УДК 621.396.984.2

Т.В. ДОРОШЕНКО

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА КОМБИНАЦИОННЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ НА ВЫХОДЕ НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЕМЕНТА ПРИ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Приведена методика определения количества комбинационных составляющих, которые образуются на выходе нелинейного элемента в результате полигармонического воздействия на входе.

нелинейный элемент, полигармоническое воздействие, аппроксимирующий полином, комбинационная составляющая

Введение

Электромагнитная совместимость беспроводных систем определяется электромагнитной обстановкой, существующей в точке приёма радиосигналов, и техническими характеристиками радиоприёмного устройства. Процесс оценки электромагнитной совместимости беспроводных систем является многоступенчатой и сложной задачей, которая имеет различные подходы решения. Предложенная в статье методика является одним из этапов оценки электромагнитной совместимости, который позволяет определить количество комбинационных составляющих на выходе нелинейного элемента приёмника, в случае, полигармонического воздействия.

Изложение основного материала

Определение выходного спектра нелинейного элемента, характеристика которого аппроксимируется степенным полиномом, оказывается трудоёмкой, если выходное воздействие состоит из нескольких гармонических колебаний. Выходной сигнал на выходе нелинейного элемента имеет вид

$$U_{вых} = f(U_{вх}) = \sum_{q=0}^{p} a_q U_{вх}^q , \qquad (1)$$

где p – наивысшая степень полинома, аппроксимирующего характеристику нелинейного элемента.

Входной сигнал имеет вид

$$U_{вх} = \sum_{j=0}^{m} U_j \cos\alpha_j , \qquad (2)$$

где $\alpha_j = \omega_j t + \varphi_j$ – мгновенная фаза колебания; m – число гармонических составляющих воздействия вида (2).

Рассмотрим один из членов ряда (1) $\sum_{q=0}^{p} a_q U_{вх}^q$ и подставим его в (2), в результате получим

$$U_{вх} = a_q \left(\sum_{j=0}^{m} U_j \cos\alpha_j \right)^q . \qquad (3)$$

Разложение (3) представляет собой сумму произведений косинусов различных угловых частот. В каждое произведение входит от одного до *min (m, q)* сомножителей; сумма степеней при сомножителях в каждом произведении равна q [2].

Рассмотрим следующий член разложения $U_j^q \cos^q \alpha_j$. Как известно, $\cos^q \alpha_j$ можно представить в виде суммы косинусов кратных аргументов: $\cos q\alpha_j$, $\cos(q-2)\alpha_j$, $\cos(q-4)\alpha_j$ и т.д., входящих с различными коэффициентами. Колебания $\cos(q-2)\alpha_j$, $\cos(q-4)\alpha_j$ и т.д. имеют место при разложении выражения вида $a_l \left(\sum_{j=0}^{m} U_j \cos\alpha_j \right)^l$, если $l \prec q$ [2]. Следовательно, член вида $U_j^q \cos^q \alpha_j$ содержит одно новое колебание $U_j^q \cos q\alpha_j$.

Рассмотрим теперь член общего вида разложения (3)

$$U_1^{q_1} U_2^{q_2} \dots U_m^{q_m} (\cos^{q_1} \alpha_1)(\cos^{q_2} \alpha_2)\dots(\cos^{q_m} \alpha_m), \quad (4)$$

где $\sum_j q_j = q$, $0 \le q_j \le q$, $(j = 1,2,\dots m)$.

Пусть член разложения (4) содержит k сомножителей вида $U_j^q \cos^q \alpha_j$:

$$U_i^{q_i} U_j^{q_j} \dots U_l^{q_l} (\cos^{q_i} \alpha_i)(\cos^{q_j} \alpha_j)\dots(\cos^{q_l} \alpha_l) \quad (5)$$

Преобразовав выражение (5) при помощи преобразования косинусов кратных аргументов, получим:

$$\begin{aligned} U_i^{q_i} U_j^{q_j} \dots U_l^{q_l} &\left[\cos q_i\alpha_i + \cos(q_i - 2)\alpha i + \dots\right]\times \\ &\times\left[\cos q_j\alpha_j + \cos(q_j - 2)\alpha_j + \dots\right]\times \\ &\times\left[\cos q_l\alpha_l + \cos(q_l - 2)\alpha_l + \dots\right] \end{aligned} \quad (6)$$

Рассуждая также, как и для члена вида $U_j^q \cos^q \alpha_j$, приходим к выводу, что новое колебание содержит в выражении (6) лишь одно произведение косинусов

$$(\cos q_i\alpha_i)(\cos q_j\alpha_j)(\cos q_l\alpha_l),$$

которое имеет максимальные аргументы $q_n\alpha_n$ сомножителей *(n = i, j, ..., l)* так как остальные сочетания сомножителей уже встречались при разложении

$$a_l \left(\sum_{j=0}^{m} U_j \cos\alpha_j \right)^l .$$

Произведение вида

$$(\cos q_i\alpha_i)(\cos q_j\alpha_j)(\cos q_l\alpha_l)$$

содержит колебание вида

$$\cos(\pm q_i\alpha_i \pm q_j\alpha_j \pm q_l\alpha_l)$$

с k слагаемыми, поэтому число колебаний равно 2^{k-1}.

Следовательно, число новых гармоник, содержащееся в члене вида

$$U_i^{q_i} U_j^{q_j} \dots U_l^{q_l} (\cos^{q_i} \alpha_i)(\cos^{q_j} \alpha_j)\dots(\cos^{q_l} \alpha_l),$$

равно 2^{k-1}. Очевидно, что и выражение $U_j^q \cos^q \alpha_j$, где $k=1$ не является исключением, так как $2^0 = 1$.

Теперь определим, сколько членов вида

$$U_1^{q_1} U_2^{q_2} \dots U_l^{q_l} (\cos^{q_1} \alpha_1)(\cos^{q_2} \alpha_2)\dots(\cos^{q_l} \alpha_l),$$

содержащих k сомножителей, имеется в разложении (3). Для этого используем один из результатов [4] , в котором определено число сочетаний с повторениями из элементов m типов. Число таких сочетаний, как следует из [4], равно числу неподобных членов разложения

$$(X_1 + X_2 + \dots + X_m)^n .$$

Здесь же определяется число членов этого разложения, содержащих k элементов, которое равно $C_m^k C_{n-1}^{k-1}$.

Очевидно, по этой же формуле можно определить число членов разложения (3) вида

$$U_1^{q_1} U_2^{q_2} \dots U_l^{q_l} (\cos^{q_1} \alpha_1)(\cos^{q_2} \alpha_2)\dots(\cos^{q_l} \alpha_l),$$

если положить $n=q$.

Число таких членов будет $C_m^k C_{q-1}^{k-1}$. Но поскольку рассмотрен только член вида $a_q U_{вх}^q$ характеристики (1) нелинейного элемента, то для определения общего числа членов вида

$$U_1^{q_1} U_2^{q_2} \dots U_l^{q_l} (\cos^{q_1} \alpha_1)(\cos^{q_2} \alpha_2)\dots(\cos^{q_l} \alpha_l),$$

содержащихся в (1), следует просуммировать выражение $C_m^k C_{q-1}^{k-1}$ по q от 1 до p. В [5] имеется результат такого суммирования:

$$\sum_{q=1}^{p} C_m^k C_{q-1}^{k-1} = C_m^k C_p^k, \quad k \prec p .$$

Следовательно, каждый член вида

$$U_1^{q_1} U_2^{q_2} \dots U_l^{q_l} (\cos^{q_1} \alpha_1)(\cos^{q_2} \alpha_2)\dots(\cos^{q_l} \alpha_l)$$

в (1), после подстановки в него выражения (2) , содержит 2^{k-1} новых колебаний.

Число таких членов равно $C_m^k C_p^k$. Но k может принимать различные значения от 1 до *min(m,p),* так как максимальное число сомножителей в члене вида

$$U_i^{q_i} U_j^{q_j} \ldots U_l^{q_l} (\cos^{q_i} \alpha_i)(\cos^{q_j} \alpha_j)\ldots(\cos^{q_l} \alpha_l)$$

не может превышать ни m, ни p .

Следовательно, при воздействии на нелинейный элемент, аппроксимируемый степенным полиномом степени p, суммы m синусоидальных колебаний на выходе элемента образуется N комбинационных частот:

$$N = 1 + \sum_{k=1}^{\min(m,p)} 2^{k-1} C_m^k C_p^k ,$$

единица учитывает постоянную составляющую.

Рассмотрим ситуацию, когда на вход нелинейного элемента, характеристика которого аппроксимируется полиномом (1) со степенью полинома p, поступает гармоническое воздействие вида (2) с числом гармоник m. Интерес представляет исследование влияния степени аппроксимирующего полинома на количество выходных комбинационных составляющих, в зависимости от количества входных гармонических воздействий. На рис. 1 представлен график зависимости количества выходных комбинационных составляющих N на выходе нелинейного элемента приёмника от степени аппроксимирующего полинома p.

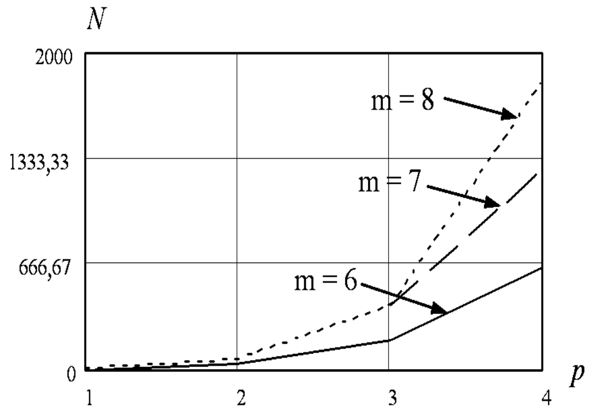

Рис. 1. График зависимости количества выходных комбинационных составляющих от степени полинома аппроксимирующего нелинейный элемент

Если характеристика нелинейного элемента аппроксимируется полиномом четвёртой степени, а число гармоник входного воздействия будет равно шести, то количество комбинационных составляющих на выходе – 645. Из графика следует, что с увеличением количества входных сигналов, происходит резкое увеличение количества комбинационных составляющих на выходе нелинейного элемента. Так, при увеличении количества гармонических составляющих входного воздействия до 10, количество комбинационных составляющих на выходе повысится до 4181.

Заключение

Таким образом, данная методика позволяет определить количество комбинационных составляющих на выходе нелинейного элемента и, в зависимости от необходимого уровня точности получения результатов исследования, – степень аппроксимирующего полинома нелинейного элемента, что является важным при оценке электромагнитной совместимости беспроводных систем.

Литература

1. Котельников В.А. О воздействии на нелинейное сопротивление суммы синусоидальных напряжении // Сб. трудов ЛЭИС. – М.: ЛЭИС, 1952. – Вып. 14. – С. 15-38.

2. Котельников В.А. Николаев А.М. Основы радиотехники. Ч.2. – М.: Связьиздат, 1954. – 388 с.

3. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969. – 328 с.

4. Левин Б.Р. Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1966. – 656 с.

5. Петровский В.И. Сидельников Ю.Е. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств. – М.: Радио и связь, 1986. – 236 с.

Поступила в редакцию 17.08.2006

Рецензент: канд. техн. наук, доцент Ю.Ю. Коляденко, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.