УДК 658.8

Н.Н. ГОРА[1], А.В. ПОПОВ[2]

[1]Харківський приладобудівний завод ім. Т.Г. Шевченка "Моноліт"
[2]Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ЛОГИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ДЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Предложена логистическая модель системы контроля качества (СКК) производства, в которой составные элементы (отдельные пункты контроля качества), функционируют последовательно-параллельно. Обоснованы расчетные формулы для основных параметров СКК на основе методов теории массового обслуживания.

система контроля качества, пункт контроля, многоканальная модель контроля качества, логистическое представление производства, последовательно-параллельное представление производственного процесса

Актуальность задачи

Современное производство можно представить как взаимодействие сложных последовательно-параллельных процессов. Учитывая, что для анализа и управления производственными процессами, в настоящее время, используются методы производственной логистики, возникает актуальная задача анализа логистической цепи «снабжение – производство – сбыт» с учетом выполнения требований качества. Разветвленная сеть пунктов контроля качества (ПКК) призвана обеспечить качество не только окончательного продукта – изделия производства, но и качество отдельных операций (основных и вспомогательных), выполняемых по всем элементам и звеньям логистической производственной цепи.

В предлагаемой работе проводится исследование сложных последовательно-параллельных производственных процессов в виде моделей обслуживания требований по качеству логистической цепи «снабжение – производство – сбыт».

Постановка задачи исследования

Модель СКК представим в виде системы массового обслуживания (СМО) с ожиданием. Можно выделить две большие группы СМО для исследования производственной цепи: разомкнутые и замкнутые, которые в свою очередь можно определить как системы с ограниченным и неограниченным входящим потоком. К замкнутым относятся системы, в которых поступающий поток требования ограничен. Например, работник службы контроля качества, задачей которого является проверка состояния оборудования в цехе, должен периодически проверять их на соответствие требованиям по качеству оборудования. Каждая единица оборудования становится в будущем потенциальным источником требований на последующий контроль. В подобных системах общее число циркулирующих требований конечно и чаще всего постоянно [1 – 4].

Если источник требований обладает достаточно большим (бесконечным) числом требований, то такие системы являются разомкнутыми. Примерами подобных систем могут быть СКК, состоящие из множества параллельно работающих пунктов контроля качества. Для этих систем поступающий поток требований по качеству можно считать неограниченным [3 – 5].

В работе рассмотрены наиболее часто встречающиеся типы систем массового обслуживания с ожиданием в аспекте их применения для анализа процессов контроля качества на производстве. Особенность каждой модели накладывает свой отпечаток на результаты моделирования процесса обслуживания требований по контролю качества с учетом логистической производственной цепи.

Метод решения

Рассмотрим математическую модель СКК в виде СМО с неограниченным потоком требований. Такие системы отличаются следующими особенностями функционирования: система обслуживания требований по контролю качества состоит из ограниченного числа *n* ПКК, каждый ПКК способен одновременно обслуживать только одно требование, в случае занятости всех ПКК, каждое вновь поступившее требование становится в очередь и находится в ней до тех пор, пока один из ПКК не освободится. Если требование поступает в систему, когда есть свободный ПКК, оно сразу же принимается на обслуживание (модель $M/M/n/\infty/\infty/Fifo$).

Функционирование системы рассматривается при условии представления потока требований в виде пуассоновского. Источник потока требований по контролю качества неограничен по своим возможностям, хотя плотность потока λ имеет конечное значение. Время обслуживания каждого требования $t_{обс}$ является случайной величиной, которая подчиняется показательному закону распределения с параметром μ. В качестве основных показателей работы СКК принимается вероятность того, что все ПКК свободны или заняты, математическое ожидание длины очереди, коэффициенты занятости и простоя ПКК.

Возможные состояния такой СКК в виде СМО в процессе ее функционирования описываются системой дифференциальных уравнений [3]:

$$\begin{cases} p_0'(t) = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t); \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ p_k'(t) = -(\lambda + k\mu) p_k(t) + (k+1)\mu p_{k+1}(t) + \\ \qquad + \lambda p_{k-1}(t), \ \textit{при} \ \ 1 \le k < n; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ p_k'(t) = -(\lambda + n\mu) p_k(t) + n\mu p_{k+1}(t) + \\ \qquad + \lambda p_{k-1}(t), \ k \ge n, \end{cases}$$

где p_0, p_k – вероятности состояний, когда в системе соответственно нет ни одного или находится *k* требований.

Рассмотрим стационарное состояние системы, при котором $t \to \infty$, а $p_k'(t) \to 0$ и $p_k(t) \to p_k$.

В этом случае уравнения состояний запишем в таком виде:

$$\begin{cases} -\lambda p_0 + \mu p_1 = 0; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ -(\lambda + k\mu) p_k + (k+1)\mu p_{k+1} + \lambda p_{k-1} = 0, \\ \qquad \text{при} \ \ 1 \le k < n; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ -(\lambda + n\mu) p_k + n\mu p_{k+1} + \lambda p_{k-1} = 0, \ \text{при} \ k \ge n, \end{cases}$$

нормирующее условие: $\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1$.

Не останавливаясь на выводе зависимостей для определения основных показателей СКК, приведем итоговые расчетные формулы для второй модели Эрланга [3]:

1. Параметр загрузки:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \ \frac{\rho}{n} < 1,$$

где λ – плотность входящего потока требований по контролю качества; μ – параметр показательного закона времени обслуживания требований в СКК.

2. Вероятность того, что все обслуживающие ПКК свободны:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{n-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{(n-1)!(n-\rho)}}$$

при условии стационарности $\frac{\rho}{n} < 1$, где n – число параллельно обслуживающих ПК в СКК.

3. Вероятность того, что занято обслуживанием *k* ПКК (*k* требований находятся в системе):

$$P_k = \frac{\rho^k}{k!} P_0 \ \ \text{при} \ 1 \le k < n.$$

4. Вероятность того, что все ПКК системы заняты ($k \ge n$) (вторая формула Эрланга) [3]:

$$D = \frac{\rho^n P_0}{(n-1)!(n-\rho)}, \frac{\rho}{n} < 1 .$$

5. Вероятность того, что все ПКК заняты обслуживанием и *s* требований находится в очереди:

$$P_{n+s} = \frac{\rho^{n+s}}{n! n^s} P_0 \text{, при } s > 0 .$$

6. Вероятность того, что время пребывания требования в очереди больше некоторой величины *t* (закон распределения времени ожидания):

$$P(\tau > t) = De^{-\mu(n-\rho)t}, P(\tau < t) = 1 - P(\tau > t)$$

7. Среднее время ожидания требованием начала обслуживания в СКК:

$$T_{оч} = \frac{DT_{обс}}{(n-\rho)} \text{, при } \frac{\rho}{n} < 1 ,$$

где $T_{обс} = \frac{1}{\mu}$ – среднее время обслуживания требований в одном ПКК.

8. Средняя длина очереди у ПКК:

$$L_{оч} = \frac{\rho D}{n\left(1 - \frac{\rho}{n}\right)} = \lambda \cdot T_{оч} .$$

9. Среднее число требований, находящихся в СКК:

$$L_c = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot \rho_k .$$

10. Среднее число свободных от обслуживания ПКК:

$$L_{ср} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n-k}{k!} \rho^k P_0 .$$

11. Коэффициент простоя ПКК:

$$K_П = \frac{L_{ср}}{n} .$$

12. Среднее число занятых обслуживанием ПКК:

$$L_з = n - L_{ср} .$$

13. Коэффициент загрузки ПКК:

$$K_з = \frac{L_з}{n} .$$

Введем экономический показатель для выбора лучшего варианта СКК при ее создании как автоматизированной системы обслуживания требований по качеству:

$$G_П = (L_{оч} q_{оч} + q_П L_{ср} + L_з q_э) T_{оч} ,$$

где $G_П$ - величина потерь в системе за время $T_{оч}$; $q_{оч}$ – стоимость потерь, связанных с простаиванием требований в очереди в течение единицы времени; $q_П$ – стоимость единицы времени простоя обслуживающего ПКК системы; $q_э$ – стоимость эксплуатации ПКК при обслуживании в единицу времени.

Рассмотрим пример анализа СКК на основе многоканальной модели СМО в виде разомкнутой системы.

Пусть в СКК для выпускаемых в производстве приборов имеется *n = 5* опытных специалистов по контролю качества. В среднем в течение рабочего дня к ним поступает для контроля $\lambda = 10$ приборов. Общее число приборов, находящихся, в производстве достаточно велико, и они независимо друг от друга, в различное время проходят контроль качества. Поэтому можно считать, что поток заявок на контроль приборов является случайным, пуассоновским. В свою очередь, каждый прибор, в зависимости от характера возможного брака, также требует различного, случайного времени на контроль качества. Время на проведение контроля зависит во многом от серьезности производственного дефекта, квалификации контролера и множества других причин. Пусть по статистике, в среднем, в течение рабочего дня каждый из контролеров успевает отрегулировать $\mu = 2,5$ прибора. Требуется оценить работу СКК по контролю качества производимых приборов.

Предлагается следующая последовательность действий по анализу СКК:

1. Определим параметр загрузки СКК для одного канала:

$$\rho = \lambda \frac{1}{\mu} = 10 \frac{1}{2,5} = 4 .$$

2. Вероятность того, что все контролеры свободны от контроля аппаратуры, равна:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k-0}^{n-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{(n-1)!(n-\rho)}} = 0,013 .$$

3. Вероятность того, что все контролеры заняты контролем качества:

$$D = \frac{\rho^n P_0}{(n-1)!(n-\rho)} = 0,554 .$$

Это означает, что 55,4 % времени все контролеры полностью загружены работой.

4. Среднее время обслуживания (контроля качества) отдельным контролером:

$$T_{обс} = \frac{7}{\mu} = \frac{7}{2,5} = 2,8 \ час ,$$

при условии семичасового рабочего дня.

5. Зависимость вероятности того, что время ожидания на контроль будет больше заданной величины *t*, может быть представлена в виде $P(\tau > t)$, откуда следует, что бракованные приборы не могут долго ожидать исправления брака. Вероятность того, что время ожидания будет более одного дня, составит 3-4%.

6. В среднем время ожидания каждого бракованного прибора перед началом ремонта равно

$$T_{оч} = D\frac{T_{обс}}{n-\rho} = 0,554\frac{2,8}{5-4} = 1,55 \, час.$$

7. Очень важной характеристикой является средняя длина очереди, которая определяет размер склада для хранения бракованных приборов, которые будут исправлены по результатам контроля качества:

$$L_{оч} = \frac{D\rho}{n\left(1-\frac{\rho}{n}\right)} = \frac{0,554 \cdot 4}{5\left(1-\frac{4}{5}\right)} \approx 2,3 \ \text{прибора}.$$

8. Среднее число приборов, находящихся на исправлении брака (ожидающих исправления брака и которые ремонтируются):

$$L_c \approx L_{оч} + n \cdot D = 2,3 + 5 \cdot 0,55 \approx 5 \ \text{приборов}.$$

9. Определим среднее число контролеров, которые не заняты текущим контролем качества:

$$N_0 = P_0 \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n-k}{k!}\rho^k \approx 0,95 \approx 1 \ \text{контролер}.$$

Заключение

В работе предложена многоканальная модель системы контроля качества, в которой составные элементы контроля (отдельные пункты контроля качества), функционируют последовательно-параллельно. Получены основные расчетные формулы для построения СКК на основе многоканальной модели массового обслуживания. Результаты работы можно использовать для обоснования состава и структуры системы контроля качества на производстве с учетом сложных последовательно-параллельных процессов логистической производственной цепи.

Литература

1. Логистика: управление в грузовых транспортно-логистических системах / Под ред. Л. Б. Миротина. – М.: Юристъ, 2002. – 414 с.

2. Логистика / Под ред. Б. А. Аникина: 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2002. – 368 с.

3. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Пер. с англ. И. И. Грушко; ред. В. И. Нейман. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.

4. Технический контроль в машиностроении: справочник проектировщика / Под общ. ред. В.Н. Чупрынина, А. Д. Никифорова. – М.: Машиностроение, 1987. – 512 с.

5. Юдин И.Е., Степанов А.А. Формирование системы показателей для оценки материальных запасов промышленного предприятия на основе использования логистических технологий // Известия вузов. Машиностроение. – 2006. – № 1. – С. 44-47.

Поступила в редакцию 24.05.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.С. Харченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.