УДК 629.5.01

С.К. ЧЕРНОВ

ДП НВКГ «Зоря» - «Машпроект», Україна

ДЕТЕРМІНОВАНА ЗАДАЧА ДИВЕРСИФІКАЦІЇ ПІДПРИЄМСТВА

Складний клас задач диверсифікації підприємства в детермінованій поставці може інтерпретуватися як оптимізаційна задача про призначення. Отримано загальну математичну модель, яка зведена до задачі цілочисельного (булева) програмування. Виконано розрахунок модельної задачі про оптимізаційний розподіл інвестиційних проектів в умові диверсифікації умовного підприємства угорським методом.

диверсифікація підприємства, детермінована задача, задача цілочислового (булевого) програмування, угорський метод

Вступ

Постановка проблеми. Управління розвитком підприємства, яке функціонує в єдиній для нього галузі доцільно доти, доки існує можливість збільшення прибутків. Зменшення об'ємів прибутків ставить задачу про посилення конкурентних заходів або перехід до так званої диверсифікації. Такі задачі виникають перед підприємствами, які швидко розвиваються, але функціонують в галузях, які розвиваються повільно.

В таких ситуаціях може бути прийнято рішення про вилучення фінансових ресурсів з освоєного бізнесу та фінансування певних диверсифікаційних заходів.

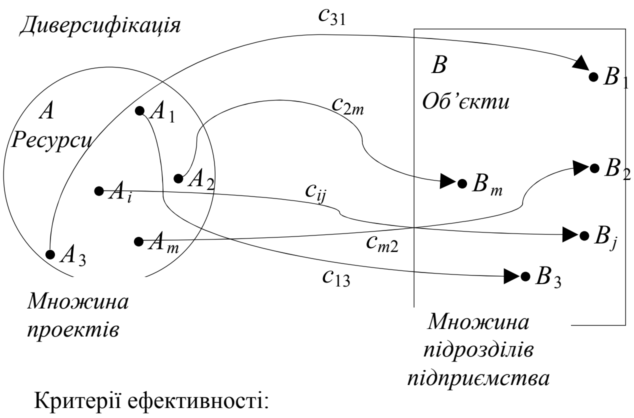
Мета роботи. Прийняття важливого рішення про диверсифікацію потребує визначення об'ємів фінансування, а обмеженість власних фінансових можливостей потребує інвестування. Суттєве значення для прийняття остаточного рішення про диверсифікацію має первісна експертиза запланованих диверсифікаційних заходів.

В загальній схемі прийняття рішення виконується оцінка довгострокової дохідності в тих галузях або видах бізнесу, в які планується диверсифікація; аналіз стійкості високої дохідності по інвестиціях; технологічна сумісність функціонуючого та нового бізнесу; оптимізаційний розрахунок детермінованого становища у фінансуванні і т.ін.

Виклад основного матеріалу

З математичної точки зору моделювання задачі диверсифікації ґрунтується на використанні оптимізаційних алгоритмів по розподілу ресурсів. Сучасні дослідження по оптимізаційному розподілу ресурсів або так звані задачі про призначення [1 – 4] можуть бути основою для обирання стратегії диверсифікаційних заходів підприємства [5].

Сутність задачі про призначення заключається в виборі такого розподілу ресурсів A по об'єктах B, при якому мінімізується (максимізується) критерій ефективності (цільова функція) призначень (рис. 1).



Критерії ефективності:
– мінімізація часу;
– максимізація продуктивності;
– мінімізація витрат
–. . .

Рис. 1. Сутність задачі про призначення

Припускається, що кожний ресурс призначається рівно один раз і кожному об'єкту призначається рівно один ресурс.

Нехай x_{ij} – булева змінна, яка дорівнює одиниці, якщо i-й ресурс призначено на j-й об'єкт, та нулю – якщо i-й ресурс не призначено на j-й об'єкт.

Розв'язок задачі представляється у вигляді матриці призначень розміром $(m \times m)$:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix} = \left\{ x_{ij} \right\}.$$

Відома матриця вартостей розміром $(m \times m)$ по призначенням ресурсів на об'єкти

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix} = \left\{ c_{ij} \right\},$$

де $C = \left\{ c_{ij} \right\}$ – витрати, пов'язані з призначення i-го ресурсу на j-й об'єкт, ($i = 1, 2, \ldots m$, $j = 1, 2, \ldots n$).

Припустимий розв'язок або призначення отримуємо в результаті обирання рівно одного елементу в кожному рядочку матриці $X = \left\{ x_{ij} \right\}$ і рівно одного елемента в кожному стовпчику цієї матриці. Обраним елементам відповідають значення $x_{ij} = 1$, а всім іншим – $x_{ij} = 0$.

Наприклад, $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ – таке призначення відповідає наступному рішенню

$$A_4 \leftrightarrow B_1; A_1 \leftrightarrow B_2, \; A_2 \leftrightarrow B_3, \; A_3 \leftrightarrow B_4.$$

Якщо матриця вартостей має вигляд

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 8 \\ 7 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

то загальні витрати на таке призначення дорівнюють

$$W_I(X_0) = 7 + 3 + 1 + 8 = 19 \text{ г.о.}$$

Враховуючи пошук оптимального призначення, наприклад по мінімізації витрат, загальна математична модель задачі про призначення може бути представлена у вигляді:

– цільова функція

$$W_I = c_{11}x_{11} + \ldots + c_{mn}x_{mn} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min;$$

– система обмежень $\left(x_{ij} = 0 \vee 1 \right)$:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{11} + \ldots + x_{1n} = 1; \\ \vdots \quad \vdots \quad \ldots \quad \vdots \\ x_{m1} + x_{m2} + \ldots + x_{mn} = 1; \\ x_{11} + x_{21} + \ldots + x_{2n} = 1; \\ \vdots \quad \vdots \quad \ldots \quad \vdots \\ x_{1n} + x_{2n} + \ldots + x_{mn} = 1, \end{cases}$$

або:

$$W_I = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min:$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \ldots n; \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \ldots n, \end{cases}$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1.$$

Алгоритм розв'язування задачі про призначення. З аналітичного вигляду математичної моделі задачі про призначення видно, що вона є частинним випадком так званої двоіндексної задачі лінійного програмування – транспортної задачі. Відомі алгоритми розв'язування транспортної задачі, такі як метод потенціалів, можуть бути використані для знаходження розв'язку. Але специфічність задачі про призначення стимулювала пошук інших методів розв'язку.

Однією з таких методик є так званий угорський метод. Сутність цього метода полягає в послідовному поліпшенні первісного плану по призначенням доти, поки не буде знайдено оптимальний розподіл ресурсів. Угорська методика є швидкозбіжною, що забезпечує мінімізацію кроків ітераційного процесу. Простота та алгоритмічність методики дозволяє автоматизувати розрахунки на базі найпоширенішого пакету Microsoft Office – в середовищі електронних таблиць Excel.

Угорська методика розв'язування задач про призначення умовно відокремлюється на декілька послідовних кроків:

– *перетворення* рядків та стовпчиків матриці вартостей $C=\left\{c_{ij}\right\}$;

– *визначення* призначення;

– *модифікація* перетвореної матриці.

Перетворення – з усіх елементів кожного рядочка віднімають мінімальний елемент відповідного рядка, а з усіх елементів кожного стовпчика віднімають мінімальний елемент відповідного стовпчика.

Визначення призначення — у тому разі, якщо після перетворення існує можливість обирання по одному нульовому елементу в кожному рядку та стовпчику, оптимальний розв'язок знайдено.

Модифікація матриці необхідна тоді, коли призначення не отримано. В такому разі проводять мінімальну кількість прямих ліній через певні рядочки та стовпчики так, щоб закреслити всі нулі. Обирають найменший елемент серед не викреслених елементів. Цей елемент віднімають від кожного не викресленого елемента та додають до кожного елемента, який стоїть на перетині проведених прямих ліній.

Якщо після модифікації матриці призначення не знайдено, то виконують повторну модифікацію проведенням системи прямих ліній доти, поки не буде отримано призначення.

Знайдене таким чином призначення буде оптимальним.

Модельний приклад. Підприємству B, яке складається з відокремлених семи підрозділів $B_j, j=1\ldots 7$, для виконання диверсифікаційних заходів необхідно реалізувати відому множину інвестиційних проектів A, яка складається з семи окремих підпроектів A_i, $i=1\ldots 7$. Відомі об'єми інвестицій як по кожному з під проектів A_i, так і по кожному з підрозділів B_j. Об'єми задано у вигляді матриці

$$C=\left\{c_{ij}\right\},\ i=1\ldots 7,\ j=1\ldots 7 .$$

$$C=\begin{pmatrix} 6 & 9 & 9 & 9 & 3 & 8 & 3 \\ 8 & 6 & 4 & 6 & 1 & 3 & 9 \\ 2 & 8 & 2 & 1 & 5 & 9 & 3 \\ 2 & 6 & 6 & 3 & 3 & 9 & 6 \\ 3 & 4 & 4 & 5 & 1 & 8 & 4 \\ 1 & 9 & 6 & 7 & 3 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 9 & 3 & 9 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Необхідно знайти такий розподіл інвестиційних проектів, який забезпечив би підприємству проведення диверсифікаційних заходів при мінімальних інвестиційних витратах.

Розв'язання. Маємо задачу про призначення. Для розв'язування задачі використовуємо угорську методику. Мінімальні елементи по рядочках матриці $C=\left\{c_{ij}\right\}, i=1\ldots 7, j=1\ldots 7$ є $3,1,1,2,1,1,3$. Віднімаємо їх від відповідних елементів матриці $C=\left\{c_{ij}\right\}$, отримаємо

$$C'=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 6 & 6 & 0 & 5 & 0 \\ 7 & 5 & 3 & 5 & 0 & 2 & 8 \\ 1 & 7 & 1 & 0 & 4 & 8 & 2 \\ 0 & 4 & 4 & 1 & 1 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 4 & 0 & 7 & 3 \\ 0 & 8 & 5 & 6 & 2 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 6 & 0 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Оскільки у другому, третьому та шостому стовпчиках немає нулів, то обираємо найменші за значенням елементи в цих стовпчиках і віднімаємо їх від відповідних елементів, отримаємо

$$C''=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 4 & 0 \\ 7 & 3 & 2 & 5 & 0 & 1 & 8 \\ 1 & 5 & 0 & 0 & 4 & 7 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 1 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 4 & 0 & 6 & 3 \\ 0 & 6 & 4 & 6 & 2 & 0 & 2 \\ 6 & 0 & 5 & 0 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

В модифікованій матриці C'' неможливо обрати по одному нулю в кожному рядочку і стовпчику, тому призначення не отримано. Викреслюємо третій, четвертий, шостий та сьомий рядок; п'ятий та сьомий стовпчик:

$$C'' = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 0 & 4 & 0 \\ 7 & 3 & 2 & 5 & 0 & 1 & 8 \\ 1 & 5 & 0 & 0 & 4 & 7 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 1 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 4 & 0 & 6 & 3 \\ 0 & 6 & 4 & 6 & 2 & 0 & 2 \\ 6 & 0 & 5 & 0 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Мінімальне значення елемента серед не викреслених дорівнює 1. Віднімаємо його значення від не викреслених елементів і додаємо до значень елементів, які є на перетині прямих ліній, отримаємо

$$C''' = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 3 & 0 \\ 6 & 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 8 \\ 1 & 5 & 0 & 0 & 5 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 2 & 6 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 6 & 4 & 6 & 3 & 0 & 2 \\ 6 & 0 & 5 & 0 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Призначення можливо отримати, відповідні обрані нулі обведені колами.

Оптимальний розв'язок задачі має вигляд:

$$X_{opt}^{\min} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найменші сумарні витрати по диверсифікації підприємства будуть складати

$$W_{opt}^{\min} = 3+1+2+2+4+2+3 = 17 .$$

Перший інвестиційний підпроект A_1 необхідно використовувати на диверсифікаційні заходи сьомого підрозділу B_7 підприємства B. Другий A_2 – на B_5. Третій A_3 – на B_3. Четвертий A_4 – на B_1. П'ятий A_5 – на B_2. Шостий A_6 – на B_4.

Висновки

1. Діючі економічні закони уповільнюють рівень дохідності підприємства. Проблема особливо гостра для підприємств, функціонуючих в межах однієї галузі, яка уповільнено розвивається. Зменшення об'ємів прибутків ставить задачу про посилення конкурентних заходів або перехід до так званої диверсифікації.

2. Однією з складових розв'язку складної задачі диверсифікації є детермінований оптимізаційний розрахунок розподілу інвестиційних коштів. Задача знаходження оптимального інвестиційного портфеля в умовах детермінізму може бути зведена до задачі про призначення.

3. Загальна математична модель задачі про призначення зводиться до задачі цілочислового програмування з булевими змінними.

4. Одним з методів розв`язування такого специфічного класу задач оптимізації є Угорська методика. Модельний розрахунок диверсифікаційної задачі підтверджує простоту та алгоритмічність Угорської методики.

5. Розглянутий підхід до розв`язування детермінованої задачі диверсифікації підприємства може бути узагальнений на випадок неоднорідних ресурсів, багатокрокового розподілу ресурсів, обирання інвестиційних проектів в умовах обмеженості інвестиційного фінансування і т. ін.

Література

1. Ашманов С.А. Линейное программирование. – М.: Наука, 1981. – 344 с.

2. Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

3. Бугір М.К. Математика для економістів: Лінійна алгебра, лінійні моделі. – К.: Видавничий центр "Академія", 1998. – 492 с.

4. Карманов В.Г. Математическое программирование. – М.: Наука, 1975. – 326 с.

5. Чернов С.К., Титова И.С. Задача оптимизации механизма смешанного финансирования // БИЗНЕС-МОСТ. Промышленность и технологии. – 2006. – № 1-2 (44-45). – С. 20.

Надійшла до редакції 22.08.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Я. Казарезов, Національний університет кораблебудування, Миколаїв.