

УДК 658.1

Л.Г. РАСКИН, О.В. СЕРАЯ

Национальный технический университет «ХПИ», Украина

## НАДЕЖНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ МНОГОНОМЕНКЛАТУРНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Задача планирования многономенклатурного производства рассмотрена с учетом ненадежности используемого оборудования. Неточность оценок производительности оборудования описана в терминах теории вероятностей. Задача планирования сведена к стохастической распределительной задаче математического программирования. Надежность плана оценивается вероятностью его выполнения в срок.

**планирование производства, ненадежность оборудования, вероятностное описание производительности, стохастическая задача математического программирования**

### Постановка проблемы. Обзор публикаций

Принципиальные трудности решения задачи планирования современного многономенклатурного массового производства являются следствием ее высокой размерности [1 – 3]. Формальное описание этой задачи с учетом указанного обстоятельства было выполнено в [4]. В этой работе было показано, что эффективное направление преодоления «проклятия размерности» состоит в использовании декомпозиционного подхода. С практической точки зрения декомпозиция реализуется путем внедрения модульного принципа организации производства. При этом все множество станков, обеспечивающих изготовление изделий, разбивается на совокупность модулей. Поскольку все станки являются переналаживаемыми, каждый модуль может изготавливать изделия разных типов, образующих группу, "привязанную" к этому модулю. В каждую группу естественно включать те типы изделий, для которых продолжительность взаимных переналадок минимальны. При этом задача планирования производства сведена к распределительной задаче целочисленного линейного программирования вида: найти матрицу планирования  $X = (x_{ij})$  минимизирующую функцию затрат

$$L(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

и удовлетворяющую ограничениям, выполнение которых обеспечивает физическую реализуемость плана

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j=1,2,\dots,n; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \leq a_i, i=1,2,\dots,m; \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \text{ целые, } i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n. \quad (4)$$

Здесь

$\bar{c}_{ij}$  – средние затраты (например, временные) на изготовление единицы  $j$ -го продукта на оборудовании  $i$ -го типа;

$d_{ij}$  – средний расход ресурса при производстве единицы  $j$ -го продукта на оборудовании  $i$ -го типа;

$x_{ij}$  – количество единиц  $j$ -го продукта, планируемое для производства на оборудовании  $i$ -го типа;

$b_j$  – запланированное для производства число единиц продукта  $j$ -го вида;

$a_i$  – ресурс оборудования  $i$ -го типа.

Получаемый в результате решения этой задачи план занятости оборудования является оптимальным в среднем и не учитывает случайного характера продолжительности основных производственных операций, являющегося следствием ненадежности оборудования, а также воздействия других случайных факторов, дестабилизирующих производство.

При этом производительность оборудования становится неопределенной величиной, наименее требовательное математическое описание которой задается нечетким числом. Вместе с тем, практический опыт работы позволяет получить статистические данные, достаточные для теоретико-вероятностного описания случайной производительности оборудования в виде соответствующих плотностей распределения. Реальная необходимость учета случайного характера производства становится очевидной, если рассчитать вероятность выполнения плана производства каждым из модулей. Ясно, что эта вероятность для всех тех модулей, ресурс которых в соответствии с планом полностью использован, равна лишь 0,5. Если таких модулей, например,  $m$ , то вероятность того, что хотя бы один из них не выполнит программу точно в срок, равна  $1 - 0,5^m$ . При  $m = 10$  эта вероятность превышает 0,999. В связи с этим необходимость составления плана занятости оборудования с учетом случайной продолжительности выполнения элементов производственной программы не вызывает сомнений.

### Постановка задачи исследования

Принципиальным является вопрос о критерии качества плана занятости оборудования, который формируется с учетом требований заказчика. В конкретной задаче формирования плана занятости оборудования при многономенклатурном производстве с использованием модульного принципа организации работы естественным критерием является вероятность выполнения плана в срок.

Введем

$D_{ij}$  – дисперсия продолжительности изготовления единицы  $j$ -го продукта модулем  $i$ -го типа,  $i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n$ .

На основании центральной предельной теоремы теории вероятностей будем считать, что случайная продолжительность  $c_{ij}$  изготовления единицы  $j$ -го

продукта модулем  $i$ -го типа распределена нормально с параметрами  $(\bar{c}_{ij}, D_{ij})$ . Тогда суммарное случайное время  $c_i$  изготовления набора  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{in})$  модулем  $i$ -го типа также распределено нормально с параметрами  $(\bar{c}_i, D_i)$ ,

$$\bar{c}_i = \sum_{j=1}^n \bar{c}_{ij} x_{ij}, \quad D_i = \sum_{j=1}^n D_{ij} x_{ij}.$$

При этом вероятность выполнения плана  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{in})$   $i$ -м модулем в срок  $T_0$  будет равна

$$P_i = \int_0^{T_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi D_i}} \exp\left\{-\frac{(c_i - \bar{c}_i)^2}{2D_i}\right\} dc_i,$$

а вероятность выполнения плана  $X = (x_{ij})$  в целом определяется соотношением

$$P = \prod_{i=1}^m \int_0^{T_0} \frac{\exp\left\{-\frac{\left(c_i - \sum_{j=1}^n \bar{c}_{ij} x_{ij}\right)^2}{2 \sum_{j=1}^n D_{ij} x_{ij}}\right\}}{\sqrt{2\pi \left(\sum_{j=1}^n D_{ij} x_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}}} dc_i. \quad (5)$$

Поставим задачу отыскания плана  $X$ , максимизирующего (5) и удовлетворяющего ограничениям (2) – (4).

### Основные результаты

Переформулируем полученную достаточно сложную задачу в следующую, эквивалентную ей: найти удовлетворяющий ограничениям (2) – (4) план  $X^*$ , для которого максимальная из вероятностей невыполнения плана, рассчитанных для каждого из модулей, является минимальной, т.е.

$$X^* = \arg \min_X \left\{ \max_i \int_0^{T_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi D_i}} \exp\left\{-\frac{(c_i - \bar{c}_i)^2}{2D_i}\right\} dc_i \right\} =$$

$$= \arg \min_X \left\{ \max_i \int_{\frac{T_0 - \bar{c}_i}{D_i^2}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u_i^2}{2}} du_i \right\}. \quad (6)$$

Для решения задачи используем двухэтапную процедуру. На первом этапе с использованием технологии [4] решим задачу отыскания плана, оптимального в среднем. Этот план  $X_1$  обеспечивает полную загрузку ряда модулей, оставляя некоторые из них недогруженными. План  $X_1$  удовлетворяет всем ограничениям (2), как строгим равенствам (план производства, безусловно, должен быть выполнен). В то же время, те ограничения из группы (3), которые соответствуют полностью загруженным модулям (их номера образуют множество  $I_0$ ), удовлетворяются как строгие равенства, а остальные (их номера образуют множество  $I_+$ ), как неравенства. Понятно, что вероятность выполнения плана для всех модулей  $i \in I_0$  равна 0,5, а для модулей  $i \in I_+$  она больше 0,5. При этом значение критерия качества плана

$$\eta(x) = \max_i \int_{\frac{T_0 - \bar{c}_i(x)}{(D_i(x))^2}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u_i^2}{2}} du_i = \frac{1}{2}.$$

На втором этапе осуществляется перераспределение назначений для выполнения работы от модулей  $i \in I_0$  к модулям  $i \in I_+$ . Перераспределение осуществляется пошагово. На очередном шаге выбирается тройка  $(i_1, i_2, j)$ , для которой

$$(i_1^*, i_2^*, j) = \arg \min_j \left\{ d_{i_2 j} - d_{i_1 j} \right\}. \quad (7)$$

$i_1 \in I_0$   
 $i_2 \in I_+$

Таким образом, на этом шаге отыскивается возможность переназначения части заказа от полностью загруженного модуля к одному из недогруженных с минимальной потерей производительности. При этом объем передаваемой части плана выбирается так,

чтобы количество полностью загруженных модулей на каждом шаге не возрастало. Выполнение этого условия исключает возможность перерегулирования, обеспечивая последовательное улучшение критерия  $\eta(x)$ . Описанная процедура продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие  $\eta(x) < \eta_{доп}$ , т.е. максимальная вероятность невыполнения плана в срок станет меньше допустимой.

### Выводы

Предложена методика планирования производства, учитывающая случайный характер продолжительности производственных операций. Описанная процедура планирования надежно ориентирована, т.е. обеспечивает составление плана производства, надежность реализации которого не ниже заданной.

### Литература

1. Кузин Б.И., Юрьев В.Н., Шахдинаров Г.М. Методы и модели управления фирмой. – СПб.: Питер, 2001. – 432 с.
2. Шмален Г. Основы и проблемы экономики предприятия. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 204 с.
3. Сачко Н.С. Организация и оперативное планирование машиностроительного производства. – Мн.: Выш. шк., 1977. – 592 с.
4. Раскин Л.Г., Зарубин В.С. Планирование модульного производства // Вестник НТУ «ХПИ». – Х.: НТУ «ХПИ», 2005. - № 41. – С. 149-152.
5. Раскин Л.Г., Зарубин В.С., Иващенко А.С. Математическая модель планирования многономенклатурного производства // Вестник НТУ «ХПИ». – Х.: НТУ «ХПИ», 2006. – № 19. – С. 103-107.

Поступила в редакцию 13.02.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.С. Куценко, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.