УДК 681.142.36

Н.Г. КОРОБКОВ[1], Е.Н. КОРОБКОВА[2]

[1]Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина
[2]Белгородский государственный технический университет им. В.Г. Шухова, Россия

ПОВЫШЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ МИНИМИЗАЦИИ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Проведен анализ способа контроля достоверности результата минимизации, основанный на сжатии области определения функций по различным переменным и представлении их в точках сжатой области в форме упорядоченной дизъюнктивной матрицы с соседним размещением элементов и последующей многоверсионной минимизацией.

логические функции, область определения, минимизация, контроль

Введение

Постановка проблемы. Ошибки, допущенные при синтезе цифровых устройств вообще и минимизации в частности вызывают дополнительные затраты при их последующем обнаружении и исправлении. При этом следует заметить, что при моделировании, отладке и верификации обнаруживаются только те ошибки, которые искажают заданный алгоритм функционирования. Ошибки же в минимизации, не искажающие алгоритм, а только усложняющие схемную реализацию цифрового устройства, не обнаруживаются. В последние годы вопросы минимизации логических функций вновь стали актуальными. Это обусловлено все более широким спектром выпускаемых специализированных интегральных схем (ИС), а также внедрением в практику проектирования программируемых логический интегральных схем (ПЛИС). При разработке специализированных ИС каждый лишний вентиль и каждый лишний его вход требуют дополнительной площади кристалла, что ведет к усложнению ИС и как следствие, к увеличению её стоимости.

В программируемых структурах число вентилей в конкретной ПЛИС фиксировано и можно подумать, что проблемы лишних вентилей нет. И это действительно так, но только до тех пор, пока не вышли за пределы её возможностей и должны перейти на схемы большего объема, что опять таки ведет к увеличению стоимости. Возникает проблема контроля достоверности получаемых при минимизации результатов, решение которой позволит избежать дополнительных затрат[1].

Анализ исследований и публикаций, выделение нерешенной части проблемы. Анализ публикаций, посвященных минимизации логических функций, показал, число работ в этой области настолько велико, что уже простое перечисление их представляет собой далеко не тривиальную задачу [2]. Однако, несмотря на такое число работ, в подавляющем их большинстве вопросу анализа достоверности получаемого при минимизации результата должного внимания не уделялось, в то время как этот вопрос является первостепенным не только при ручных способах, но и при программных.

При ручных способах ошибки неизбежны принципиально, причем на самых различных этапах процедуры минимизации, а при программных возможны ошибки, как в самой программе, а так же при её выполнении.

Традиционные способы контроля достоверности полученного результата основаны на выполнении повторной минимизации той же самой функции с последующим сравнением полученных результатов.

Однако в этом случае совпадение результатов не может являться полной гарантией их достоверности, поскольку при ручных способах, анализируя повторно одну и ту же информацию, человеку свойственно допускать одну и ту же ошибку («зацикливаться»), а при программных – систематическая ошибка в программе при любом числе версий процедуры минимизации будет приводить к одному и тому же неверному результату, поскольку минимизация проводится в одной и той же среде одной и той же программой.

В работах [3, 4] рассмотрены способы, основанные на сжатии области определения заданной логической функции с последующей ее минимизацией в сжатой области. Поскольку сжатие области определения можно выполнить по различным переменным, как по их числу, а также сочетанию [5, 6], то предоставляется возможность проведения процедуры минимизации в различных областях (средах) с различными исходными для минимизации данными.

Вероятность допустить ошибки в каждой из совершенно отличных сред минимизации, оперирующих с отличными по форме данными, приводящие к одному и тому же неверному результату, практически равна нулю. Поэтому, если при повторной минимизации результат совпадает с предыдущим, то это с очень большой степенью вероятности подтверждает его достоверность.

В работах [3, 4] решена только часть проблемы в сжатой области, ориентированная на минимизацию функций от четырех – шести переменных в области определения, сжатой по одной – двум из них. Кроме того, в этих работах не делался акцент на анализе достоверности результата минимизации.

Цель работы и постановка задачи исследования. Цель работы – продолжить исследования, начатые в [3, 4]: разработать новый способ представления функции в точках сжатой области, позволяющий упростить процедуру нахождения простых импликант не только при сжатии по одной-двум переменным, но и по большему их числу; провести анализ различных вариантов сжатия как по числу, а также сочетанию переменных, с последующей минимизацией заданной функции и контролем достоверности полученных результатов для каждого из вариантов.

Метод решения

При решении поставленной задачи мы будем ориентироваться на ручной способ минимизации, основанный на представлении функций в сжатых картах с соседним кодированием [3]. На современном этапе при сплошной компьютеризации вопросы разработки и исследования новых ручных способов не потеряли своей актуальности, поскольку любой из этих способов может явиться отправной точкой для разработки программных, основанных на описании ручных алгоритмов представления функций и минимизации в терминах структур данных и функций на языках программирования высокого уровня. Кроме того, ручные способы в настоящее время могут иметь и самостоятельное значение, например при синтезе цифровых устройств, выполненных на ИС средней, малой и сверхмалой степени интеграции [1]. В предстоящие годы, возможно, основным местом, где по-прежнему будут применять ИС этой степени интеграции, а следовательно, и ручные способы минимизации, могут быть учебные и научно-исследовательские лаборатории, устройства промышленной автоматики, устройства сопряжения компонентов большой степени интеграции при решении частных технических задач, при корректировке ошибок в компонентах большой степени интеграции или их интерфейсах.

Как было показано в [5], число всех вариантов сжатия функции от n переменных по k любым из них (следовательно, и число вариантов её минимизации в различных средах) можно представить следующим образом:

$$N = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{n!}{(n-k)!\,k!} \,.$$

Это число довольно велико даже при относительно небольшом n.

При практическом использовании предложенного в работе способа повышения достоверности результата минимизации достаточно любых двух вариантов, различающихся по числу переменных, по которым выполняется сжатие, или их сочетанию, или как по числу, а также сочетанию переменных. Двух вариантов вполне достаточно не только при сравнении полученных в каждом из них конечных результатов, но и на этапе выделения правильных конфигураций, обеспечивая контроль корректности проведенного выделения. Это возможно благодаря тому, что при нахождении простых импликант в области определения функции, сжатой по некоторым переменным множества X, каждая из этих импликант соответствует вполне определенному массиву единичных точек исходной области определения. Следовательно, независимо от того, по каким переменным выполнено сжатие, конечный результат для каждого из таких массивов должен быть одним и тем же. Исходя из этого, предоставляется возможность контроля корректности выделения правильных конфигураций еще до получения самих импликант. Для этого необходимо выполнить два варианта сжатия с последующим выделением правильных конфигураций в каждом из них: один из вариантов – сжатие по произвольно выбранным переменным подмножества $X_1 \in X$, второй – по переменным подмножества $X_2 = X \setminus X_1$.

Если при проведении процедуры выделения правильных конфигураций отмечать номера точек, образующих ту или другую конфигурацию, и однотипные минтермы (или логические суммы соседних минтермов), образующие массив данной конфигурации, то в первом варианте будут фигурировать номера точек сжатой области, определяемые переменными подмножества X_2. Индексы минтермов будут определятся значениями переменных подмножества X_1. Во втором варианте наоборот: номера точек – переменными подмножества X_1, а индексы минтермов – переменными подмножества X_2. Отсюда следует, что если как в первом, так и во втором вариантах сжатия правильная конфигурация, соответствующая одному и тому же массиву единиц исходной области определения, выделена корректно, то номера точек в сжатой области в первом варианте совпадут с индексами минтермов второго варианта сжатия, а номера точек в области определения второго варианта сжатия совпадут с индексами минтермов первого варианта.

Если для какой-то пары такого совпадения не будет, то в одном или обоих представлениях этой пары допущена ошибка.

Для того, чтобы провести не только анализ достоверности результата минимизации, но и самого алгоритма ручной минимизации функций в сжатых картах, и показать его эффективность по сравнению с известными способами, рассмотрим два варианта (удовлетворяющих отмеченным условиям разбиения переменных на два подмножества) сжатия области определения некоторой функции от семи переменных с последующим её представлением и минимизации в сжатых картах.

Минимизация функций от пяти и более переменных известными ручными способами, основанными на представлении функции в традиционных картах Карно, вызывает определенные трудности. Имеющиеся в литературных источниках сведения по ручным способам минимизации подобных функций [7] сопровождаются общими рассуждениями о принципиальной возможности такой минимизации, но приводимые примеры, как правило, касаются простейших функций, имеющих регулярный характер, или слабо определенных функций, когда число единичных наборов значительно меньше половины максимально возможного их числа, что, конечно же, упрощает процедуру нахождения простых импликант, не отражая проблемы минимизации этих функций в целом.

С целью обеспечения чистоты эксперимента мы проведем анализ алгоритма минимизации полностью определенной функции от семи переменных с числом единичных наборов, равным 63. Более того, номера единичных наборов определялись датчиком случайных чисел (программно) в диапазоне от 0 до 127, сформировавшим следующий список:

$F(X)$:{0,1,5,6,7,9,12,14,16,18,22,23,27,28,30,31,32, 33,35,36,37,39,41,42,43,45,46,47,49,51,53,54,55,56,57, 60,61,65,66,68,70,73,75,76,78,82,85,89,90,92,97,98,99, 101,102,105,107,109,112,113,115, 120, 121}.

Из множества пар вариантов сжатия, удовлетворяющих отмеченным условиям разбиения, выберем наиболее простую пару: сжатия по трем младшим переменным $(k = 3)$, и сжатия по четырем старшим переменным $(k = 4)$. Проведем анализ предложенных вариантов.

Первый вариант – сжатие по переменным $x_2x_1x_0$. В этом случае наиболее простой является версия алгоритма сжатия [5], основанная на делении каждого номера единичных наборов на 2^k, т.е. в нашем случае на восемь, в результате получаем частные в диапазоне чисел от 0 до 15 и остатки в диапазоне от 0 до 7. Частные дают номера точек сжатой области, определяемые переменными $x_6x_5x_4x_3$, а остатки – индексы минтермов (образуемых литералами переменных подмножества $x_2x_1x_0$ – $m_0 = \bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0$, $...m_7 = x_2x_1x_0$), логическая сумма которых определяет значения функций в точках сжатой области:

$$\langle 0\rangle - m_0 \vee m_1 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7;\ \langle 1\rangle - m_1 \vee m_4 \vee m_6;$$

$$\langle 2\rangle - m_0 \vee m_2 \vee m_6 \vee m_7;\ \langle 3\rangle - m_3 \vee m_4 \vee m_6 \vee m_7;$$

$$\langle 4\rangle - m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7;$$

$$\langle 5\rangle - m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7;$$

$$\langle 6\rangle - m_1 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7;$$

$$\langle 7\rangle - m_0 \vee m_1 \vee m_4 \vee m_5;\ \langle 8\rangle - m_1 \vee m_2 \vee m_4 \vee m_6;$$

$$\langle 9\rangle - m_1 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_6;\ \langle 10\rangle - m_2 \vee m_5;$$

$$\langle 11\rangle - m_1 \vee m_2 \vee m_4;\ \langle 12\rangle - m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6;$$

$$\langle 13\rangle - m_1 \vee m_3 \vee m_5;\ \langle 14\rangle - m_0 \vee m_1 \vee m_3;$$

$$\langle 15\rangle - m_0 \vee m_1.$$

Полученные значения функций представляем в соответствующих клетках шестнадцати элементной карты с соседним кодированием по переменным $x_6x_5x_4x_3$, представленной на рис. 1.

Минтермы в каждой клетке карты размещаем в форме восьмиэлементной дизъюнктивной матрицы с соседним кодированием координат её элементов. Каждый элемент матрицы является местоположением минтерма с тем же индексом. Отсутствующие в представлении той или другой функции минтермы в элементах матрицы отмечаются прочерком. Предложенное размещение минтермов позволяет упростить процедуру нахождения простых импликант.

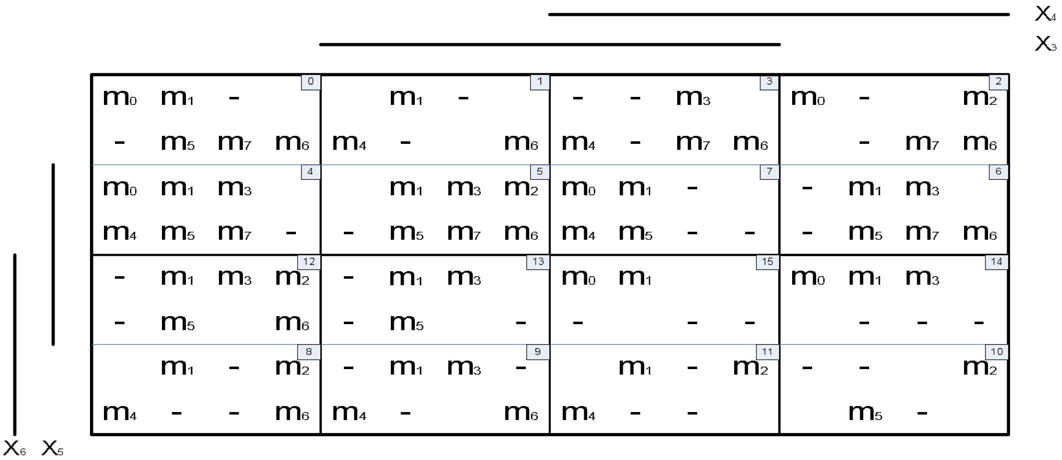

Рис. 1. Область определения функции, сжатая по трем младшим переменным

Как было отмечено в [3, 4], задача минимизации логических функций в сжатых картах сводится к покрытию множества минтермов минимально возможным числом правильных конфигураций максимально возможной площади, образованных отдельными минтермами или логическими суммами взаимно соседних минтермов, которым соответствуют простые импликанты минимально ранга.

Результат выделения конфигураций записываем в виде номеров клеток, образующих эти конфигурации, и соответствующих им простых импликант.

При этом следует подчеркнуть, что при большом числе переменных процедуру выделения правильных конфигураций необходимо начинать с тех минтермов или логических сумм соседних минтермов, включение которых в конфигурацию максимально возможной площади единственно. Кроме того, во избежание ошибок в виде непокрытия некоторых минтермов или повторного выделения одних и тех же правильных конфигураций, рекомендуется при ручном способе минимизации по мере покрытия минтермов вычеркивать их, а при программных – каким то образом отмечать. В соответствии с правилом идемпотентности вычеркнутый (отмеченный) минтерм может быть использован при образовании других конфигураций неоднократно.

Представленная ниже последовательность номеров клеток, образующих правильные конфигурации, и соответствующие им простые импликанты были найдены в соответствии с этими указаниями.

$$\langle 1,0,4,5,8,9,12,13\rangle - \bar{x}_4 m_1 = \bar{x}_4\bar{x}_2\bar{x}_1 x_0;$$

$$\langle 3\rangle - (m_3 \vee m_7)\bar{x}_6\bar{x}_5 x_4 x_3 = \bar{x}_6\bar{x}_5 x_4 x_3 x_1 x_0;$$

$$\langle 4\rangle - (m_4 \vee m_0 \vee m_1 \vee m_5)\bar{x}_6 x_5\bar{x}_4\bar{x}_3 = \bar{x}_6 x_5\bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_1;$$

$$\langle 11,9,13,15\rangle - m_1 x_6 x_3 = x_6 x_3\bar{x}_2\bar{x}_1 x_0;$$

$$\langle 11,10\rangle - m_2 x_6\bar{x}_5 x_4 = x_6\bar{x}_5 x_4\bar{x}_2 x_1\bar{x}_0;$$

$$\langle 14,15\rangle - (m_0 \vee m_1)x_6 x_5 x_4 = x_6 x_5 x_4\bar{x}_2\bar{x}_1;$$

$$\langle 6,2\rangle - (m_6 \vee m_7)\bar{x}_6 x_4\bar{x}_3 = \bar{x}_6 x_4\bar{x}_3 x_2 x_1;$$

$$\langle 14,6,4,12\rangle - (m_3 \vee m_1)x_5\bar{x}_3 = x_5\bar{x}_3\bar{x}_2 x_0;$$

$$\langle 9,13\rangle - (m_3 \vee m_1)x_6\bar{x}_4 x_3 = x_6\bar{x}_4 x_3\bar{x}_2 x_0;$$

$$\langle 13,12,4,5\rangle - (m_5 \vee m_1)x_5\bar{x}_4 = x_5\bar{x}_4\bar{x}_1 x_0;$$

$$\langle 8,9\rangle - (m_4 \vee m_6)x_6\bar{x}_5\bar{x}_4 = x_6\bar{x}_5\bar{x}_4 x_2\bar{x}_0;$$

$$\langle 5\rangle - (m_2 \vee m_3 \vee m_6 \vee m_7)\bar{x}_6 x_5\bar{x}_4 x_3 = \bar{x}_6 x_5\bar{x}_4 x_3 x_1;$$

$$\langle 0,1,2,3\rangle - m_6\bar{x}_6\bar{x}_5 = \bar{x}_6\bar{x}_5 x_2 x_1\bar{x}_0;$$

$$\langle 0,4\rangle - (m_5 \vee m_7)\bar{x}_6\bar{x}_4\bar{x}_3 = \bar{x}_6\bar{x}_4\bar{x}_3 x_2 x_0;$$

$$\langle 0,4\rangle - (m_0 \vee m_1)\bar{x}_6\bar{x}_4\bar{x}_3 = \bar{x}_6\bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1;$$

$$\langle 2\rangle - (m_0 \vee m_2)\bar{x}_6\bar{x}_5 x_4\bar{x}_3 = \bar{x}_6\bar{x}_5 x_4\bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_0;$$

$$\langle 10\rangle - m_5 x_6\bar{x}_5 x_4\bar{x}_3 = x_6\bar{x}_5 x_4\bar{x}_3 x_2\bar{x}_1 x_0;$$

$$\langle 11,9,1,3\rangle - m_4\bar{x}_5 x_3 = \bar{x}_5 x_3 x_2\bar{x}_1\bar{x}_0;$$

$$\langle 7\rangle - (m_0 \vee m_1 \vee m_4 \vee m_5)\bar{x}_6 x_5 x_4 x_3 = \bar{x}_6 x_5 x_4 x_3\bar{x}_1;$$

$$\langle 8,12\rangle - (m_2 \vee m_6)x_6\bar{x}_4\bar{x}_3 = x_6\bar{x}_4\bar{x}_3 x_1\bar{x}_0.$$

Минтерм m_5, представленный в клетке $\langle 6\rangle$, можно покрыть двумя равноценными способами, каждому из которых соответствует импликанта одинакового ранга: первый – логическую сумму $m_5 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7$ можно включить в правильную конфигурацию, образованную клетками $\langle 6,4\rangle$, которой соответствует простая импликанта $(m_5 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7)\bar{x}_6 x_5\bar{x}_3 = \bar{x}_6 x_5\bar{x}_3 x_0$; второй – логическую сумму соседних минтермов $m_5 \vee m_1$ можно включить в конфигурацию, образованную клетками $\langle 6,4,5,7\rangle$, которой соответствует импликанта $(m_5 \vee m_1)\bar{x}_6 x_5 = \bar{x}_6 x_5\bar{x}_1 x_0$.

Следовательно, заданная функция имеет две минимальных ДНФ. Которые можно представить в виде логической суммы, полученных простых импликант. С целью сокращения объёма статьи запись минимальных ДНФ не приводим.

В т о р о й   в а р и а н т – сжатие по переменным $x_6 x_5 x_4 x_3$. В этом случае каждый номер единичного набора делим на 2^{n-k}, т.е. на восемь.

В отличие от первого варианта, остатки (в диапазоне чисел от 0 до 7) дают номера точек сжатой области, определяемые переменными $x_2 x_1 x_0$, а частные (в диапазоне чисел от 0 до 15) – индексы минтермов (образуемых литералами переменных $x_6x_5x_4x_3$), логическая сумма которых определяет значения функций в точках сжатой области. Проделав эту операцию, получаем следующие номера точек сжатой области и значения функции в них:

$$\langle 0\rangle - m_0 \vee m_2 \vee m_4 \vee m_7 \vee m_{14} \vee m_{15};$$

$$\langle 1\rangle - m_0 \vee m_1 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7 \vee$$
$$\vee m_8 \vee m_9 \vee m_{11} \vee m_{12} \vee m_{13} \vee m_{14} \vee m_{15};$$

$$\langle 2\rangle - m_2 \vee m_5 \vee m_8 \vee m_{10} \vee m_{11} \vee m_{12};$$

$$\langle 3\rangle - m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_9 \vee m_{12} \vee m_{13} \vee m_{14};$$

$$\langle 4\rangle - m_1 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_7 \vee m_8 \vee m_9 \vee m_{11};$$

$$\langle 5\rangle - m_0 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7 \vee m_{10} \vee m_{12} \vee m_{13};$$

$$\langle 6\rangle - m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_8 \vee m_9 \vee m_{12};$$

$$\langle 7\rangle - m_0 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6.$$

Полученные значения функции заносим в соответствующие клетки восьмиэлементной карты с соседним кодированием по переменным $x_2x_1x_0$, представленной на рис. 2. Минтермы в каждой клетке карты размещаем в форме шестнадцатиэлементной дизъюнктивной матрицы с соседним кодированием координат её элементов.

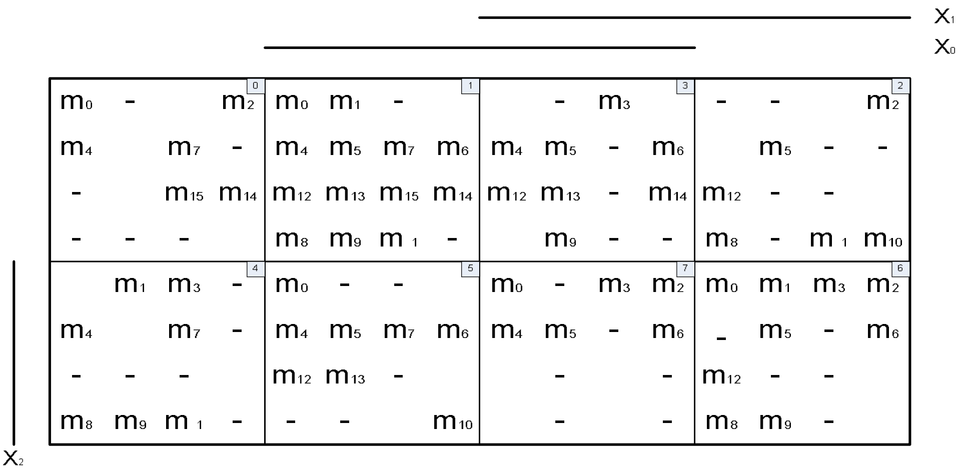

Рис. 2. Область определения функции, сжатая по четырем старшим переменным

Так же как и в первом варианте, комментарий к процедуре выделения правильных конфигураций опускаем, записывая только результаты его в виде номеров клеток, образующих эти конфигурации, и соответствующие им простые импликанты:

$$\langle 1\rangle - (m_1 \vee m_0 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_8 \vee m_9 \vee$$
$$\vee m_{12} \vee m_{13})\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 = \bar{x}_4\bar{x}_2\bar{x}_1x_0;$$

$$\langle 3,7\rangle - m_3x_1x_0 = \bar{x}_6\bar{x}_5x_4x_3x_1x_0;$$

$$\langle 4,5,0,1\rangle - m_4\bar{x}_{\mathbf{1}} = \bar{x}_6x_5\bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_1;$$

$$\langle 1\rangle - (m_{11} \vee m_9 \vee m_{13} \vee m_{15})\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 = x_6x_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0;$$

$$\langle 4\rangle - (m_{11} \vee m_9 \vee m_1 \vee m_3)x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 = \bar{x}_5x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0;$$

$$\langle 2\rangle - (m_{11} \vee m_{10})\bar{x}_2x_1\bar{x}_0 = x_6\bar{x}_5x_4\bar{x}_2x_1\bar{x}_0;$$

$$\langle 0,1\rangle - (m_{14} \vee m_{15})\bar{x}_2\bar{x}_1 = x_6x_5x_4\bar{x}_2\bar{x}_1;$$

$$\langle 6,7\rangle - (m_6 \vee m_2)x_2x_1 = \bar{x}_6x_4\bar{x}_3x_2x_1;$$

$$\langle 3,1\rangle - (m_{14} \vee m_6 \vee m_4 \vee m_{12})\bar{x}_2x_0 = x_5\bar{x}_3\bar{x}_2x_0;$$

$$\langle 3,1\rangle - (m_9 \vee m_{13})\bar{x}_2x_0 = x_6\bar{x}_4x_3\bar{x}_2x_0;$$

$$\langle 5,1\rangle - (m_{12} \vee m_{13} \vee m_4 \vee m_5)\bar{x}_1x_0 = x_5\bar{x}_4x_1\bar{x}_0;$$

$$\langle 4,6\rangle - (m_8 \vee m_9)x_2\bar{x}_0 = x_6\bar{x}_5\bar{x}_4x_2\bar{x}_0;$$

$$\langle 2,3,6,7\rangle - m_5x_1 = \bar{x}_6x_5\bar{x}_4x_3x_1;$$

$$\langle 6\rangle - (m_3 \vee m_0 \vee m_1 \vee m_2)x_2x_1\bar{x}_0 = \bar{x}_6\bar{x}_5x_2x_1\bar{x}_0;$$

$$\langle 5,7\rangle - (m_0 \vee m_4)x_2x_0 = \bar{x}_6\bar{x}_4\bar{x}_3x_2x_0;$$

$$\langle 0,1\rangle - (m_0 \vee m_4)\bar{x}_2\bar{x}_1 = \bar{x}_6\bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1;$$

$$\langle 2,0\rangle - m_2\bar{x}_2\bar{x}_0 = \bar{x}_6\bar{x}_5x_4\bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_0;$$

$$\langle 5\rangle - m_{10}x_2\bar{x}_1x_0 = x_6\bar{x}_5x_4\bar{x}_3x_2\bar{x}_1x_0;$$

$$\langle 4,5,0,1\rangle - m_7\bar{x}_1 = \bar{x}_6x_5x_4x_3\bar{x}_1;$$

$$\langle 6,2\rangle - (m_{12} \vee m_8)x_1\bar{x}_0 = x_6\bar{x}_4\bar{x}_3x_1\bar{x}_0.$$

Минтерма m_6, представленный в клетке <5>, можно покрыть двумя равноценными способами: первый – логическую сумму соседних минтермов $m_6 \vee m_4$, представленную в клетке <5>, включаем в конфигурацию, образованную клетками <5, 1, 3, 7>, которой соответствует простая импликанта $(m_6 \vee m_4)x_0 = \overline{x}_6 x_5 \overline{x}_3 x_0$; второй – логическую сумму четырех взаимнососедних минтермов $m_6 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7$, представленную в клетке <5>, включаем в конфигурацию, образованную клетками <5, 1>, которой соответствует импликанта $(m_6 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7)\overline{x}_1 x_0 = \overline{x}_6 x_5 \overline{x}_1 x_0$.

Как и следовало ожидать, и в этом варианте получили те же две минимальные ДНФ.

Полученные (в первом и во втором вариантах сжатия) простые импликанты можно найти еще двумя способами. Один из этих способов основан на перемножении логических сумм соседних минтермов (или отдельных минтермов), полученных в первом и втором вариантах сжатия для соответствующих выделенных конфигураций. Второй способ основан на перемножении логической координаты правильной конфигурации, полученной в первом варианте сжатия и логической координаты, соответствующей правильной конфигурации, полученной во втором варианте.

В случае несовпадения результатов, рассмотренные способы позволяют не только выявить это несовпадение, но и определить характер ошибки с последующим её исправлением.

Заключение

1. Предложен новый способ повышения достоверности результата минимизации, основанный на представлении функции в точках сжатой области определения с последующей многоверсионной минимизацией.

2. Представление функций в точках сжатой области в форме дизъюнктивной прямоугольной матрицы, впервые предложенное в работе, выгодно отличается от известных, поскольку позволяет упростить процедуру нахождения простых импликант при числе переменных больше пяти и сжатии области определения по трем и более переменным.

3. Проведенный анализ предложенного способа на примере двухверсионной минимизации функции от семи переменных подтвердил практическую значимость способа и его эффективность по сравнению с известными.

4. Одним из направлений дальнейших исследований является описание предложенного способа в терминах структур данных и функций на языках высокого уровня.

Литература

1. Уэйкерли Дж.Ф. Проектирование цифровых устройств. Т. 1. – М.: Постмаркет, 2002. – 544 с.

2. Соловьев В.В. Проектирование цифровых систем на основе программируемых логических интегральных схем. – М.: Телеком, 2001. – 646 с.

3. Коробкова Е.Н. Графоаналитический метод минимизации полностью определенных логических функций в сжатых картах // Системи обробки інформації. – Х: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002. – Вип. 6 (22). – С. 288-298.

4. Коробкова Е.Н. Два способа сжатия области определения логических функций и их приложение к нахождению МДНФ // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2003. – Вып. 19. – С. 245-255.

5. Рубанов В.Г., Коробкова Е.Н. Разработка алгоритма сжатия области логических функций // Труды совр. гуманит. ун-та. Белгородский филиал. – Белгород: БФСГУ, 2000. – Вып. 18. – С. 105-112.

6. Коробкова Е.Н. Анализ табличного алгоритма сжатия области определения логических функций // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2003. – Вып. 17. – С. 42-54.

7. Лобанов В.И. Азбука разработчика цифровых устройств. – М.: Горячая линия – Телеком, 2001. – 192 с.

Поступила в редакцию 28.01.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.Е. Федорович, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.