

УДК 621.396:681.34

**А.В. ТОЦКИЙ**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина*

## **МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ СЛУЧАЙНЫМ СДВИГОМ СТРОК И АДДИТИВНЫМ ГАУССОВЫМ ШУМОМ**

Рассмотрена задача восстановления цифровых двумерных изображений, искаженных случайным взаимным сдвигом строк и аддитивным гауссовым шумом. Предложен метод, обеспечивающий распознавание объекта неизвестной формы по изображению, восстановленному с помощью биспектральных оценок строк при ограниченном наборе наблюдаемых реализаций. Устранение случайного взаимного сдвига строк выполнено с использованием поправок, формируемых в виде разностей координат максимумов взаимных корреляционных функций соседних строк и центров тяжести автокорреляционных функций строк, восстановленных по их биспектральным оценкам. Введение аддитивных предсказаний в каждую строку обеспечивает преобразование обрабатываемых одномерных процессов в класс максимально-фазовых сигналов и, как следствие этого, позволяет избежать фазовой неоднозначности при одновременном выравнивании изображений строк, восстановленных по оценкам их биспектральных плотностей. Тестовые изображения, восстановленные предложенным методом, свидетельствуют об уменьшении искажений, достаточном для визуального распознавания объекта.

**восстановление изображений, предсказания, оценка биспектральной плотности**

### **Введение**

Методы биспектрального анализа находят широкое применение для восстановления одномерных сигналов в астрономии [1], цифровой обработке сигналов [2], устройствах обработки биомедицинских сигналов [3], системах дистанционного зондирования [4], радиолокации [5] и других приложениях.

К основным преимуществам биспектрального анализа относятся:

- возможность восстановления амплитудного и фазового Фурье-спектров сигнала в условиях априорной неопределенности в отношении свойств сигнала и аддитивной помехи;
- высокая помехоустойчивость к аддитивной помехе с симметричным законом плотности распределения вероятности;
- инвариантность к временным или пространственным сдвигам обрабатываемого сигнала.

Методы биспектрального анализа находят также применение в задачах восстановления двумерных изображений [6 – 8]. Однако использование оценок биспектральной плотности для восстановления изо-

бражений сопряжено с рядом ограничений, среди которых необходимо отметить следующие. Восстановление фазового Фурье-спектра сигнала по фазовому биспектру известными методами [6 – 8] позволяет получить точный результат только при условии, если значения фазового биспектра не выходят за пределы интервала  $[-\pi, \pi]$ , ограниченного главным значением функции “арктангенс”. Однако, на практике в фазовом биспектре строки изображения наблюдаются многочисленные разрывы (завороты фазы), которые создают проблему фазовой неоднозначности и, в конечном итоге, в восстановленном изображении проявляются фазовые искажения. Процедура разворота фазы оказывается неэффективной в присутствии шума, поскольку она сопровождается недопустимо большими фазовыми ошибками.

Кроме этого, поскольку биспектр инвариантен к пространственному сдвигу, строка изображения, восстановленная из оценки биспектральной плотности, оказывается сдвинутой относительно своего исходного положения на величину, равную центру тяжести строки.

Для преодоления выше отмеченных ограничений и с целью уменьшения перечисленных искажений изображений, восстанавливаемых с использованием оценок биспектральной плотности, в данной статье предложен новый подход, позволяющий устранить случайное смещение соседних строк и преодолеть проблему фазовой неоднозначности. Для устранения случайного сдвига соседних строк разработан алгоритм коррекции данных сдвигов строк по величинам поправок, которые рассчитываются в виде разностей координат максимумов выборочных оценок корреляционных функций соседних строк и координат максимумов оценок корреляционных функций, восстановленных по оценкам их биспектральных плотностей. С целью устранения фазовой неоднозначности и уменьшения фазовых искажений предложено вводить предсказания в каждую строку изображения, которое затем восстанавливают по оценке биспектральной плотности.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим двумерное изображение, искаженное стационарным аддитивным белым гауссовым шумом (АБГШ) с нулевым средним значением и случайным циклическим сдвигом строк. Предположим, что  $k$ -я строка ( $k = 1, 2, 3, \dots, L$ ) изображения описывается последовательностью вещественных неотрицательных отсчетов  $\{x_k^{(m)}(i)\}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, L$ ), наблюдаемых на входе системы восстановления изображений в виде  $m$ -й ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) реализации

$$x_k^{(m)}(i) = s_k \left( i - \tau_k^{(m)} \right) + n_k^{(m)}(i), \quad (1)$$

где  $\tau_k^{(m)}$  – случайный целочисленный сдвиг детерминированного смешанно-фазового сигнала  $s_k(i)$  (неискаженного изображения  $k$ -й строки), биспектр которого предполагается отличным от нуля;  $n_k^{(m)}(i)$  –  $m$ -я реализация АБГШ с априорно неизвестной дисперсией  $\sigma_m^2$ .

В уравнении наблюдения (1) предполагается, что случайная величина  $\{\tau_k^{(m)}\}$  имеет равномерную плотность распределения вероятности.

Случайный сдвиг  $\tau_k^{(m)}$  строк изображения в (1) возникает на практике вследствие влияния случайно-неоднородных свойств канала передачи данных, механических ошибок систем сканирования изображений, а также вследствие ошибок системы оцифровки видеоинформации, которые сопровождаются стохастическим срывом синхронизации на выходе АЦП в присутствии шума.

В соответствии с уравнением наблюдения (1) задача формулируется следующим образом. На ограниченной несколькими реализациями ( $M = 3 \dots 5$ ) выборке необходимо восстановить изображение объекта неизвестной формы в присутствии искажений в виде случайных сдвигов строк и АБГШ. Решение данной задачи должно обеспечить устранение случайных сдвигов строк, преодоление проблемы фазовой неоднозначности и уменьшение фазовых искажений, характерных для традиционных биспектральных методов восстановления изображений [6 – 8].

Ниже представлено описание предлагаемого метода и алгоритма восстановления изображений, основой которых является биспектральный анализ обрабатываемых данных.

## 2. Предлагаемый метод восстановления изображений

Предлагаемый метод восстановления изображений включает следующую последовательность процедур обработки сигналов.

### 2.1. Устранение случайного сдвига строк

1. Расчет выборочных оценок взаимно корреляционных функций  $\{\hat{R}_{k, k+1}^{(m)}(l)\}$  соседних строк изображения (1) в виде

$$\hat{R}_{k,k+1}^{(m)}(l) = \sum_{i=1}^l x_k^{(m)}(i)x_{k+1}^{(m)}(i-l). \quad (2)$$

2. Определение координат  $\left\{ \hat{R}_{\max k}^{(m)} \right\}_{jit}$  максимумов функций (2) и их хранение в памяти компьютера.

3. Восстановление взаимно корреляционных функций  $\left\{ \hat{R}_{k,k+1}^{(m)}(l) \right\}_{Bisp}$  по оценкам их биспектральной плотности.

В отличие от известного и широко используемого в приложениях биспектрального анализа рекурсивного алгоритма восстановления фазового Фурье-спектра сигнальной функции из фазового биспектра [1] в данной статье мы предлагаем отказаться от традиционного расчета фазового биспектра в виде арктангенса отношения мнимой и реальной части биспектральной оценки, так как такой традиционный подход сопряжен с фазовой неоднозначностью и порождает существенные фазовые искажения, если сигнальная функция относится к классу смешанно-фазовых сигналов.

Поэтому, если сигнальная функция (2) принадлежит к классу смешанно-фазовых сигналов, то при использовании для ее восстановления фазового биспектра в функции  $\left\{ \hat{R}_{k,k+1}^{(m)}(l) \right\}_{Bisp}$  следует ожидать больших искажений.

В предлагаемом методе для восстановления фазового Фурье-спектра функции  $\left\{ \hat{R}_{k,k+1}^{(m)}(l) \right\}$  традиционные (например, [1]) расчеты фазового биспектра и фазового Фурье-спектра заменены соответствующими гладкими функциями синусов и косинусов. Для этого в алгоритм обработки введен нормированный биспектр, равный:

$$\frac{\hat{B}_{Rp,q}}{\left| \hat{B}_{Rp,q} \right|} = \cos \hat{\beta}_{p,q} + j \sin \hat{\beta}_{p,q} = (\cos \hat{\phi}_p + j \sin \hat{\phi}_p); \quad (3)$$

$$(\cos \hat{\phi}_q + j \sin \hat{\phi}_q)(\cos \hat{\phi}_{p+q} - j \sin \hat{\phi}_{p+q}),$$

где  $\hat{B}_{Rp,q}$  и  $|\hat{B}_{Rp,q}|$  – усредненная по  $M$  реализациям оценка биспектра функции (2) и ее модуль соответственно;  $\hat{\beta}_{p,q}$  и  $\hat{\phi}_p$  – фазовый биспектр и фазовый Фурье-спектр сигнала соответственно.

В предлагаемом подходе восстановление косинусов и синусов фазового Фурье-спектра сигнальной функции из (3) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \cos \hat{\phi}_{p+q} &= \\ &= (\cos \hat{\phi}_p \cos \hat{\phi}_q - \sin \hat{\phi}_p \sin \hat{\phi}_q) \cos \hat{\beta}_{p,q} + \\ &+ (\cos \hat{\phi}_p \sin \hat{\phi}_q + \sin \hat{\phi}_p \cos \hat{\phi}_q) \sin \hat{\beta}_{p,q}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \sin \hat{\phi}_{p+q} &= \\ &= (\cos \hat{\phi}_p \sin \hat{\phi}_q + \sin \hat{\phi}_p \cos \hat{\phi}_q) \cos \hat{\beta}_{p,q} - \\ &- (\cos \hat{\phi}_p \cos \hat{\phi}_q - \sin \hat{\phi}_p \sin \hat{\phi}_q) \sin \hat{\beta}_{p,q}. \end{aligned} \quad (5)$$

Отметим, что поскольку процедура восстановления амплитудного Фурье-спектра сигнала по оценке амплитудного биспектра в отличие от процедуры восстановления фазового Фурье-спектра по оценке фазового биспектра не вносит в восстановленную функцию существенных искажений, то для восстановления амплитудного Фурье-спектра достаточно воспользоваться известным рекурсивным алгоритмом [1].

4. Расчет центров тяжести  $\left\{ CG_k \right\}_{Bisp}$  функций

$$\left\{ \hat{R}_{k,k+1}^{(m)}(l) \right\}_{Bisp} \text{ и их хранение в памяти компьютера.}$$

Низкая чувствительность биспектра к АБГШ позволяет рассчитать величины  $\left\{ CG_k \right\}_{Bisp}$  с достаточно хорошей точностью. Поэтому последние величины могут быть выбраны в качестве опорных значений для устранения случайного сдвига строк (1) в обрабатываемом изображении.

5. Устранение случайного сдвига строк с помощью их сдвига на поправки, равные

$$\Delta_k^{(m)} = \left\{ l_{\max k}^{(m)} \right\}_{jit} - \left\{ l_{CGk} \right\}_{Bisp}. \quad (6)$$

После устранения случайных сдвигов строк  $\tau_k^{(m)}$  с помощью введения поправок (6), уравнение (1) примет вид

$$x_{k\text{ cor}}^{(m)}(i) \cong s_k(i) + n_k^{(m)}(i). \quad (7)$$

## 2.2. Биспектральное восстановление изображения строк с предсказаниями

1. Добавление к функции (7) вторичной функции – функции предсказаний, такой, чтобы амплитудный Фурье-спектр суммарной функции не содержал нулей.

Данная процедура позволяет трансформировать обрабатываемый сигнал в класс максимально-фазовых сигналов.

Пусть, например, вторичная функция выбрана в виде двух  $\delta$ -импульсов большой амплитуды  $A_0$ , которые добавлены в конец и начало каждой строки изображения (7).

После введения таких предсказаний изображение строки примет вид

$$f_k^{(m)}(i) = A_0\delta(i-1) + x_{k\text{ cor}}^{(m)}(i) + A_0\delta(i-I), \quad (8)$$

где амплитуда  $A_0$  должна удовлетворять следующему условию:

$$A_0 \gg \sum_{i=1}^I x_k^{(m)}(i). \quad (9)$$

Условие (9) обеспечивает получение максимально-фазового сигнала, фазовый Фурье-спектр которого не содержит переходов через ноль, которые присутствуют многократно в функциях (1) и (7). Следовательно, при восстановлении изображения строки вида (8) проблема фазовой неоднозначности возникнуть не должна.

Необходимо также отметить, что выполнение условия (9) позволяет избежать циклического заворота строк при биспектральном восстановлении изображения, так как центры тяжести строк (8) с учетом введенных предсказаний и при выполнении условия (9) приблизительно равны.

2. Восстановление косинусов и синусов фазового Фурье-спектра изображения строки по усредненной оценке биспектра, полученной по  $M$  наблюдаемым реализациям, с использованием процедур (4) и (5). Восстановление амплитудного Фурье спектра изображения строки с помощью известного рекурсивного алгоритма [1].

3. Восстановление изображения с помощью обратного дискретного преобразования Фурье комплексного Фурье-спектра, восстановленного по оценке биспектральной плотности строки.

## 3. Результаты численного моделирования

Для сравнения предлагаемого и известных биспектральных методов восстановления изображений рассмотрим пример восстановления тестового 8-битного изображения размером  $256 \times 256$  вещественных отсчетов (пикселей). Каждая строка исходного изображения подвергалась воздействию искажений в виде АБГШ с дисперсией  $\sigma_m^2 = 100$  и случайного сдвига строк с максимальной девиацией  $\tau_k^{(m)}$ , равной  $\pm 30$  пикселям.

Амплитуда  $A_0$  предсказаний в соответствии с условием (9) была выбрана равной достаточно большой величине  $A_0 = 40000$  с учетом того, что максимальная величина интенсивности в изображении может достигать значения, равного 256. Ограниченное количество реализаций, которые участвуют в статистическом усреднении в процессе оценки биспектра ( $M$ ), полагалось равным 5 реализациям ( $M = 5$ ).

На рис. 1 представлено тестовое изображение неизвестного объекта, искаженное АБГШ и случайным сдвигом строк.

Как видно из рис. 1, визуальное распознавание объекта по такому изображению не представляется возможным, поскольку объект полностью маскирован помехами.

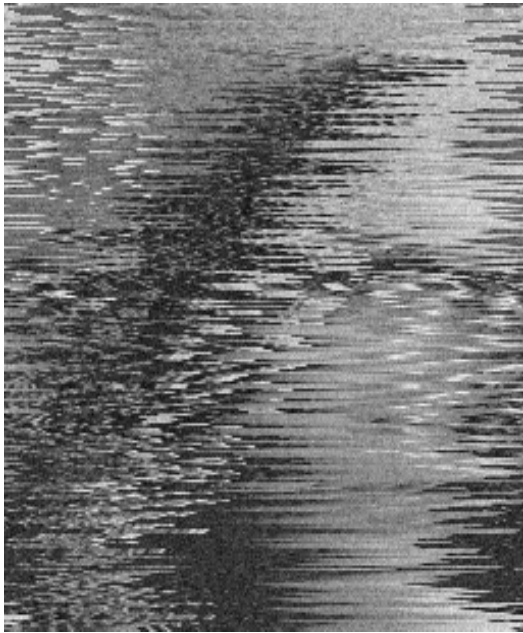


Рис. 1. Изображение, искаженное аддитивным белым гауссовым шумом и случайным сдвигом строк



Рис. 2. Изображение, восстановленное с использованием рекурсивного алгоритма [1]

На рис. 2 показано изображение тестового объекта, в котором для восстановления взаимно корреляционных функций  $\{\hat{R}_{k,k+1}^{(m)}(l)\}_{Bisp}$  и построчного восстановления изображения был использован известный рекурсивный алгоритм [1] восстановления фазового Фурье спектра сигнальных функций по оценке фазового биспектра.

В данном изображении наблюдается характерный циклический заворот строк, который возникает в результате фазовых ошибок при восстановлении функций  $\{\hat{R}_{k,k+1}^{(m)}(l)\}_{Bisp}$  и, как следствие этого, появление ошибок при расчете поправок (6). Эти ошибки проявляются в восстановленном изображении в виде циклического заворота строк и в виде рваных границ объекта.

На рис. 3 приведено изображение, которое восстановлено предлагаемым методом с использованием:

- косинусов и синусов фазового биспектра;
- косинусов и синусов фазового Фурье спектра (выражения (3 – 5)).



Рис. 3. Изображение, восстановленное предлагаемым методом

По данному изображению можно визуально распознать объект, который был полностью маскирован помехами в исходном изображении на рис. 1.

Однако следует отметить, что в результате вышеотмеченного введения в начало и в конец каждой строки предсказаний (формулы (8) и (9)), в левой и правой частях восстановленного изображения на-

блюдаются искажения, которые проявляются в виде периодической дифракционной структуры. Эти искажения не столь существенны, чтобы они могли мешать уверенно распознать объект.

### Заключение

Отличие предлагаемого метода от известных методов восстановления изображений, использующих оценки биспектральной плотности, заключается:

- во-первых, в отказе от традиционных расчетов фазового биспектра и фазового Фурье-спектра и замены их на расчеты соответствующих синусов и косинусов;

- во-вторых, во введении предсказаний в каждую строку обрабатываемого изображения.

Использование при расчетах гладких функций синус и косинус вместо традиционных разрывных фазовых функций позволяет избежать фазовой неоднозначности и существенно уменьшить ошибки восстановления изображений. Добавление соответствующих предсказаний в строку изображения обеспечивает выполнение условия максимально фазового сигнала и позволяет автоматически получить правильное центрирование строк восстановленного изображения.

Применение предложенных в статье метода и алгоритма восстановления изображений представляется эффективным в системах автоматического распознавания объектов, работающих в условиях отсутствия априорных сведений о характеристиках обрабатываемого изображения и характеристиках помех.

### Литература

1. Bartelt H., Lohmann A., Wirmitzer B. Phase and amplitude recovery from bispectra, *Applied Optics*. – September, 1984. – Vol. 23. – P. 3121 – 3129.

2. Nikias C.L., Raghuvver M.R. Bispectral estimation: A digital signal processing framework // *Proceedings IEEE*. – July, 1987. – Vol. 75, No. 7. – P. 869 – 891.

3. Nakamura M. Waveform estimation from noisy signals with variable signal delay using bispectrum averaging // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. – February, 1993. – Vol. 40, No 2. – P. 118 – 127.

4. Totsky A.V., Gorbunenko B.F. Investigations of the synthetic aperture radar images formed by processing of bispectral data // *International Journal of Electronics and Communications*. – 1999. – Vol. 53, No. 3. – P. 146 – 150.

5. Totsky A.V., Kurbatov I.V., Lukin V.V., Egiazarian K.O., Astola J.T. Combined bispectrum-filtering techniques for radar output signal reconstruction in ATR applications // *Proceedings of International Conference "Automatic Target Recognition XIII"*; Ed. Firooz A. Sadjadi; Orlando (USA). – April 2003. – SPIE vol. 5094. – P. 301 – 312.

6. Sundaramoorthy G., Raghuvver M.R., Dianat S.A. Bispectral reconstruction of signals in noise: Amplitude reconstruction issues // *IEEE Transactions Acoustics, Speech, and Signal Processing*. – July, 1990. – Vol. 38, No 7. – P. 1297 – 1306.

7. Dianat S.A., Raghuvver M.R. Fast algorithms for phase and magnitude reconstruction from bispectra // *Optical Engineering*. – May, 1990. – Vol. 29, No 5. – P. 504 – 512.

8. Petropulu A.P., Nikias C.L. Signal reconstruction from the phase of the bispectrum // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – March, 1992. – Vol. 40, No 3. – P. 601 – 610.

*Поступила в редакцию 22.11.2004*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.