий с правилами вывода и системой аксиом. Таким образом, решена задача анализа конечных автоматов в алгебре квазирегулярных событий. Для дальнейших исследований задач реализации алгоритмов, данных и программ необходимо разработать методы оптимизационного проектирования и синтеза конечных автоматов.

Литература

1. Мелешенко С.Ю., Шилова Т.В., Жихарева А.В. Принятие управляющих решений в промышленно-сбытовой системе // Технология приборостроения. – 2001. – № 1–2. – С. 3 – 8.
2. Торчило В.Н., Емад А.Р., Хилал М.Н. Абстрактный синтез конечных автоматов Мили в алгебре квазирегулярных событий // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т». – 2003. – Вып. 21. – С. 185–191.
3. Жихарев В.Я. Технологически ориентированное проектирование алгоритмов и программ // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2003. – № 1. – С. 73–77.
4. Жихарев В.Я., Илюшко В.М., Чумаченко И.В. Математические основы проектирования рекурсивных автоматов с программируемой логикой. – Х.: Факт, 1999. – 144 с.

Поступила в редакцию 12.05.04

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Харьковский государственный технический университет сельского хозяйства, г. Харьков