

УДК 621.396.67

У.Р. ЛІЕПІНЬ¹, С.Д. НЕДЗЕЛЬСКИЙ²¹Харьковский университет Воздушных Сил, Украина²Объединенный научно-исследовательский институт Вооруженных Сил, Украина

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕШЕТКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЗОНДОВ, ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ДЛЯ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ПЕРЕДАЮЩЕЙ ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

При определении матрицы взаимной связи излучателей (ВСИ) в фазированной антенной решетке (ФАР) необходимо обращать матрицу коэффициентов передачи между излучателями ФАР и решетки измерительных зондов (РИЗ). Показано, что зависимость числа обусловленности матрицы передачи от геометрических характеристик системы «ФАР-РИЗ» носит резонансный характер. Предложено минимизировать число обусловленности матрицы передачи выбором оптимальных расстояний между излучателями РИЗ и ее удаления от ФАР.

фазированная антенная решетка, амплитудно-фазовое распределение, взаимные связи излучателей

Введение

Анализ публикаций. Комплексная диагностика технического состояния стационарных передающих ФАР, широко используемых в системах контроля космического пространства, предполагает решение обратных электродинамических задач извлечения информации об амплитудно-фазовом распределении (АФР) на апертуре и матрице ВСИ в ФАР из принятой РИЗ смеси зондирующего сигнала (ЗС) и шума. Как правило, в качестве метода решения подобных задач используется метод наименьших квадратов (НК) [1 – 5]. Формально обратная задача может быть представлена в виде операторного уравнения первого рода

$$\mathbf{Bz} = \mathbf{X}, \quad (1)$$

где \mathbf{B} – оператор, представляющий собой матрицу коэффициентов передачи между излучателями ФАР и РИЗ; \mathbf{z} – вектор коэффициентов возбуждения ФАР (вектор АФР); \mathbf{X} – измеренные значения откликов излучателей РИЗ на поле излучения ФАР.

В задачах восстановления АФР по результатам измерения полей в дальней или ближней зонах ФАР принципиальным является то обстоятельство, что

неизбежны ошибки измерения вектора \mathbf{X} , вызванные шумом и погрешностями измерительных приборов. С учетом шума реально решению подлежит задача

$$\mathbf{Bz} + \mathbf{n} = \mathbf{X}, \quad (2)$$

где \mathbf{n} – вектор шума, обусловленный неточностью измерительных приборов (амплифазометров), оценивающих \mathbf{X} , и присутствием на измерительной площадке шумовых полей.

Наличие \mathbf{n} является одной из причин некорректности обратных задач восстановления АФР.

Решение (2) методом НК, если статистические характеристики \mathbf{n} неизвестны, записывается в виде [1, 2, 6]:

$$\hat{\mathbf{z}} = (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{X} = \mathbf{Z} + \Delta \mathbf{Z}, \quad (3)$$

где H – оператор комплексно-сопряженного транспонирования матрицы; $\Delta \mathbf{Z}$ – вектор ошибок в оценках $\hat{\mathbf{z}}$, вызванных шумом \mathbf{n} .

Количественно степень некорректности обратной задачи (3) определяется числом обусловленности матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{B}^H \mathbf{B}$ [1, 6]. Несложно показать, что относительная погрешность в оценке $\hat{\mathbf{z}}$ определяется зависимостью [1, 6]:

$$\frac{\|\Delta \mathbf{Z}\|}{\|\mathbf{Z}\|} \leq \text{conde}(\mathbf{A}) \frac{\|\mathbf{B}^H \mathbf{n}\|}{\|\mathbf{B}^H \mathbf{X}\|}, \quad (4)$$

где $\|\mathbf{A}\| = \sqrt{\sum_{i,k} A_{ik}^2}$, $i, k \in 0, N-1$ – евклидова норма \mathbf{A} ; N – размерность \mathbf{A} ; $\text{conde}(\mathbf{A}) = \lambda_{\max} \lambda_{\min}^{-1}$ – число обусловленности \mathbf{A} ; λ – собственные числа \mathbf{A} .

Формула (4) показывает, что $\text{conde}(\mathbf{A})$ можно рассматривать как коэффициент усиления, определяющий соотношение между относительной неопределенностью вектора \mathbf{X} и относительной неопределенностью вектора \mathbf{Z} , являющегося решением (4). Таким образом, число обусловленности матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{B}^H \mathbf{B}$ может служить важной характеристикой потенциальных возможностей диагностического комплекса, решающего задачу восстановления АФР в ФАР.

Численные значения элементов матрицы оператора прямой задачи \mathbf{B} (матрицы коэффициентов передачи между излучателями ФАР и РИЗ) определяются характеристиками излучателей ФАР и зондов, межэлементными расстояниями в ФАР и РИЗ, удалением и ориентацией РИЗ относительно ФАР и т.д. Следовательно, считая параметры исследуемой стационарной передающей ФАР заданными, можно, изменяя конструкцию РИЗ и ее расположение относительно ФАР, изменять матрицу \mathbf{B} , а значит и число обусловленности матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{B}^H \mathbf{B}$.

Целью статьи является разработка методики определения оптимальных значений межэлементных расстояний в РИЗ и ее удаления от исследуемой ФАР, обеспечивающих минимум числа обусловленности матрицы коэффициентов передачи, обращаемой при восстановлении вектора АФР или матрицы ВСИ в ФАР методом НК.

Постановка задачи. Методику решения задачи оптимизации конструкции РИЗ рассмотрим на примере измерительно-вычислительной системы (ИВС) «ФАР-РИЗ», предназначенной для диагностирования состояния стационарной линейной передающей

ФАР, используя в качестве средств измерения линейную РИЗ.

Заданными параметрами ИВС считаются конструкция исследуемой ФАР и число излучателей в РИЗ, а искомыми – межэлементные расстояния в РИЗ и удаление РИЗ относительно ФАР. Число излучателей в РИЗ выбрано равным числу излучателей ФАР с целью обеспечения необходимого для измерения матрицы ВСИ в ФАР числа измерительных уравнений.

Задача решается в декартовой системе координат. Апертура ФАР расположена в плоскости $z = 0$, апертура РИЗ расположена в плоскости $z_n = \beta L$, где $0 < \beta \leq 1$, $L = Nd_a$, N – число излучателей в ФАР и РИЗ, d_a – межэлементные расстояния в ФАР. Межэлементные расстояния в РИЗ – d_n . Нумерация излучателей: в ФАР – $i \in 0, N-1$, в РИЗ – $n \in 0, N-1$.

В качестве элемента матрицы оператора прямой задачи B_{in} примем, как и в [3 – 5], коэффициент передачи (через среду) от входа i -го излучателя ФАР до выхода n -го излучателя РИЗ, и запишем его в виде

$$B_{in} = \frac{\sqrt{K_i K_n}}{2\eta r_{in}} \exp(j\eta r_{in}) F_i(\vec{r}_{in}) H_n(-\vec{r}_{in}), \quad (5)$$

где $\vec{r}_{in} = \vec{r}_i - \vec{r}_n$; $r_{in} = |\vec{r}_i - \vec{r}_n|$; \vec{r}_i, \vec{r}_n – векторы, направленные от центра апертуры ФАР до ее i -го излучателя, и до n -го излучателя РИЗ, соответственно; K_i, K_n – коэффициенты усиления излучателей ФАР и РИЗ, соответственно; $\eta = 2\pi\lambda^{-1}$, λ – длина волны ЗС; $F_i(\vec{r}_{in}) H_n(-\vec{r}_{in})$ – нормированные к максимуму ДН излучателей ФАР и РИЗ, соответственно.

Используя (5), комплексные амплитуды (КА) откликов зондов РИЗ на возбуждающее их поле ФАР X_n могут быть представлены в виде

$$X_n = \sum_i \sum_k U_k \phi_k C_{ik} B_{in} + n_n, \quad i, k \in 0, N-1, \quad (6)$$

где U_k – КА в падающей на фазовращатели (ФВ) волне напряжения; $\phi_k = \exp(j\psi_k)$ – коэффициенты

передач ФВ ФАР, ψ_k – фазовый сдвиг, реализуемый ФВ k -го канала; $\mathbf{C} = \mathbf{E} - \mathbf{S}$, где \mathbf{E} – единичная $N \times N$ матрица, \mathbf{S} – матрица рассеяния излучающей системы ФАР; C_{ik} – коэффициенты матрицы взаимных связей излучателей (ВСИ) в ФАР; n_n – КА шума, порожденного ошибками измерения X_n .

В матричной форме выражение (6) имеет вид

$$\mathbf{X} = \mathbf{BC}(\text{diag}\mathbf{U})\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{n}, \quad (7)$$

где $\text{diag}\mathbf{U}$ – диагональная $N \times N$ матрица U_k .

В [3, 7] показано, что для определения $N \times N$ коэффициентов матрицы \mathbf{C} необходимо произвести N фазирований исследуемой ФАР и измерить $N \times N$ КА откликов в РИЗ. Согласно [3, 7] наиболее целесообразным планом управления ФАР при измерении \mathbf{C} является реализация элементами решетки прямого дискретного преобразования Уолша (ДПУ). При этом ФВ ФАР должны находиться только в двух состояниях: 0 и 180° . Вектор $\boldsymbol{\varphi}$ при этом преобразуется в $N \times N$ матрицу, содержащую множители, равные $(+1)$ (0° на ФВ) или (-1) (180° на ФВ):

$$\boldsymbol{\varphi}_w = \mathbf{W}, \quad (8)$$

где \mathbf{W} – $N \times N$ матрица Уолша, упорядоченная по Адамару или Пэли [8].

Матрица откликов в РИЗ в этом случае, при равномерном возбуждении ФВ волной $\text{diag}\mathbf{U} = U_0\mathbf{E}$, примет вид

$$\mathbf{X}_w = U_0\mathbf{BCW} + \mathbf{n}_w, \quad (9)$$

где $\mathbf{X}_w, \mathbf{n}_w$ – $N \times N$ матрицы КА откликов зондов и шума в них; U_0 – напряжение возбуждения ФВ излучателей ФАР.

Если выходы излучателей РИЗ подключены к амплифазометрам, измеряющим отношение амплитуд и разность фаз, то множитель U_0 в (9) можно опустить, так как в качестве опорного на амплифазометр можно подать сигнал возбуждения ФАР. С учетом сделанных замечаний (9) можно представить в виде

$$\mathbf{X}_w = \mathbf{BC}_w + \mathbf{n}_w, \quad (10)$$

где $\mathbf{C}_w = \mathbf{CW}$.

Найденная из решения (10) матрица \mathbf{C}_w может быть легко преобразована в $\mathbf{C} = \mathbf{C}_w\mathbf{W}^{-1}$.

Устойчивость обратного ДПУ доказывать нет необходимости [8].

Сравнение выражений (10) и (2) показывает, что формально они отличаются только размерностью искомой и шумовой матриц. При восстановлении \mathbf{C}_w по измеренным значениям \mathbf{X}_w возникает та же проблема устойчивости решения к влиянию шума \mathbf{n}_w .

Результаты исследований

Для получения численных решений задачи минимизации \mathbf{A} определим, что $x_i = (i - i_0)d_a$, $x_n = (n - n_0)d_n$, где $i_0 = n_0 = 0,5(N - 1)$, $y_i = z_i = 0$; $y_n = 0$; $z_n = \beta L$; $L = Nd_a$.

Учитывая (5), определим

$$r_{in} = \sqrt{(x_i - x_n)^2 + (y_i - y_n)^2 + (z_i - z_n)^2};$$

$$\theta_{in} = \arccos\left(\frac{L}{r_{in}}\right).$$

В качестве нормированных ДН излучателей примем $F_{in}(\theta_{in}) = 10 \cos(\theta_{in})$, $H_{in} = \cos(\theta_{in})$, а размеры ФАР: $N = 8$, $d_a = 0,75\lambda$, $\lambda = 1$ м. Требуется определить значения d_n , обеспечивающие минимум $\text{conde}(\mathbf{A})$ при фиксированных z_n и значения β , обеспечивающие минимум $\text{conde}(\mathbf{A})$ при $d_n = \text{const}$.

Для определения числа обусловленности $\text{conde}(\mathbf{A})$ используется формула [6]:

$$\text{conde}(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\| \|\mathbf{A}^{-1}\|, \quad (11)$$

где $\|\mathbf{A}\|$ – евклидова норма матрицы \mathbf{A} ,

$$\|\mathbf{A}\| = \sqrt{\sum_i \sum_k A_{ik}^2}, \quad i, k \in 0, N - 1. \quad (12)$$

Результаты вычислений по формулам (11), (12) приведены на графиках рис. 1 – 3. Графики характе-

ризуют сильную зависимость числа обусловленности матрицы \mathbf{A} как от межэлементных расстояний в РИЗ (рис. 1, 2), так и от удаления РИЗ от исследуемой ФАР при фиксированных межэлементных расстояниях (рис. 3).

Графики рис. 1 показывают, что при фиксированном межэлементном расстоянии в ФАР d_a для каждого из $\beta = z_n L^{-1}$ существует своя резонансная зависимость числа обусловленности \mathbf{A} от отношения $d_n \lambda^{-1}$. При этом, чем ближе РИЗ к ФАР (в пределах френелевой зоны), тем меньше достижимое минимальное число обусловленности матрицы \mathbf{A} . Объясняется это тем фактором, что приближение РИЗ к ФАР приводит к тому, что апертурой РИЗ перехватывается большая часть поля, излученного ФАР [9].

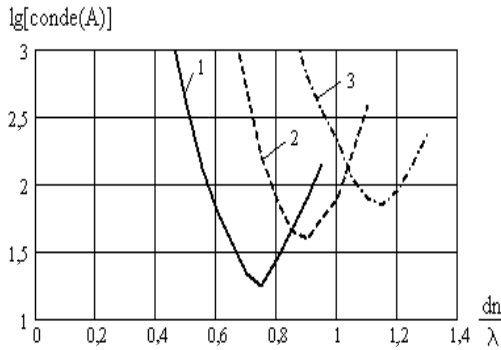


Рис. 1. Зависимость $\lg[\text{conde}(\mathbf{A})]$ от межэлементного расстояния в РИЗ при $d_a = 0,75\lambda$ и удалении РИЗ от ФАР на расстояния (1) — $z_n = 0,5L$; (2) — $z_n = 0,75L$; (3) — $z_n = L$

При фиксированном удалении РИЗ от ФАР, выбранном, например, по соображениям ограничения влияния РИЗ на поле излучения ФАР, зависимость логарифма $\text{conde}(\mathbf{A})$ от $d_n \lambda^{-1}$ имеет резонансный характер (логарифмический масштаб выбран для удобства). Увеличение $\text{conde}(\mathbf{A})$ при уменьшении $d_n \lambda^{-1}$ относительно оптимального значения обусловлено уменьшением длины РИЗ по сравнению с длиной ФАР $L = Nd_a$ и уменьшением, тем самым, области измерений. Увеличение логарифма $\text{conde}(\mathbf{A})$ при увеличении $d_n \lambda^{-1}$ относительно опти-

мального значения, обусловлено увеличением погрешности измерений за счет превышения желаемой степени дискретизации при измерении излученного ФАР поля.

Графики рис. 2 показывают те же зависимости, но для ФАР с $d_a = 0,5\lambda$. Новым здесь является то, что для такой конструкции ФАР минимальное $\text{conde}(\mathbf{A})$ достигается при $z_n = 0,75L$ ($\beta = 0,75$) и $d_n \lambda^{-1} = 0,9$.

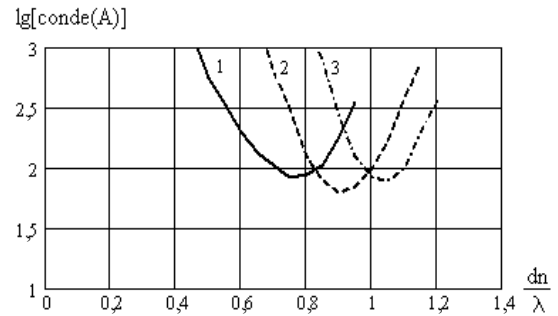


Рис. 2. Зависимость $\lg[\text{conde}(\mathbf{A})]$ от межэлементного расстояния в РИЗ при $d_a = 0,5\lambda$ и удалении РИЗ от ФАР на расстояния (1) — $z_n = 0,5L$; (2) — $z_n = 0,75L$; (3) — $z_n = L$

На графиках рис. 3 показана зависимость логарифма $\text{conde}(\mathbf{A})$ от $\beta = z_n L^{-1}$ при фиксированных d_n и d_a . Графики полезны для ситуации, когда можно пренебречь влиянием РИЗ на поле излучения исследуемой ФАР. Из рис. 3 следует, что в этом случае, при $d_n = d_a = 0,5\lambda$, достижимое $\text{conde}(\mathbf{A})$ приближается к числу 8, равному числу излучателей в ФАР и РИЗ, а оптимальное удаление РИЗ от ФАР близко к $0,1L = 0,1Nd_a$.

Решение задачи минимизации числа обусловленности матрицы \mathbf{A} при условии, что число излучателей РИЗ больше числа излучателей ФАР, не рассматривалось по той причине, что необходимое для определения коэффициентов матрицы ВСИ \mathbf{C} число уравнений N^2 обеспечивается РИЗ с числом излучателей и числом фазирований, равным N .

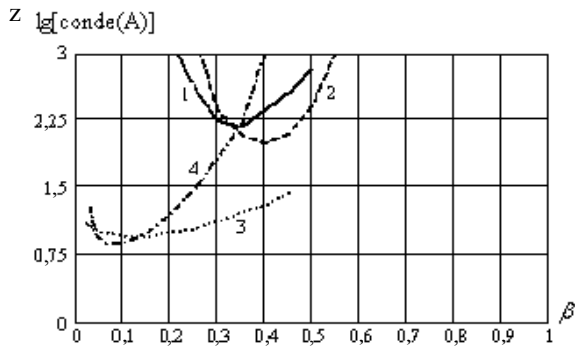


Рис. 3. Зависимость $\lg[\text{conde}(A)]$ от межэлементного расстояния между ФАР и РИЗ при $d_a = 0,75\lambda$ и (1) – $d_n = 0,25\lambda$; (2) – $d_n = 0,5\lambda$; (3) – $d_n = 0,75\lambda$, а также при $d_a = 0,5\lambda$ и (4) – $d_n = 0,5\lambda$

Увеличение числа излучателей в РИЗ (больше N) приведет к переопределению системы уравнений (2) и, как следствие, к смещению и неоднозначности оценок C . Подобное явление описано в [5] при анализе однозондового метода измерения АФР в ФАР.

Выводы

Показана возможность путем изменения геометрии конструкции ИВС «ФАР-РИЗ» стабилизировать процедуру определения матрицы ВСИ методом обращения матрицы коэффициентов передачи между излучателями ФАР и РИЗ. Стабилизация достигается за счет уменьшения числа обусловленности матрицы передачи и, как следствие, уменьшения влияния шума измерений на результат восстановления численных значений матрицы ВСИ в ФАР.

Приведен пример решения задачи минимизации числа обусловленности матрицы коэффициентов передачи для линейных передающей ФАР и РИЗ. Показано, что характер зависимости числа обусловленности матрицы передачи от межэлементных расстояний в РИЗ носит резонансный характер и зависит от удаления РИЗ относительно исследуемой ФАР.

Техническая реализация предложенной методики позволяет улучшить качество диагностики стационарных ФАР системы контроля космического пространства и, тем самым, повысить эффективность решения задач самими ФАР.

Литература

1. Гармаш В.Н., Малакишинов Н.П., Пузанков В.Ф. Численные методы решения некоторых обратных задач восстановления характеристик излучающих систем по измеренным полям в дальней и ближней зонах // Сборник научно-метод. статей по прикладной электродинамике. – М.: Высш. школа, 1983. – Вып. 5. – С. 98 – 130.
2. Воронин Е.Н., Нечаев Е.Е., Шашенков Е.Ф. Реконструктивные антенные измерения. – М.: Наука, 1995. – 352 с.
3. Лиепинь У.Р., Недзельский С.Д. Метод и алгоритм оценки матрицы взаимной связи излучателей в стационарных передающих ФАР // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 12 (40). – С. 128 – 135.
4. Лиепинь У.Р., Недзельский С.Д. Метод и алгоритм адаптации управления передающей ФАР к искажениям АФР неидентичностью СВЧ трактов и ВСИ // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2005. – Вып. 5 (45). – С. 93 – 100.
5. Коммутационный метод измерения характеристик ФАР / Г.Г. Бубнов, С.М. Никулин, Ю.Н. Серяков, С.А. Фурсов. – М.: Радио и связь, 1988. – 120 с.
6. Форсайт Дж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. – М.: Мир, 1969. – 150 с.
7. Шифрин Я.С., Лиепинь У.Р., Головин Г.А. Экспериментальная оценка матрицы взаимных связей излучателей в ФАР. – М.: Успехи современной радиоэлектроники. – 2005. – № 7. – С. 3 – 10.
8. Хармут Х. Теория секвентного анализа. – М.: Мир, 1980. – 574 с.
9. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне / Л.Д. Бахрах, С.Д. Кременецкий, А.П. Курочкин и др. – Л.: Наука, 1985. – 272 с.

Поступила 4.10.2005

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Е.Л. Казаков, Объединенный научно-исследовательский институт ВС, Харьков.