## УДК 621.396:681.34

# Д.В. ФЕВРАЛЕВ, В.В. ЛУКИН, А.В. ТОЦКИЙ

## Национальный Аэрокосмический Университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", Украина

# ПРИМЕНЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ РЕАЛЬНОЙ И МНИМОЙ СОСТАВЛЯЮЩИХ СПЕКТРА СИГНАЛА НЕИЗВЕСТНОЙ ФОРМЫ ПРИ БИСПЕКТРАЛЬНОЙ ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ

Исследованы методы восстановления сигналов неизвестной формы, основанные на биспектральном анализе. Предложены комбинированные алгоритмы, предусматривающие сглаживание реальной и мнимой компонент Фурье-спектров, восстановленных по оценкам биспектра. Рассмотрено применение адаптивных нелинейных фильтров. Приведены результаты численного моделирования восстановления сигналов, искаженных аддитивным гауссовым шумом и случайным сдвигом. Показано, что предложенные комбинированные алгоритмы улучшают устойчивость систем восстановления сигналов по отношению к гауссовым шумам при ограниченной априорной информации о свойствах сигналов и помех.

#### восстановление формы сигнала, биспектральный анализ, адаптивная фильтрация

### Введение

Во многих практических приложениях возникает задача оценивания неизвестной формы информационного сигнала, наблюдаемого на фоне помех. В радиолокации этот полезный сигнал представляет собой дальностный портрет объекта [1], в радиоастрономии [2] – одномерное изображение нескольких близкорасположенных звезд и т.д.

Кроме аддитивных помех дополнительным фактором, затрудняющим оценивание формы полезного сигнала, являются случайные или неизвестные детерминированные смещения полезного сигнала (без изменения его формы) по временной или пространственной оси от одной реализации к другой, что не позволяет использовать когерентное накопление реализаций для подавления помех. В таких условиях перспективным подходом следует считать биспектральную обработку наблюдаемых реализаций процесса [3].

Биспектральный анализ имеет принципиальные преимущества перед обычным корреляционным анализом, поскольку сохраняется информация об амплитуде и фазе Фурье-преобразования исходного сигнала и, следовательно, возможно восстановление его формы. Кроме того, благодаря инвариантности биспектра к сдвигам сигнала существует возможность существенного снижения влияния аддитивного шума при наличии достаточно большого количества обрабатываемых реализаций [4].

Традиционная биспектральная обработка включает несколько основных этапов [3 – 5]:

 получение выборочных тройных автокорреляционных функций (ТАКФ) сигнала или непосредственно выборочных оценок биспектра для каждой из наблюдаемых реализаций;

 формирование усредненной оценки биспектра по всем наблюдаемым реализациям;

 восстановление комплексного Фурьеспектра сигнала из усредненной оценки биспектра с использованием рекурсивных процедур;

 восстановление сигнала на основе одномерного обратного преобразования Фурье.

Описанная выше последовательность процедур вносит определенные искажения при восстановлении формы сигнала. Более существенные искажения создают помехи на входе системы биспектральной обработки, причем эти искажения особенно велики при малом соотношении сигнал-помеха и небольшом количестве наблюдаемых реализаций. Такие ситуации типичны для указанных выше приложений и задача восстановления формы сигнала представляется для них особо актуальной. Одним из путей ее решения является использование комбинированных биспектрально-фильтровых методов обработки, предложенных в работах [1, 6, 7]. В них исследованы различные возможности фильтрации двумерных оценок биспектра с применением скалярных [1] и векторных [6] фильтров, а также рассмотрено сглаживание одномерных амплитудного и фазового спектров [7], восстановленных по биспектру.

Однако, несмотря на продемонстрированный в этих работах положительный эффект от применения фильтрации, ряд вопросов остается неизученным. Так, не даны рекомендации по выбору оптимального типа фильтра и его параметров. В работе [1] показана предпочтительность фильтрации реальной и мнимой компоненты биспектра по сравнению с фильтрацией амплитудного и фазового биспектра. Для восстановления по биспектру одномерного Фурье-спектра возможность фильтрации его реальной и мнимой компонент не анализировалась, хотя она представляется перспективной. Наконец, в работах [1, 6, 7] исследования проводились для тестового сигнала только одной фиксированной формы.

Целью данной работы является анализ эффективности комбинированных биспектрально-фильтровых методов обработки данных, в основу которых положена фильтрация восстановленного (одномерного) спектра сигнала. Ниже также рассматривается возможность применения методов локальноадаптивной линейной и нелинейной фильтрации для расширения области работоспособности и эффективности комбинированного подхода.

# 1. Основные этапы комбинированной биспектрально-фильтровой обработки

Предположим, что исходный информационный детерминированный сигнал s(i) задан одномерной совокупностью вещественных временных (или в некоторых случаях пространственных) отсчетов, количество которых i = 0, 1, 2, ..., I - 1 ограничено

интервалом наблюдения одной реализации в измерительной системе. При этом тройная автокорреляционная функция сигнала полагается отличной от нуля.

Предположим также, что на входе системы обработки регистрируют совокупность из конечного набора M искаженных аддитивным шумом и случайными смещениями реализаций полезного сигнала. При этом каждая *m*-ая наблюдаемая реализация (m == 1, 2, ..., M)  $x^{(m)}(i)$  содержит полезный сигнал s(i)неизвестной формы, которую необходимо восстановить. Таким образом, *m*-ая реализация  $x^{(m)}(i)$  может быть представлена в виде

$$x^{(m)}(i) = s^{(m)}(i - \tau^{(m)}) + n^{(m)}(i),$$
(1)

где  $n^{(m)}(i) - m$ -ая реализация белого аддитивного стационарного гауссового шума с нулевым средним значением  $\langle n(i) \rangle = 0$  и неизвестной дисперсией, равной  $\sigma^{(m)2}$ ;  $\tau^{(m)}$  – случайный целочисленный сдвиг исходного информационного сигнала *s*(*i*).

Компоненты гауссового шума считаются некоррелированными с истинным сигналом s(i).

Рассмотрим алгоритм биспектрального преобразования с последующим восстановления сигнала (рис. 1), предложенный в работах [3, 4] и усовершенствованный в [7].



Рис. 1. Блок-схема алгоритма биспектральной обработки сигнала

Алгоритм [7] включает следующие процедуры:

1) получение M выборочных оценок биспектра  $\hat{B}^{(m)}(p,q)$  прямым методом [3] непосредственно из Фурье-спектра сигнала:

$$\hat{\dot{B}}^{(m)}(p,q) = \dot{X}^{(m)}(p)\dot{X}^{(m)}(q)\dot{X}^{(m)}(-p-q), \quad (2)$$

где  $\dot{X}^{(m)}(...)$  – преобразование Фурье наблюдения (1); p = 0, ..., I - 1 и q = 0, ..., I - 1 – частотные индексы;

2) накопление оценок (2) и формирование усредненной оценки биспектра  $\hat{B}(p,q)$ ;

3) восстановление оценок амплитудного  $|\hat{S}_{bisp}(r)|$  и фазового  $\hat{\phi}_{bisp}(r)$  (r = 0, ..., I - 1)Фурье-спектров сигнала из оценки биспектра  $\hat{B}(p,q) = |\hat{B}(p,q)| e^{j\hat{\gamma}(p,q)}$  с использованием рекурсивных процедур [4]:

$$\left|\hat{\dot{S}}(p+q)\right| = \frac{\left|\hat{\dot{B}}(p,q)\right|}{\left|\hat{\dot{S}}(p)\right|\hat{\dot{S}}(q)\right|};$$
(3)

$$\hat{\varphi}(p+q) = \hat{\varphi}(p) + \hat{\varphi}(q) - \hat{\gamma}(p,q); \qquad (4)$$

 фильтрация оценок амплитудного (3) и фазового (4) Фурье-спектров;

5) восстановление формы полезного сигнала на основе процедуры:

$$\hat{s}(i) = \operatorname{Re}\left(IFT\left\{\left|\hat{S}_{bisp}(r)\right|e^{j\hat{\varphi}_{bisp}(r)}\right\}\right),\tag{5}$$

где *IFT*{...} означает процедуру обратного одномерного преобразования Фурье.

В качестве примера на рис. 2 приведен один из вариантов тестового сигнала в виде двух близкорасположенных импульсов (разнос импульсов составил 5 отсчетов) с амплитудами 2 и 6 и длительностью каждого импульса по 3 отсчета. Пример зашумленной реализации этого сигнала при входном отношении сигнал/шум  $\overline{SNR}_{inp} = 0,46$  приведен на рис. 3. Анализ рис. 3 показывает, что такой уровень аддитивного шума не позволяет распознать форму сигнала. С помощью биспектральной обработки при наличии достаточно большого числа M наблюдаемых реализаций возможно уменьшение уровня помехи. Однако в ряде практических случаев, когда  $\overline{SNR}_{inp}$  мало, или число наблюдаемых реализаций ограничено, при классической биспектральной обработке не удается получить соотношение сигнал/шум на выходе  $\overline{SNR}_{out}$ , достаточное для надежной оценки формы сигнала.



Рис. 2. Исходный тестовый сигнал (в отсутствие помех)

Рис. 3. Зашумленный сигнал *SNR*<sub>inp</sub> = 0,46

Одним из возможных методов дополнительного сглаживания шума является фильтрация  $|\hat{S}_{bisp}(r)|$  и  $\hat{\phi}_{bisp}(r)$  с использованием как линейных, так и нелинейных одномерных фильтров [7]:

$$\left|\hat{S}_{bisp-mean}(r)\right| = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \left|\hat{S}_{bisp}(r+n)\right|; \qquad (6)$$

$$\widehat{\varphi}_{bisp-mean}(r) = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \widehat{\varphi}_{bisp}(r+n); \qquad (7)$$

$$\left|\hat{\vec{S}}_{bisp-median}(r)\right| = MED\left\{\left|\hat{\vec{S}}_{bisp}(k)\right\},$$
(8)

$$\widehat{\varphi}_{bisp-median}(r) = MED \{ \widehat{\varphi}_{bisp}(k) \},$$

$$k = r - N \qquad r + n \qquad (9)$$

где (2N + 1) – размер скользящего одномерного окна для усредняющего (mean) или медианного (median) фильтров; процедура  $MED\{...\}$  означает расчет медианы.

Однако, при обработке сигнала любым типом фильтра наряду с полезным эффектом подавления шума в фильтруемый процесс всегда привносятся динамические искажения. В общем случае их уровень зависит от формы сигнала и типа применяемого фильтра. В случае использования линейных и нелинейных фильтров уровень искажений зависит от размера скользящего окна и степени "гладкости" сигнала. При фильтрации процессов, информационная составляющая которых содержит резкие перепады, скачки и т.п., использование фильтров с недостаточно хорошими динамическими характеристиками приводит к сглаживанию сигнала и, как следствие, к внесению существенных искажений. Но при этом фильтры с хорошими динамическими характеристиками обычно не очень эффективно подавляют аддитивный шум [5]. Поэтому часто приходится искать компромисс между этими свойствами фильтра при его выборе для конкретного приложения.



Рис. 4. Динамические ошибки при фильтрации фазового Фурье-спектра линейным усредняющим фильтром с окном 2*N* + 1 = 9 отсчетов

Рассмотрим искажение формы фильтруемой функции на примере фильтрации фазового Фурьеспектра  $\hat{\varphi}_{bisp}(r)$  для тестового сигнала на рис. 2 линейным усредняющим фильтром с размером окна 2N + 1 = 9 (рис. 4). Хорошо видно, что в местах скачков фазы наблюдаются динамические искажения в виде сглаживания функции, в то же время на гладких участках функция, подвергнутая фильтрации, практически полностью повторяет исходную. Поэтому при фильтрации { $\hat{\varphi}_{bisp}(r)$  сложно добиться высокой эффективности подавления шума не исказив при этом саму функцию.

Рассмотрим альтернативный подход. На рис. 5 – 8 изображены соответственно амплитудный, фазовый спектры, а также реальная и мнимая части ком-

плексного Фурье-спектра сигнала, представленного на рис. 2. Отметим, что в отличие от поведения фазового Фурье-спектра реальная и мнимая части не содержат скачков, являясь более гладкими функциями по сравнению с  $|\hat{S}_{bisp}(r)|$ , и, особенно,  $\hat{\phi}_{bisp}(r)$ . Следовательно, при фильтрации реальной (*Re*) и мнимой (*Im*) частей комплексного Фурьеспектра можно ожидать улучшения восстановления спектра сигнала и, соответственно, улучшения оценивания его формы. В связи с этим в настоящей статье рассматривается возможности раздельной фильтрации компонент Re{ $\hat{S}_{bisp}(r)$ } и Im{ $\hat{S}_{bisp}(r)$ } до выполнения процедуры (5).





Рис. 5. Амплитудный Фурье-спектр сигнала (в отсутствие помех)

Рис. 6. Фазовый Фурье-спектр сигнала (в отсутствие помех)



Рис. 7. Реальная часть спектра сигнала (в отсутствие помех)



## 2. Анализ эффективности применения фильтрации реальной и мнимой компонент Фурье-спектра

По аналогии с [7] рассмотрим применение двух типов фильтров – линейного (mean):

$$\operatorname{Re}\left(\hat{S}_{bisp-mean}(r)\right) = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \operatorname{Re}\left(\hat{S}_{bisp}(r+n)\right); (10)$$
$$\operatorname{Im}\left(\hat{S}_{bisp-mean}(r)\right) = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \operatorname{Im}\left(\hat{S}_{bisp}(r+n)\right) (11)$$

и нелинейного (median):

$$\operatorname{Re}\left(\hat{\dot{S}}_{bisp-median}(r)\right) = MED\left\{\operatorname{Re}\left(\hat{\dot{S}}_{bisp}(k)\right)\right\}, \quad (12)$$
$$k = r - N, \dots, r + n;$$

$$\operatorname{Im}\left(\hat{S}_{bisp-median}(r)\right) = MED\left\{\operatorname{Im}\left(\hat{S}_{bisp}(k)\right)\right\}, \quad (13)$$
$$k = r - N, ..., r + n.$$

Для количественной оценки качества восстановления формы сигнала аналогично методике, описанной в [7], рассчитывался ряд параметров:

а) усредненная по ансамблю реализаций дисперсия флуктуаций  $\overline{\sigma}_{inp}^2$  и отношение сигнал/шум  $\overline{SNR}_{inp}$  на входе системы обработки:

$$\overline{\sigma}_{inp}^{2} = \left\langle \frac{1}{I-1} \sum_{i=0}^{I-1} [x^{(m)}(i) - s(i)]^{2} \right\rangle_{M};$$
(14)

$$\overline{SNR}_{inp} = \frac{P_s}{\overline{\sigma}_{inp}^2}, \qquad (15)$$

где  $P_s = \frac{1}{I} \sum_{i=0}^{I-1} [s(i) - E]^2$  – мощность исходного

полезного сигнала s(i) и  $E = \frac{1}{I} \sum_{i=0}^{I-1} s(i)$ ;

б) усредненная по ансамблю реализаций дисперсия шума  $\overline{\sigma}_{out \ noise}$  на выходе системы восстановления сигналов:

$$\overline{\sigma}_{out noise}^{2} = \frac{1}{K-1} \sum_{k=0}^{K-1} \sigma_{out noise}^{2}(k), \qquad (16)$$

где  $\sigma_{out noise k}^2$ =

$$= \min \left\langle \frac{1}{I} \sum_{i=0}^{I-1} \left[ (\hat{s}_k(i) - s(i-t)) - \frac{1}{I} \sum_{i=0}^{I-1} (\hat{s}_k(i) - s(i-t)) \right]^2 \right\rangle,$$

s(i-t) – исходный сигнал;  $\hat{s}_k(i)$  – оценка сигнала в *k*-м эксперименте; *K* – число экспериментов; *t* – смещение, введенное в расчет ошибки с учетом инвариантности биспектра к сдвигу исходного сигнала: (*t* = 0, 1, ..., *I* – 1);

 в) усредненное по ансамблю реализаций отношение сигнал/шум SNR<sub>out</sub> на выходе системы восстановления сигнала:

$$\overline{SNR}_{out} = P_s / \overline{\sigma}_{out \ noise}^2; \qquad (17)$$

г) параметр, позволяющий оценить улучшение отношения сигнал/шум на выходе системы восстановления по сравнению со входом

$$\varepsilon = \frac{\overline{SNR}_{out}}{SNR_{inp}}; \qquad (18)$$

д) нормированный параметр

$$\chi = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}, \qquad (19)$$

где  $\varepsilon_0$  – среднеквадратичный критерий качества, расчитанный для случая без фильтрации (метод 1, см. ниже) для заданого вида сигнала и  $\overline{SNR}_{inp}$ .

Ниже приведены результаты исследований для пяти методов восстановления сигнала:

 традиционный метод восстановления сигналов из оценки биспектра, основанный на рекурсивном алгоритме восстановления фазового и амплитудного Фурье-спектров сигнала [4];

 комбинированный метод восстановления сигнала [7] на основе выражений (8), (9);

 комбинированный метод восстановления сигнала [7] на основе выражений (6), (7);

 предлагаемый комбинированный метод восстановления на основе выражений (12), (13);

 предлагаемый комбинированный метод восстановления сигнала на основе выражений (10), (11).

Численное моделирование проводилось для двух различных тестовых сигналов, представленных двумя импульсами прямоугольной формы с  $A_1 = 2$  и  $A_2 = 6$ , одинаковой амплитудами длительности  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$ , и относительным сдвигом между импульсами  $\Delta t_{12} = 5$  отсчетов. В первом случае длительность импульсов была выбрана равной  $\Delta t = 3$ , во втором  $\Delta t = 11$ . Мощность полезного сигнала P<sub>s</sub> равна соответственно 0,46 и 1,60. Количество отсчетов, реализаций и экспериментов были выбраны равными I = 256, M = 200,K = 30 соответственно. Во всех расчетах тестовый случайным сигнал подвергался смещениям, меняющимся от реализации к реализации, с девиацией, равной 24 отсчетам, в соответствии с равномерным законом распределения.

В табл. 1 и 2 приведены результаты численных расчетов. Для вышеотмеченных комбинированных методов 2-5 размер скользящего окна выбирался равным (2N + 1) = 3; 5; 7 и 9 отсчетов.

Анализ данных, приведенных в табл. 1 и 2, позволяет отметить следующее:

– использование метода 3 дает наихудший результат, что объясняется вкладом динамических ошибок, проявляющихся на скачках функции  $\hat{\varphi}_{bisp}(r)$ ; остальные методы (2, 4 и 5) приводят к лучшим результатам (большим значениям  $\varepsilon$ ), чем традиционный метод 1;

предложенные методы 4 и 5 более эффективны,
 чем основанные на использовании тех же фильтров
 методы 2 и 3 соответственно;

– метод 5 при фиксированном N обеспечивает лучшее  $\varepsilon$ , чем метод 4; наибольший выигрыш при использовании комбинированных методов имеет место при малых  $\overline{SNR}_{inp}$ .

Из анализа данных хорошо видно, что эффективность методов 4 и 5 зависит от *N* и спектральных характеристик сигнала. Для первого тестового сигнала (табл. 1) увеличение N (для N от 1 до 4) приводит к улучшению  $\varepsilon$ . Вместе с тем, при увеличении N до 4 для второго сигнала имеет место уменьшение  $\varepsilon$  для всех  $\overline{SNR}_{inp}$ , кроме случая  $\overline{SNR}_{inp} = 0,32$ . Это показывает, что эффект от более сильного подавления помехи компенсируется повышенным уровнем динамической ошибки, и для данной комбинации спектральных свойств сигнала и дисперсии помехи фильтр с окном 9 отсчетов проигрывает аналогичному фильтру с окном 7 отсчетов.

Таким образом, для сигналов различной формы и разных уровней помех наиболее подходящими (дающими наибольший эффект) будут различные комбинации типов фильтров и размеров скользящих окон. С учетом априорной неопределенности характеристик восстанавливаемого сигнала и помех необходим такой метод, который бы обеспечивал адаптацию алгоритма фильтрации реальной и мнимой компонент спектра. Методы 2 и 3, как заметно уступающие методам 4 и 5 по эффективности, далее рассматривать не будем.

Таблица 1

Ме- тод	$\overline{SNR}_{inp}$	Е	$\overline{SNR}_{inp}$	Е	$\overline{SNR}_{inp}$	Е	$\overline{SNR}_{inp}$	Е	$\overline{SNR}_{inp}$	Е	
Размер скользящего окна 2N + 1 = 3											
1	1,533	8,547	0,920	12,788	0,460	16,807	0,230	17,082	0,153	14,183	
2		8,696		13,123		17,668		18,476		15,284	
3		6,608		9,634		11,520		13,194		11,383	
4		8,798		13,405		18,416		21,185		19,222	
5		9,036		13,928		19,841		25,974		27,047	
Размер скользящего окна 2N + 1 = 5											
2		8,721	0,920	13,193	0,460	17,762	0,230	18,993	0,153	15,493	
3	1,533	5,929		8,787		10,471		12,528		10,927	
4		8,876		13,624		19,048		23,214		22,268	
5		9,259		14,409		20,921		29,646		33,879	
Размер скользящего окна $2N + 1 = 7$											
2	1,533	8,696	0,920	13,123	0,460	17,731	0,230	19,075	0,153	15,552	
3		5,338		8,026		9,461		11,700		10,492	
4		8,929		13,736		19,455		24,577		24,480	
5		9,464		14,749		21,739		32,249		38,572	
Размер скользящего окна $2N + 1 = 9$											
2	1,533	8,646	0,920	12,987	0,460	17,452	0,230	18,961	0,153	15,363	
3		4,831		7,353		8,562		10,911		10,027	
4		8,982		13,889		19,763		25,510		26,082	
5		9,615		14,970		22,371		34,381		42,341	

Результаты сравнения эффективности методов 1 - 5 ( $\Delta t = 3$ )

Ме- тод	$\overline{SNR}_{inp}$	ε	$\overline{SNR}_{inp}$	ε	$\overline{SNR}_{inp}$	ε	$\overline{SNR}_{inp}$	Е	$\overline{SNR}_{inp}$	Е	
Размер скользящего окна $2N + 1 = 3$											
1	3,2	16,05	1,6	14,07	0,8	13,69	0,53	13,23	0,32	10,35	
2		16,40		14,49		14,46		14,25		11,26	
3		12,26		12,15		12,80		12,60		10,70	
4		17,31		15,62		16,68		17,54		14,88	
5		18,78		17,44		20,52		24,81		23,48	
Размер скользящего окна $2N + 1 = 5$											
2		15,78	1,6	14,24	0,8	14,49	0,53	14,57	0,32	11,55	
3	3,2	9,57		10,78		12,16		12,19		10,75	
4		17,72		16,31		18,03		20,29		18,12	
5		18,76		18,58		23,56		31,31		32,27	
Размер скользящего окна $2N + 1 = 7$											
2	3,2	14,29	1,6	13,59	0,8	14,23	0,53	14,42	0,32	11,58	
3		7,05		8,97		10,99		11,34		10,48	
4		17,25		16,46		18,89		22,21		20,52	
5		15,88		17,95		24,58		34,73		38,36	
Размер скользящего окна $2N + 1 = 9$											
2	3,2	12,46	1,6	12,72	0,8	13,62	0,53	14,04	0,32	11,56	
3		4,97		7,11		9,47		10,17		9,95	
4		16,38		16,38		19,45		23,38		22,81	
5		11,44		15,35		23,11		33,95		40,56	

# 3. Применение локально-адаптивной фильтрации на основе Z-параметра

Рассмотрим возможность применения локальноадаптивных фильтров (ЛАФ) [8, 9] в рамках задач биспектральной обработки и сравним эффективность их работы с некоторыми неадаптивными алгоритмами фильтрации. Исходя из того, что реальная и мнимая части Фурье-спектра для выбранного типа сигнала и помех не содержат резких перепадов, в качестве показателя локальной активности было решено использовать Z-параметр и первый вариант ЛАФ на его основе [8, 9].

Дополнительным аргументом в пользу этого ЛАФ является его способность функционировать в условиях неопределенности статистических параметров помех. Несмотря на то, что рассматриваемый сигнал (1) искажен гауссовым шумом с постоянной дисперсией, после биспектральной обработки шумовая компонента реальной и мнимой частей Фурье-спектра имеет явно выраженный переменный уровень дисперсии (рис. 9).





Напомним, что используемый Z-параметр рассчитывается следующим образом [8]:

$$Z_{i} = \frac{\sum_{j=i-\frac{N_{p}-1}{2}}^{i+\frac{N_{p}-1}{2}} (U_{j}^{f} - U_{j})}{\sum_{j=i-\frac{N_{p}-1}{2}}^{i+\frac{N_{p}-1}{2}} |U_{j}^{f} - U_{j}|}, \qquad (20)$$

Таблица 2

где  $U_j^f$  – выходной сигнал предварительного нелинейного фильтра, имеющего неплохие динамические и статические характеристики, например,  $\alpha$ -урезанного или Вилкоксона [8]. В данном случае использовался  $\alpha$ -урезанный с апертурой  $N_p = 9$  элементов и параметром  $N_{\alpha} = 2$  (количество отбрасываемых значений после сортировки выборки данных в скользящем окне по возрастанию).

Выходной сигнал ЛАФ в общем случае рассчитывается как [9]:

$$U_i^{adapt} = \begin{cases} U_i^{f_1}, & \text{если} \quad |Z_i| > a_2; \\ U_i^{f_2}, & \text{если} \quad a_1 < |Z_i| < a_2; \\ U_i^{f_3}, & \text{если} \quad |Z_i| < a_1, \end{cases}$$
(21)

где  $U_i^{f_1}, U_i^{f_2}, U_i^{f_3}$  – выходные сигналы компонентных неадаптивных фильтров;  $a_1, a_2$  – значения порогов.

Исходя из рекомендаций работы [8] были выбраны  $a_1 = 0,2$  и  $a_2 = 0,4$ . Отметим, что в качестве компонентных неадаптивных фильтров в (21) могут использоваться как нелинейные неадаптивные фильтры, так и линейные.

Моделирование проводилось для того же типа тестового сигнала, но с  $\Delta t = 7$  ( $P_s = 1,05$ ). Остальные условия моделирования были теми же, что и ранее.

Исследовались следующие методы:

 традиционный метод восстановления сигналов из оценки биспектра;

 комбинированный метод восстановления сигнала с использованием сглаживающего α-урезанного фильтра с разными N<sub>a</sub> и N<sub>p</sub>;

 предложенный комбинированный метод восстановления сигнала с использованием сглаживающего адаптивного фильтра на основе выражений (20), (21);

 комбинированный метод восстановления сигнала на основе выражений (12), (13);

5) комбинированный метод восстановления сигнала на основе выражений (10), (11).

Диапазон значений SNR inp составил 0,35 ... 3,5.

На рис. 10 представлены графики нормированного параметра  $\chi$  (19) от  $\overline{SNR}_{inp}$ . Графики рис. 10, а позволяют сравнить эффективность адаптивного фильтра на основе нелинейных фильтров относительно компонентных фильтров входящих в его состав, а рис. 10, б - дают возможность анналогичного сравнения для случая использования фильтра линейных адаптивного на основе усредняющих фильтров.

Зависимости на рис.10 соответствуют:

А – методу № 1 (без фильтрации);

В – методу № 2 ( $\alpha$ -урезанный) с  $N_p = 9$ ,  $N_{\alpha} = 2$ ;

С – методу № 2 ( $\alpha$ -урезанный) с  $N_p = 13$ ,  $N_{\alpha} = 3$ ;

D – методу № 3 (адаптивный), в данном адаптивном фильтре используются следующие компонентные фильтры:  $U_i^{f_1}$  – медианный с окном 5;  $U_i^{f_2}$  – α-урезанный с  $N_p = 9$ ,  $N_a = 2$ ;  $U_i^{f_3}$  – α-урезанный с  $N_p = 13$ ,  $N_a = 3$ ;

Е – методу № 3 (адаптивный), этот адаптивный фильтр состоит из следующих компонентных фильтров:  $U_i^{f_1}$  – усредняющий с окном 5;  $U_i^{f_2}$  – усредняющий с  $N_p$ =9;  $U_i^{f_3}$  – усредняющий с  $N_p$ =13;

F – методу № 4 (медианный) с  $N_p = 5$ ;

G – методу № 5 (усредняющий) с  $N_p = 5$ ;

H – методу № 5 (усредняющий) с  $N_p = 9$ ;

I – методу № 5 (усредняющий) с  $N_p = 13$ .

Анализируя графики параметра  $\chi$  (рис. 10), можно сделать следующие выводы:

 оба адаптивных фильтра показали достаточно хорошие результаты при фильтрации сигнала и не намного проигрывают лучшему из неадаптивных алгоритмов (разным для разных сигналов и помех) во всех тестовых случаях;

– адаптивный метод на основе линейных усредняющих фильтров при низких  $\overline{SNR}_{inp}$  обеспечивает лучшее  $\varepsilon$ , чем аналогичный метод на основе  $\alpha$ -урезанного и медианного фильтров. При высоких  $\overline{SNR}_{inp}$  наблюдается обратная ситуация, что обу-



Рис. 10. График зависимости  $\chi$  от  $\overline{SNR}_{inp}$  ( $\Delta t = 7$ )

славливается худшими динамическими свойствами линейных фильтров по сравнению с нелинейными;

– эффективность обоих методов зависит от спектральных характеристик сигнала; наибольший выигрыш при использовании адаптивных методов имеет место при малых отношениях *SNR inp*, что важно для практических приложений.

На рис. 9 представлена мнимая часть комплексного Фурье-спектра, восстановленного по отсчетам биспектра при  $\overline{SNR}_{inp} = 0,35$  до и после фильтрации методом 3. Несмотря на большие вариации дисперсий флуктуаций помеховой составляющей, адаптивный фильтр достаточно точно востанавливает сигнальную компоненту как на участках сигнала с небольшим уровнем шума (середина), так и на участках с достаточно большим уровнем помеховой составляющей (сравните графики на рис. 8).





Рис. 11. Оценка сигнала ( $\Delta t = 3$ ) при  $\overline{SNR}_{inp} = 0,35$  до и после фильтрации методом 3

Можно заметить, что уровень помеховой составляющей вне зоны сигнальных импульсов (рис. 11, б) после фильтрации реальной и мнимой компонент спектра уменьшился достаточно сильно. В свою очередь, сами сигнальные импульсы практически не подверглись динамическому искажению.

## Заключение

В исследованы работе предложены И комбинированные биспектрально-фильтровые методы, заключающиеся в фильтрации отсчетов реальной и мнимой частей комплексного Фурьеспектра, восстановленного по отсчетам биспектра. Для этой цели использованы линейные и нелинейные оконные фильтры, а также адаптивные фильтры на основе Z-параметра. фильтрация  $\operatorname{Re}\{\hat{S}_{hisp}(r)\}$  и Показано, что  $\operatorname{Im}\{\dot{S}_{bisp}(r)\}$ является предпочтительной по сравнению с фильтрацией  $\left| \hat{S}_{bisp}(r) \right|$  и  $\hat{\phi}_{bisp}(r)$ . В свою очередь, применение ЛАФ вместо неадаптивных фильтров также приводит к повышению эффективности комбинированного подхода, особенно в условиях ограниченной априорной информации о характеристиках сигнала и помехи.

### Литература

 Combined bispectrum-filtering techniques for radar output signal reconstruction in ATR applications / A.V. Totsky, V.V. Lukin, I.V. Kurbatov, J.T. Astola, K.O. Egiazarian // Proc. International Conf. "Automatic Target Recognition". XIII. – Orlando (USA). – 2003. –Vol. 5094, April. – P. 301 – 312. 2. Lohman A.W., Weigelt G., Wirnitzer B. Speckle masking in astronomy: triple correlation theory and applications // Applied Optics. – 1983. – Vol. 22, Dec. – P. 4028 – 4037.

3. Nikias C. L., Raghuveer M. R. Bispectral estimation: A digital signal processing framework // Proc. IEEE. – 1987. – Vol. 75, № 7. – P. 869 – 891.

 Bartelt H., Lohman A. W., Wirnitzer B. Phase and amplitude recovery from bispectra // Applied Optics. – 1984. – Vol. 23, Sept. – P. 3121 – 3129.

5. Astola J., Kuosmanen P. Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering // CRC Press LLC. – 1997. – P. 276.

6. Signal Waveform reconstruction from noisy bispectrum estimations pre-processed by vector filters / V. Lukin, A. Totsky, A. Kurekin, I. Kurbatov, J. Astola, K. Egiazarian // Proc. International Symp. "On Signal Processing and Applications". VII. – Paris (France), 2003. – Vol. 2, July. – P. 169 – 172.

Восстановление сигналов по оценкам биспектров в присутствии гауссовых и негауссовых помех / А.В. Тоцкий, Я. Астола, К.О. Егизарян, А.А. Зеленский, В.В. Лукин // Зарубежная радиоэлектроника. – 2002. – № 11. – С. 44 – 58.

8. Зеленский А.А., Лукин В.В., Погребняк А.Б. Локально-адаптивные алгоритмы устойчивой фильтрации информационных данных // Функционирование радиотехнических систем в условиях негауссовских помех. – М. – 1992. – С. 45 – 58.

 Лукин В. В. Анализ показателей локальной активности для нелинейных адаптивных фильтров // Радиофизика и электроника. – 1998. – Т. 3, № 2. – С. 80 – 89.

#### Поступила в редакцию 16.06.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.