

УДК 681.321

С.М. БАБИЙ, И.А.БУРЦЕВ, ИРАДЖ ЭЛЬЯСИ КОМАРИ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОЦЕНКА ПОВЫШЕНИЯ ЖИВУЧЕСТИ СЕТИ ЗА СЧЁТ ВВЕДЕНИЯ ИЗБЫТОЧНОСТИ

На примере фрагмента сети FDDI излагается подход к количественной оценке эффективности введения избыточности.

сеть, избыточность, работоспособное состояние, живучесть, восстановление

Введение

Обеспечение живучести компьютерных сетей связано с введением различного рода избыточности: аппаратной, временной, информационной, оперативного контроля. Характерным примером использования различных типов избыточности является сеть FDDI. Насколько эффективным является введение избыточности можно оценить, выполнив ориентировочный расчёт среднего числа циклов успешной передачи-приёма информации между станциями на примере фрагмента сети. Выбор фрагмента сети FDDI для анализа обусловлен тем, что сетевая технология FDDI использует стандарт ANSI X3T9.5, регламентирующий 4 основных свойства сети, обеспечивающие её живучесть, поэтому количественная оценка, подтверждающая требования стандарта, представляет определённый интерес.

Особенности функционирования сети под управлением протокола администрирования SMT (Station Management)

Этот протокол специально создан для координации работы на физическом и канальном уровнях. При этом с помощью физического уровня под управлением SMT устраняются отказы сети по физическим причинам, например, из-за обрыва кабеля и с помощью уровня MAC – логические отказы, свя-

занные с потерей маркера или выбором неверного пути передачи кадра. Сформулируем эти свойства:

1. Кольцевая кабельная система со станциями класса DAS (двойного подключения) отказоустойчива к однократному обрыву кабеля в любом месте кольца. Для восстановления работоспособности станции, находящиеся по обе стороны обрыва, реконфигурируют путь циркуляции маркера, подключая для этого вторичное оптоволоконное кольцо.

2. Выключение питания, или отказ одной из станций DAS (двойного подключения) фиксируется обходным оптическим переключателем, позволяющим обойти эту станцию и сохранить топологию двойного кольца. При этом сохраняется передача маркера и данных только по первичному кольцу.

3. Использование процесса дублирования при подключении станции типа DAS, известного как Dual Hoaming. В этом случае станция своими портами «А» и «В» подключена к двум концентраторам в свою очередь, включенным в сеть.

Если по какой-либо причине связь между станциями DAS и концентратором теряется, то обмен будет выполняться через второй концентратор.

4. Использование топологии типа «двойное кольцо деревьев». В этой топологии сеть образована иерархическими «деревьями», в корнях которых находятся концентраторы DAC, непосредственно подключённые к двойному кольцу. Корневые концентраторы образуют кольцевую магистраль FDDI.

Двойное кольцо деревьев – это универсальная топология позволяющая создавать сложную сеть.

Методика оценки живучести как функции вводимой избыточности базируется на использовании аппарата марковских поглощающих цепей. С увеличением избыточности используемой в сети растёт её число возможных состояний, в которых сеть, не смотря на частичные отказы оборудования, сохраняет работоспособность. За счёт этого растёт среднее число циклов безотказного выполнения задачи. Используя модель функционирования сети в виде марковской цепи с поглощением, можно оценить выигрыш в надёжности за счёт введения избыточности заданного уровня. Далее, для выяснения целесообразности ввода избыточности в сеть, можно сравнить цену отказа со стоимостью введённой избыточности.

Исходные данные и ограничения

Рассмотрим методику расчёта параметров живучести сети в условиях возникновения отказов её узлов и линий связи (на примере фрагмента FDDI).

Под живучестью в рассматриваемом случае понимается сохранение работоспособности сети при нарушении условий эксплуатации.

Под работоспособностью понимается способность сети выполнить задачу передачи-приёма данных между любой (i, j) парой станций.

Исходные данные и ограничения:

1. Мерой работоспособности выбрано $Mk(m)$ – среднее число циклов выполнения k -й задачи до момента потери связи между станциями i и j .

2. Отказы внезапные с экспоненциальным распределением времени их появления, что является условием постоянства во времени вероятностей смены состояния сети. При расчёте допустимое число накопленных отказов определялось при обязательном условии выполнения задачи.

3. Перечень функциональных узлов, учитываемых в расчётах с известными вероятностями безот-

казной работы $\{Pi\} i=1, n$:

- станции и концентраторы двойного подключения (DAS, DAC) и одиночного подключения (SAS, SAC);
- сегменты оптоволоконка;
- обходные оптические переключатели (OBS);
- программный модуль сворачивания кольца Mc.

Последовательность расчётов

Шаг 1. По известной топологии фрагмента сети FDDI выбирается ряд путей, каждый из которых объединяет две станции (с учётом направления передачи), одна из которых – передатчик, другая – приёмник.

Шаг 2. Для каждого пути, объединяющего две станции, строится логическое уравнение работоспособности в виде дизъюнктивной нормальной формы.

Шаг 3. Выполняется арифметизация уравнения работоспособности. При этом каждая элементарная конъюнкция после арифметизации трактуется как вероятность нахождения системы в одном из работоспособных состояний. Число работоспособных состояний, в которых может находиться процесс передачи, равно числу элементарных конъюнкций.

По физическому смыслу задачи рассматриваемые состояния являются невозвратными, связанными в марковскую цепь с состоянием поглощения. Под поглощением понимается состояние отказа, вероятность попадания в которое находится по матрице смены вероятностей состояний.

Шаг 4. Строится матрица смены состояний. Для этого по известным оценкам вероятностей пребывания в каждом i -м невозвратном состоянии $P(Ci)$, где $i=1, m$, находятся оценки $Pij(1)$ переходных вероятностей и добавляется состояние поглощения.

Шаг 5. Выполняется структуризация матрицы переходов с целью получения фундаментальной матрицы вида: $N = 1/(I - Q)$, где Q – матрица смены невозвратных состояний, а I – единичная матрица.

Шаг 6. По фундаментальной матрице отыскива-

ется вектор-столбец средних значений количества циклов передачи до потери связи между станциями (отказ).

Рассмотрим простой пример оценки живучести сети.

Вариант 1.

Живучесть сети без избыточности

Представим структуру сети FDDI (фрагмент) без дополнительных технических средств повышения живучести. Сеть содержит только станции одиночного подключения SAS1÷SAS4 и объединяющие их сегменты оптоволоконного кабеля L1÷L4 (рис. 1).

Сетью выполняется задача передачи данных от станции SAS1 к станции SAS3, учитывается направление передачи и особенности стандарта FDDI. Для составления логической функции работоспособности используем следующие обозначения состояния элементов сети: X_i – i -й элемент сети (станция или сегмент оптоволоконного кабеля) исправен; не X_i – i -й элемент отказал

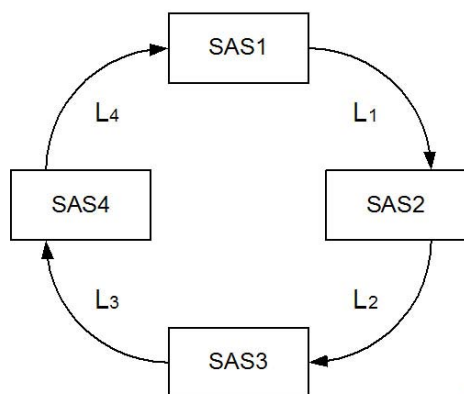


Рис. 1. Фрагмент сети без избыточности

Успешная передача данных возможна, если все станции SAS1÷SAS4 исправны, т.е. находятся в состояниях $X_1 \div X_4$ соответственно, сегменты оптоволоконного кабеля L1÷L4 также целы и находятся в состояниях $X_5 \div X_8$ соответственно (рис. 1).

Тогда логическая функция работоспособности

имеет вид:

$$f_{л0} = x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge x_7 \wedge x_8. \quad (1)$$

После арифметизации этой функции получим вероятность нахождения сети в работоспособном состоянии C_0 :

$$P(f_{л0}) = \prod_{i=1}^8 P(x_i).$$

Пусть эта вероятность $P(f_l) = 0,999$, тогда с вероятностью равной $Q(f_l) = 1 - 0,999 = 0,001$ сеть будет находиться в состоянии отказа C_1 .

Матрица смены состояний сети при передаче данных между станциями 1 и 3 с учетом ее структуризации будет иметь следующий вид:

$$P(1) = \begin{array}{c|cc} & t & \\ \hline t-1 & C_0 & C_1 \\ \hline C_0 & P_{00} & P_{01} \\ \hline C_1 & 0 & 1 \end{array}$$

$$P_c(1) = \begin{array}{c|cc} & t & \\ \hline t-1 & C_1 & C_0 \\ \hline C_1 & 1 & 0 \\ \hline C_0 & P_{01} & P_{00} \end{array} =$$

$$= \begin{array}{c|cc} & t & \\ \hline t-1 & C_0 & C_1 \\ \hline C_0 & 0,999 & 0,001 \\ \hline C_1 & 0 & 1 \end{array}$$

где $P_{00} = 0,999$, а $P_{01} = 0,001$.

В этой матрице клетка, содержащая «1», соответствует поглощающему состоянию C_1 , а клетка, содержащая P_{00} , отвечает невозвратному состоянию Q . Согласно [1], используя вероятность нахождения в невозвратном состоянии $Q = P_{00}$, определим среднее количество циклов успешной передачи данных до возникновения отказа сети без избыточности:

$$N = (1 - Q)^{-1} = (1 - P_{00})^{-1} = (1 - 0,999)^{-1} = 1000.$$

Вариант 2. Живучесть сети с избыточностью

Представим структурную схему сети FDDI с прежним числом станций равным 4, но с избыточностью, необходимой для повышения живучести (рис. 2).

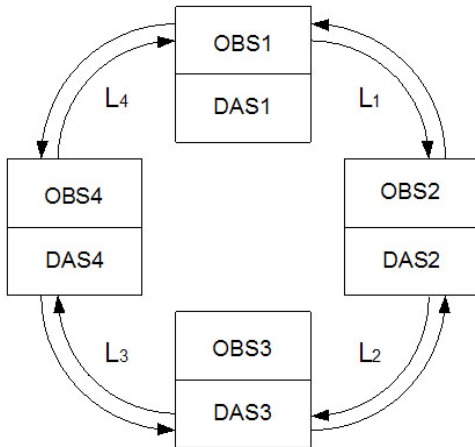


Рис. 2. Структурная схема сети FDDI с избыточностью

DAS1÷DAS4 – станции двойного подключения;

L1÷L4 – сегменты оптоволоконного кабеля;

OBS1÷OBS4 – оптические обходные переключатели;

1 и 2 – первичное и вторичное кольцо оптоволоконного кабеля.

Оценим эффект введения избыточности при условии, что выполняется прежняя задача передачи данных от DAS1 к DAS3 по первичному кольцу 1 с прежней вероятностью успешной передачи $P(\text{DAS1} \rightarrow \text{DAS3}) = 0,999$.

Конкретизируем множество состояний $\{C_i\}$, попав в любое из которых сеть не потеряет работоспособности, и задача передачи (DAS1→DAS3) будет выполнена.

Итак, кроме состояния C_0 , логическая функция работоспособности которого задаётся выражением (1), появляются следующие новые состояния, в которых сеть сохраняет работоспособность:

C_1 – обрыв сегмента оптоволоконной L_1 . Сеть сворачивается средствами OBS1 и OBS2 и программным модулем Mc, и переходит в режим WRAP.

Оба кольца объединяются, задача выполняется.

C_2 – обрыв сегмента оптоволоконной L_2 . Сеть сворачивается средствами OBS2 и OBS3 и программным модулем Mc. Оба кольца объединяются, задача выполняется.

C_3 – отказ станции DAS2. Обходной переключатель OBS2 отключает станцию от кольца, сеть сохраняет целостность, задача выполняется.

Для приведённых 4-х состояний составим логическую функцию работоспособности сети:

$$F_l(C) = f_l(C_0) \vee f_l(C_1) \vee f_l(C_2) \vee f_l(C_3), \quad (2)$$

где:

$$f_l(C_0) = x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_8;$$

$$f_l(C_1) = x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge \bar{x}_5 \wedge x_6 \wedge x_7 \wedge x_8 \wedge x_9 \wedge x_{10} \wedge x_{12};$$

$$f_l(C_2) = x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \bar{x}_6 \wedge x_7 \wedge x_8 \wedge x_{10} \wedge x_{11} \wedge x_{12};$$

$$f_l(C_3) = x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge x_7 \wedge x_8 \wedge x_{10}.$$

Здесь: x_9, x_{10}, x_{11} – состояния работоспособности переключателей OBS1, OBS2, OBS3 соответственно, x_{12} – состояние работоспособности программного модуля свёртки кольца Mc. Физический смысл остальных булевых переменных x_i приведён ранее.

Путём арифметизации выражения (3) запишем вероятности пребывания сети в каждом из 4-х состояний.

$$P(C_0) = \prod_{j=i}^8 P(x_j); \quad (4)$$

$$P(C_1) = P(x_1) \cdot P(x_2) \cdot P(x_3) \cdot P(x_4) \cdot [1 - P(x_5)] \cdot P(x_6) \cdot P(x_7) \cdot P(x_8) \cdot P(x_9) \cdot P(x_{10}) \cdot P(x_{12});$$

$$P(C_2) = P(x_1) \cdot P(x_2) \cdot P(x_3) \cdot P(x_4) \cdot P(x_5) \cdot [1 - P(x_6)] \cdot P(x_7) \cdot P(x_8) \cdot P(x_{10}) \cdot P(x_{11}) \cdot P(x_{12});$$

$$P(C_3) = P(x_1) \cdot [1 - P(x_2)] \cdot P(x_3) \cdot P(x_4) \cdot P(x_5) \cdot P(x_6) \cdot P(x_7) \cdot P(x_8) \cdot P(x_{10});$$

Обобщим приведённую классификацию состояний сети (рис. 2):

C_0 – состояние работоспособности, все узлы и сегменты сети исправны;

$\{C_{ii}\}_n$ – множество $n = 3$ одиночных отказов

элементов сети: {L1;или L2; или DAS2} сеть работоспособна.

$\{C_{ij}\}_n$ – множество $n = 3$ парных несовместных отказов элементов {L1 и L2; или L1 и DAS2; или L2 и DAS2}, сеть работоспособна.

$\{C_{ijk}\}_n$ – множество $n = 6+3=9$ тройных отказов элементов сети, при возникновении любого из которых, система теряет работоспособность, задача не выполняется.

Исходя из приведённой классификации маршрут обмена данными между станциями DAS1 и DAS3 (рис. 2), включающий все возможные сегменты линии связи и узлы, можно представить в виде системы передачи с двукратным постоянным резервом, состоящей из трёх параллельных каналов, которая для сохранения работоспособности допускает не

более двух отказавших каналов.

Известно, что живучесть такой системы зависит от выбранного способа её обслуживания [3].

Способ А – реконфигурация и восстановление работоспособности сети после не более двух (любоых) отказов из множеств $\{C_j\}_n$ и $\{C_{ij}\}_n$, а также обнаружение потери работоспособности сети в случае возникновения третьего (любоого) отказа.

Способ В – контроль и восстановление отказавших каналов после каждого цикла выполнения задачи.

Каждый из способов обслуживания А и В иллюстрируется графом смены состояний, а реализация способа выполняется соответствующей управляющей матрицей (рис. 3).

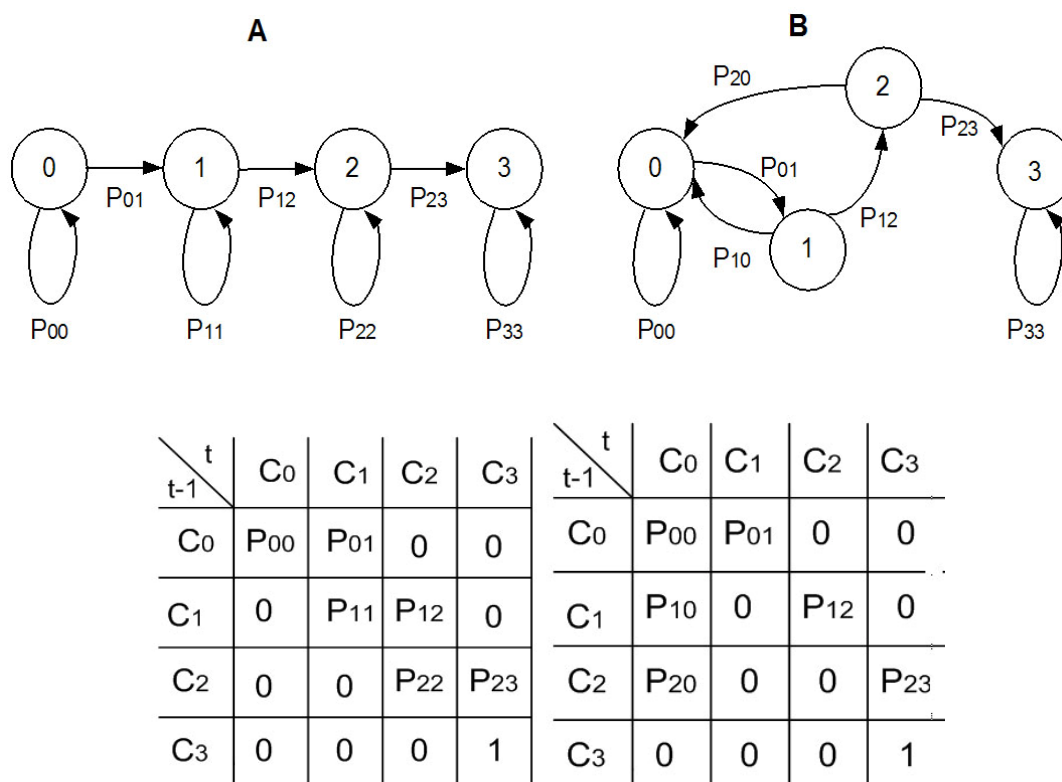


Рис. 3. Модели смены состояния сети
А – с накоплением отказов; В – с восстановлением отказов

Выберем и обоснуем значения переходных вероятностей P_{ij} , используя следующее допущение:

– потоки отказов и восстановлений в обеих моделях являются ординарными, т.е. в каждом рабочем цикле передачи-приема может возникнуть не

более одного отказа (восстановления);

– для моделей А и В выбираем значения $P_{00}(C_0)=0,999$ одинаковыми, где состояние C_0 – «все узлы и сегменты исправны». Это делается с целью возможного сравнения их эффективности между

собой, а также сравнения с первой моделью без резерва, где выбиралось это же значение $P_{0i} = 0,001$; и представляет собой вероятность перехода сети в состояние обрыва сегмента кабеля (рис. 2).

Далее, в матрице В значения $P_{10}=P_{20}=0,999$, так как, согласно графу переходов В, выполняется восстановление повреждённых сегментов кабеля L1 и L2.

Значения $P_{12}=P_{23}=0,001$ определяют вероятности перехода в состояния C_2 – (обрыв сегмента L2) и C_3 – (отказ третьего любого элемента из оставшихся исправными), что по условию переводит матрицу в состояние поглощения C_3 .

Вернёмся к матрице А, значения элементов которой $P_{11} = 0,991$; $P_{22} = 0,90484$ найдены из условия: сеть не контролируется и не обслуживается до появления отказа третьего узла, переводящего её в неработоспособное состояние.

Таким образом численные значения элементов P_{ij} позволяют записать обе матрицы в следующей форме:

t \ t-1	C0	C1	C2	C3
C0	0,999	0,001	0	0
C1	0	0,991	0,009	0
C2	0	0	0,90484	0,09516
C3	0	0	0	1

Матрица А

t \ t-1	C0	C1	C2	C3
C0	0,999	0,001	0	0
C1	0,999	0	0,001	0
C2	0,999	0	0	0,001
C3	0	0	0	1

Матрица В

Используя известные преобразования с полученными матрицами [2], определим численные значения параметров процесса смены состояний сети.

В случае матрицы В, содержащей всего лишь два известных параметра, а именно: $P_{00} = P_{10} = P_{20} = P = 0,999$; и $q_{01} = q_{12} = q_{23} = q = 0,001$ перепишем её в более удобной форме, что поможет найти параметры процесса в общем виде и выполним структуризацию матрицы:

t \ t-1	C0	C1	C2	C3
C0	P	q	0	0
C1	P	0	q	0
C2	P	0	0	q
C3	0	0	0	1

Матрица В в общем виде

t \ t-1	C3	C0	C1	C2
C3	1	0	0	0
C0	0	P	q	0
C1	0	P	0	q
C2	q	P	0	0

Матрица В после структуризации

Найдём фундаментальную матрицу:

$$N = (I - q)^{-1} = \begin{pmatrix} 1-P & -q & 0 \\ -P & 1 & -q \\ -P & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{q^3} \begin{pmatrix} 1 & q & q^2 \\ P(1+q) & q & q^2 \\ P & Pq & q^2 \end{pmatrix}$$

Отсюда найдём вектор столбец τ времени пребывания процесса в каждом из состояний:

$$\tau = N \cdot \mathbf{1} = \frac{1}{q^3} \begin{pmatrix} 1 & q & q^2 \\ P(1+q) & q & q^2 \\ P & Pq & q^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1+q+q^2}{q^3} \\ \frac{1+q}{q^3} \\ \frac{1}{q^3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1+1 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-9}} \\ \frac{1+1 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-9}} \\ \frac{1}{1 \cdot 10^{-9}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,001001 \cdot 10^9 \\ 1,001 \cdot 10^9 \\ 1 \cdot 10^9 \end{pmatrix}$$

Выполним аналогичные операции с матрицей А

$$P_A = \begin{matrix} & \begin{matrix} C_0 & C_1 & C_2 & C_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,999 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,991 & 0,009 & 0 \\ 0 & 0 & 0,90484 & 0,09516 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$P_A = \begin{matrix} I & \begin{matrix} C_3 & C_0 & C_1 & C_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_3 \\ C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,999 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 0,991 & 0,009 \\ 0,09516 & 0 & 0 & 0,90484 \end{pmatrix} 0 \end{matrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_R \quad \underbrace{\hspace{10em}}_Q$

Найдем фундаментальную матрицу:

$$N_A = (I - Q)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 10^{-3} & -1 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 9 \cdot 10^{-3} & -9 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 0 & 0,095 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 10^3 & 111,111 & 10,526 \\ 0 & 111,111 & 10,526 \\ 0 & 0 & 10,526 \end{pmatrix}$$

Найдем вектор – столбец τ времени пребывания процесса в каждом из невозвратных состояний

$$T_A = N_A \cdot I = \begin{pmatrix} 1 \cdot 10^3 & 111,111 & 10,526 \\ 0 & 111,111 & 10,526 \\ 0 & 0 & 10,526 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,22 \cdot 10^3 \\ 121,637 \\ 10,526 \end{pmatrix}$$

Общее время пребывания процесса в множестве невозвратных состояний:

$$t_A = \tau_0 + \tau_1 + \tau_2 = 1,22 \times 10^3 + 121,637 + 10,526 \approx 1352.$$

Это эквивалентно успешным 1352 циклам передачи-приема данных между станциями DAS1 и DAS3.

Выводы

Таким образом, за счёт непрерывного мониторинга под управлением протокола SMT практически осуществляется контроль и восстановление системы в работоспособное состояние после каждого цикла передачи. Это позволяет получить среднее число циклов успешной передачи-приёма, многократно превышающее значения аналогичного параметра в двух предыдущих случаях (табл. 1).

Таблица 1

Сравнение результатов приведенных трех случаев

Варианты	Сеть без избыточности	Сеть с избыточностью	
		Без восстановления	С восстановлением после каждого цикла
Среднее число успешных циклов	$1 \cdot 10^3$	$\approx 1,35 \cdot 10^3$	$\approx 1 \cdot 10^9$

Литература

1. Убайдуллаев Р.Р. Волоконно-оптические сети. – М.: ЭКО-ТРЭНДЗ, 1998. – 267 с.
2. Джон Дж.Кемени, Дж. Лори Снелл. Конечные цепи Маркова. – М.: Наука, 1970. – 270 с.
3. Автомян И.О., Вайрадян А.С. и др. Надёжность автоматизированных систем управления. – М.: Высшая школа, 1979. – 286 с.

4. Харченко В.С., Жихарев В.Я., Илюшко В.М., Краснобаев В.А., Куликов П.М., Лысенко И.В., Нечипорук Н.В., Тимонькин Г.М. Основы надёжности цифровых систем. – Х.: НАУ «ХАИ», 2004. – 573 с.

Поступила в редакцию 10.04.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.