УДК 621.391:519.28

Г.В. ПЕВЦОВ[1], М.А. ОЛЕЙНИК[2]

[1] ***Объединенный научно-исследовательский институт Вооруженных Сил, Украина***
[2] ***Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", Украина***

СИНТЕЗ БАЙЕСОВСКИХ АЛГОРИТМОВ МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНОГО РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ, ЗАДАННЫХ СЛОЖНЫМИ ЭТАЛОННЫМИ ОПИСАНИЯМИ, НА ОСНОВЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ И КАЧЕСТВЕННЫХ ОЦЕНОК ПРИЗНАКОВ

Разработан метод применения байесовского подхода при синтезе алгоритмов многоальтернативного распознавания образов на основе количественных и качественных оценок признаков. В качестве рабочей характеристики синтезируемых алгоритмов предложено использовать полную вероятность ошибки распознавания образов.

распознавание образов, математическая статистика, нечеткая логика, гибридные алгоритмы распознавания, статистические критерии оптимальности, отношения правдоподобия, принятие решений, сложные статистические гипотезы

Введение

Постановка задачи. С развитием вычислительной техники стало возможным решить ряд задач, возникающих в процессе жизнедеятельности человека за счет разработки автоматизированных систем жизнеобеспечения, взаимодействия человека с компьютером, появления роботизированных систем и др. Тем не менее, получение удовлетворительного результата в задачах распознавания подобных динамических объектов в настоящее время представляет сложность.

Создание устройств, выполняющих функции распознавания различных объектов (образов), в большинстве случаев обеспечивает возможность замены человека специализированным автоматом. Благодаря этому, значительно расширяются возможности сложных систем, выполняющих различные информационные, логические, аналитические задачи. Следует отметить, что качество работ, выполняемых человеком на рабочем месте, зависит от многих факторов (квалификации, опыта, добросовестности и т.д.). В то же время исправный автомат действует однообразно и обеспечивает всегда одинаковое качество. Использование автоматических систем в ряде задач может обеспечить невозможное для человека быстродействие, приводит к повышению качества и скорости принимаемых решений, освобождает человека от однообразных операций для решения других более важных задач.

Построение подобных систем требует разработки алгоритмов, основанных на использовании сложных эталонных описаний образов, заданных совокупностью оценок количественных и качественных признаков, позволяющих получать удовлетворительный результат при неполноте априорной информации об исследуемых процессах, наличии в образах нескольких объектов распознавания и неоптимальности словаря признаков.

Анализ публикаций. Математическая статистика задачу распознавания образов, заданных сложными эталонными описаниями, относит к классу задач проверки сложных гипотез. Общая методика решения задач такого типа для одноальтернативного случая разработана и приведена в [1], но полученные результаты не конкретизированы применительно к особенностям построения сложных эталонных описаний при распознании образов.

В [2] разработан метод синтеза байесовских алгоритмов многоальтернативного распознавания образов, заданных сложными эталонными описаниями.

В [3] введено эталонное описание распознаваемых образов в метриках количественных и качественных признаков.

Частная задача синтеза многоальтернативных алгоритмов распознавания образов по совокупности количественных и качественных признаков решена в [4].

Целью статьи является разработка метода синтеза байесовских многоальтернативных алгоритмов распознавания образов, заданных количественными и качественными оценками признаков на основе эталонного описания, разработанного в [3].

Формализация задачи

Предположим, что на универсуме U объектов распознавания заданы распознаваемые образы (состояния процесса),

$$\mathbf{U}_i \subset \mathbf{U},\, i \in \{1,2,...,L\},$$

где L – количество распознаваемых образов.

Каждый из образов задается своим эталонным описанием в метрике $\Im$-мерного пространства признаков S.

Проводится ζ наблюдений. По результатам наблюдений проверяются L гипотез $H_1, H_2, ..., H_L$ о том, что наблюдаемая выборка x, размером $\zeta\times\Im$, ζ-кратно оцененных $\Im$ признаков, принадлежит одному из образов U_i. Пространство решений состоит из L элементов γi – решений о принятии гипотез H_i. Задача состоит в том, чтобы выбрать дискретно-аналоговое нерандомизированное правило $\delta_Б$, реализующее разделение пространства $\mathbf{X}$ на L непересекающихся областей $\mathbf{X}_i$, $i\in\{1,2,\ldots,L\}$, $\bigcup\limits_{i=1}^{L}\mathbf{X}_i = \mathbf{X}$, оптимально по критерию минимума среднего риска.

Введем модель сложного эталонного описания распознаваемых образов $w_i(\mathbf{s})$ на основе модели сложного эталонного описания вида [3], полагая признаки независимыми:

$$w_i(\mathbf{s}) =$$

$$=\prod_{j=1}^{\Im}\left\{\nu_j\left[\sum_{r=1}^{R_{ij}} p_{ijr} w_{ijr}(s_j, s'_{ijr}, s''_{ijr}) + \sum_{d=1}^{D_{ij}} p_{ijd}\delta(s_j - s_{ijd})\right] + \right.$$

$$\left. + (1-\nu_j)\sum_{t=1}^{T_{ij}} p_{ijt}\delta(s_j - s_{ijt})\right\}, \qquad (1)$$

$$\sum_{r=1}^{R_{ij}} p_{ijr} + \sum_{d=1}^{D_{ij}} p_{ijd} = 1,\ \sum_{t=1}^{T_{ij}} p_{ijt} = 1,$$

$$\forall i\in\{1, 2, \ldots, L\},\ \forall j\in\{1, 2, \ldots, \Im\},$$

где $w_{ijr}(s_j,\ s'_{ijr},\ s''_{ijr})$ – определяемые при обучении алгоритма априорные плотности распределения количественного признака s_j на каждом из R_{ij} эталонных интервалов $[s'_{ijr},\ s''_{ijr}]$, $r\in\{1, 2, ..., R_{ij}\}$; $\delta(s_j - s_{ijd})$ – функции Дирака, как плотности вероятности математических ожиданий s_{ijd} каждого из D_{ij} возможных дискретных эталонных значений признака s_j, допускающего количественное оценивание, $d\in\{1, 2, ..., D_{ij}\}$;

p_{ijr} и p_{ijd} – априорные условные вероятности наблюдения r-го интервала или d-го значения при наблюдении образа $\mathbf{U}_i$ в метрике признака s_j;

ν_j – индикатор вида признака, $\nu_j = 1$, если s_j оценивается количественно, и $\nu_j = 0$ – если качественно.

Решение задачи

При введенной модели пространства признаков выборочное пространство также представляет собой евклидово пространство ($\zeta\times\Im$-мерное), на котором может быть введена следующая функция правдоподобия $W(\mathbf{x}|\mathbf{s})$ гибридного типа, являющаяся функцией вектора $\mathbf{s}$:

$$\mathrm{W}(\mathbf{x}|\mathbf{s}) = $$

$$= \prod_{\mathrm{j}=1}^{\Im}\left[\nu_{\mathrm{j}}\mathrm{W}_{\mathrm{j}}(\mathbf{x}_{\mathrm{j}}|\mathrm{s}_{\mathrm{j}}) - \nu_{\mathrm{j}} + 1\right]\ \left[(1-\nu_{\mathrm{j}})\mu_{\mathrm{s}_{\mathrm{j}}}(\mathbf{x}_{\mathrm{j}}) + \nu_{\mathrm{j}}\right]. \quad (2)$$

По общей методике [1] введем матрицу потерь, характерную для нашего случая

$$\Pi = \begin{pmatrix} \Pi_{00} & ... & \Pi_{1L} \\ ... & ... & ... \\ \Pi_{L1} & ... & \Pi_{LL} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

Условные риски, соответствующие образам $\mathbf{U}_i$, определим как функции от $\mathbf{s}$:

$$r_i(\mathbf{s}) = \sum_{q=1}^{L} \Pi_{iq} \int_{\mathbf{X_q}} W(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{s})\mathbf{dx}\,,\ \mathbf{s}\in\mathbf{S}_i, \quad (4)$$

где $\Pi_{iq} \geq 0$ – элементы матрицы потерь $\mathbf{\Pi}$ размерности $L\times L$;

$W(\mathbf{x}|\mathbf{s})$ – условная функция правдоподобия выборки.

Средний риск многоальтернативного решения относительно сложных гипотез представим в виде осредненных по $w_i(\mathbf{s})$ условных рисков принятия каждой из L гипотез:

$$R = \sum_{i=1}^{L} p_i \sum_{q=1}^{L} \int_{\mathbf{S}_i} \Pi_{iq} \int_{\mathbf{X}_q} W(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{s})\mathbf{dx}\ w_i(\mathbf{s})\mathbf{ds}\,,\ \mathbf{s}\in\mathbf{S}_i, \quad (5)$$

где p_i – априорная вероятность наблюдения i-го образа, $\sum_{i=1}^{L} p_i = 1$.

При синтезе оптимального байесовского алгоритма из множества правил принятия решений $\mathbf{D}$ выбирается правило $\delta_Б$, определяющее разделение выборочного пространства $\mathbf{X}$ на L непересекающихся областей $\mathbf{X}_i$, $i\in\{1,2,\ldots,L\}$.

Достижение минимальной величины среднего риска R примем в качестве критерия для определения оптимального правила выбора решения.

$$\delta_Б = \arg\min_{\delta\in\mathbf{D}} R\,. \quad (6)$$

Решая (6) по методике [1] на основе (1), (5), аналогично [2] получаем, что q-й области выбора решения γ_q, $q = 2, 3, ..., L$, относят точки $\mathbf{x}$ выборочного пространства $\mathbf{X}$, удовлетворяющие системе неравенств:

$$\delta_Б : \sum_{i=2}^{L} (\Pi_{it} - \Pi_{iq}) p_i \int_{\mathbf{S}_i} W(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{s}) \times$$

$$\times \prod_{j=1}^{\Im} \left\{ \nu_j \left[\sum_{r=1}^{R_{ij}} p_{ijr} w_{ijr}(s_j, s'_{ijr}, s''_{ijr}) + \sum_{d=1}^{D_{ij}} p_{ijd}\delta(s_j - s_{ijd}) \right] + \right.$$

$$\left. + (1-\nu_j)\sum_{t=1}^{T_{ij}} p_{ijt}\delta(s_j - s_{ijt}) \right\} \mathbf{ds} \times$$

$$\times \left\langle p_1 \int_{\mathbf{S}_1} W(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{s}) \times \right.$$

$$\prod_{j=1}^{\Im} \left\{ \nu_j \left[\sum_{r=1}^{R_{1j}} p_{1jr} w_{1jr}(s_j, s'_{1jr}, s''_{1jr}) + \sum_{d=1}^{D_{1j}} p_{1jd}\delta(s_j - s_{1jd}) \right] + \right.$$

$$\left. \left. + (1-\nu_j)\sum_{t=1}^{T_{1j}} p_{1jt}\delta(s_j - s_{1jt}) \right\} \mathbf{ds} \right\rangle^{-1} \overset{\gamma_q}{\geq} \Pi_{1q} - \Pi_{1t}\,,$$

$$t = 1,2,...,L,\ \ t\neq q,\ \ q = 2,3,...,L. \quad (7)$$

при этом область $\mathbf{X}_1$ выбора решения γ_1 определяется из условия

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{X} - \bigcup_{q=2}^{L} \mathbf{X}_q\ .$$

Для прогнозирования достоверности принимаемых решений, по аналогии с рассмотренными в [1] полными вероятностями ошибок первого и второго рода при одноальтернативной проверке сложных гипотез, введем полные вероятности принятия ошибочных решений γ_q при наблюдении образа $\mathbf{U}_i$:

$$p\{\gamma_q|\mathbf{U}_i\} = p\{\mathbf{x}\in\mathbf{X}_q|\mathbf{s}\in\mathbf{S}_i\} =$$

$$= \int_{\mathbf{S}_i} w_i(\mathbf{s}) \int_{\mathbf{X}_q} W(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{s}\in\mathbf{S}_i)\mathbf{dxds}\,, \quad (8)$$

представляющие собой взвешенные с плотностью вероятности эталонного распределения вектора признаков $\mathbf{s}$ условные вероятности ошибок.

В силу того, что

$$\bigcup_{i=1}^{L}\mathbf{X}_i=\mathbf{X}\,,\quad \bigcap_{i=1}^{L}\mathbf{X}_i=\varnothing\,,$$

полную вероятность ошибки алгоритма (5) определим в виде:

$$p_{ош}=\sum_{i=1}^{L}p_{ошi}$$

$$=\sum_{i=1}^{L}p_i\sum_{\substack{q=1\\q\neq i}}^{L}\int_{\mathbf{S}_i}w_i(\mathbf{s})\int_{\mathbf{X}_q}W(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{s}\in\mathbf{S}_i)\mathbf{dx}\,\mathbf{ds},$$

где $p_{ошi}$ – априорная вероятность ошибки распознавания i-го образа.

Подставляя введенную модель эталонного описания образов, получим полную вероятность ошибки многоальтернативного распознавания образов, заданных сложными эталонными описаниями:

$$p_{ош}=\sum_{i=1}^{L}p_i\sum_{\substack{q=1\\q\neq i}}^{L}\int_{\mathbf{S}_i}\prod_{j=1}^{\Im}\left\{\nu_j\left[\sum_{r=1}^{R_{ij}}p_{ijr}w_{ijr}(s_j,s'_{ijr},s''_{ijr})+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\sum_{d=1}^{D_{ij}}p_{ijd}\delta(s_j-s_{ijd})\right]+(1-\nu_j)\sum_{t=1}^{T_{ij}}p_{ijt}\delta(s_j-s_{ijt})\right\}\times$$

$$\times\int_{\mathbf{X}_q}W(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{s}\in\mathbf{S}_i)\mathbf{dx}\,\mathbf{ds}\,.$$

Заключение

Таким образом, в соответствии с разработанным методом после определения в явном виде $w_{ijr}(s_j, s'_{ijr}, s''_{ijr})$, s_{ijd} и s_{ijt} могут быть получены и проанализированы оптимальные многоальтернативные байесовские стратегии выбора решения при совокупном использовании количественных и качественных признаков образов, заданных сложными эталонными описаниями.

Литература

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 2. – М.: Сов. радио, 1975. – 392 с.

2. Певцов Г.В. Синтез байесовских алгоритмов многоальтернативного распознавания образов, заданных сложными эталонными описаниями // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2003. – № 1. – С. 58-63.

3. Певцов Г.В., Олейник М.А., Батурин Н.Г. // Синтез алгоритмов многоальтернативного распознавания образов на основе количественных и качественных оценок признаков и проверки сложных гипотез по критерию максимума апостериорной вероятности // Радиотехника. – Х.: ХТУРЭ, 2005. – Вып. 143. – С. 38 – 44.

4. Певцов Г.В., Касьянова Е.В., Олейник М.А. Синтез алгоритмов автоматизированной диагностики нарушений сердечно-сосудистой системы на основе количественных и качественных оценок признаков и проверки сложных статистических гипотез // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2006. – №1/2 (19). – С. 104-108.

Поступила в редакцию 29.01.2007

Рецензент: канд. техн. наук, проф. А.А. Серков, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.