

УДК 621.396:681.34

А.В. ТОЦКИЙ

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ В ГАУССОВОМ ШУМЕ, ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ДОПЛЕРОВСКИХ СМЕЩЕНИЯХ ЧАСТОТЫ И ЗАМИРАНИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОМЕНТНЫХ ФУНКЦИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА**

На основе теории статистических решений рассмотрена задача обнаружения детерминированного сигнала, наблюдаемого на фоне помех, с использованием новых тестовых статистик третьего порядка. Предложены разные варианты формирования тестовых статистик обнаружения в виде пиковых значений моментных функций третьего порядка. Выполнен сравнительный анализ показателей обнаружения сигналов с использованием традиционных тестовых статистик второго порядка и предложенных тестовых статистик третьего порядка. Приведены результаты расчетов кривых обнаружения, демонстрирующие преимущества использования статистик третьего порядка по сравнению с традиционными статистиками второго порядка.

Ключевые слова: согласованная фильтрация, отношение правдоподобия, критерий Неймана-Пирсона.

Введение

Метод согласованной фильтрации широко используется на практике в цифровых системах связи [1, 2], радиолокации [3 – 5] и активной гидролокации [6] при решении задач обнаружения детерминированных сигналов известной формы на фоне аддитивной гауссовой помехи. В условиях воздействия аддитивного белого гауссова шума или известной спектральной плотности мощности помехи, необходимой для реализации процедуры «отбеливания», а также при обеспечении синхронизации приемника согласованный фильтр (СФ) является оптимальным устройством. Согласованная фильтрация дает возможность получения максимального отношения сигнал-шум на выходе СФ и, следовательно, обеспечивает минимальную вероятность ошибки обнаружения сигнала. Оптимальная обработка сводится к вычислению и сравнению с порогом простейшей достаточной статистики второго порядка – пикового значения корреляционного интеграла принятого и опорного сигнала, форма и параметры которого точно соответствуют ожидаемому сигналу. Решение о присутствии сигнала в наблюдении принимают с помощью оценки превышения величины отношения правдоподобия фиксированного порога при заданной вероятности ложной тревоги.

Однако принимаемое решение часто сопровождается ошибками. Появление этих ошибок вызвано, во-первых, воздействием гауссова шума, во-вторых, случайным характером задержки сигнала в канале распространения, в-третьих, флуктуациями доплеровского смещения частоты и, в-четвертых,

замираниями сигнала. Данные помехи возникают из-за случайных перемещений радиолокационной цели, искажений формы принимаемого сигнала вследствие многолучевости и неоднородности среды распространения, случайных угловых флуктуаций ориентации диаграммы направленности антенны, а также из-за аппаратурных сбоях в системе синхронизации СФ. Перечисленные помехи достаточно типичны в практике работы гидролокационных и радиолокационных систем и устройств цифровой связи. Следовательно, форма сигнала, поступающего на вход СФ, может быть искажена, и на практике часто возникают ситуации, когда принимаемый сигнал сильно отличается от точной копии излучаемого сигнала, являющегося опорным сигналом в СФ. Поэтому имеет место несоответствие между формой опорного сигнала и искаженной формой сигнала, поступающего на вход СФ, для сравнения с опорным колебанием. В результате этого выход СФ искажен помехой, которая или маскирует пиковое значение выхода СФ, или уменьшает данное пиковое значение, что приводит к росту ошибок и вероятность обнаружения сигнала ухудшается.

Следует подчеркнуть, что случайные задержки (временные сдвиги) сигнала, флуктуации и резкие скачки мгновенной доплеровской частоты, а также спектральная плотность мощности аддитивного гауссова шума часто априорно неизвестны. Поэтому показатели СФ на практике оказываются хуже ожидаемых потенциальных величин.

Цель настоящей статьи заключается в разработке и исследовании подхода к улучшению показателей СФ при воздействии отмеченных помех на

основе использования новых тестовых статистик, формируемых в виде пиковых значений моментных функций третьего порядка.

1. Постановка задачи

Рассмотрим математическую модель аддитивной смеси сигнала и помехи, наблюдаемую на входе СФ. Будем полагать, что дискретный процесс на входе СФ представляет собой последовательность временных отсчетов $\{x^{(m)}(i)\}_{i=0}^{I-1}$, $m = 1, 2, \dots, M$, которая наблюдается в виде серии из M реализаций

$$x^{(m)}(i) = s^{(m)}(i - \tau^{(m)}) + n^{(m)}(i), \quad (1)$$

где $s^{(m)}(i)$ – полезный сигнал, параметры которого могут быть фиксированными или меняться по случайному закону от одной произвольной m -й реализации к другой вследствие влияния выше перечисленных помех; $i = 0, 1, \dots, I-1$ – порядковый номер индекса временного отсчета; величина I соответствует полному интервалу наблюдения одной реализации, равному или большему длительности излучаемого импульса T (T в дискретном представлении равно соответствующему количеству отсчетов); $\tau^{(m)}$ – целочисленное значение смещения (задержки) сигнала, которое меняется по случайному закону от одной наблюдаемой m -й реализации к другой; $n^{(m)}(i)$ – произвольная m -я реализация аддитивного гауссова шума с нулевым средним значением и априорно неизвестными дисперсией и спектральной плотностью.

Процесс (1) наблюдают в практической ситуации, когда, например, последовательность радиоимпульсов или поток битов поступает на вход РЛС или цифровой системы связи соответственно.

Отметим, что форма принимаемого сигнала $s^{(m)}(i)$ в уравнении наблюдения (1) полагается либо неизменной (в этом случае $s^{(m)}(i) = s(i)$, где $s(i)$ – это форма излучаемого сигнала, параметры которого априорно известны и который служит опорным сигналом в СФ), либо частота и амплитуда меняются по случайному закону от одной произвольной m -й реализации к другой. Сигнал и шум в (1) полагаются статистически независимыми.

Процесс $y^{(m)}(i)$, наблюдаемый на выходе СФ, запишем в виде

$$y^{(m)}(i) = \sum_{j=0}^{I-1} x^{(m)}(j)h_{MF}(j, i), \quad (2)$$

где $h_{MF}(j, i) = s(T - i + j)$ – импульсная характеристика СФ; $s(T - i + j)$ – опорный сигнал, форма которого соответствует зеркальному отображению излучаемого сигнала $s(i)$.

Предположим, что моменты времени, соответ-

ствующие началу прихода и концу поступления импульса на вход СФ, неизвестны. Поэтому не представляется возможным точно оценить момент времени, соответствующий концу импульса для достижения максимального энергетического отношения сигнал-шум на выходе СФ.

Напомним, что в обычном СФ [5] величина максимума корреляционного интеграла или пиковое значение процесса (2) оценивается точно в момент времени, соответствующий априорно известному моменту окончания принятого импульса T .

В результате обеспечивается максимальная величина энергетического отношения сигнал-шум на выходе СФ в момент времени, равный T , и, как следствие, достигается максимальная вероятность обнаружения сигнала. Однако при случайных и априорно неизвестных изменениях величины T показатели вероятности обнаружения сигнала в СФ ухудшаются.

Рассмотрим первую предлагаемую тестовую статистику, задаваемую в виде пикового значения выборочной оценки тройной автокорреляционной функции (ТАФ) процесса $y^{(m)}(i)$ (2), наблюдаемого на выходе СФ.

Оценку предлагаемой тестовой статистики $\hat{R}_{y_s}^{(m)}$ для произвольной наблюдаемой m -й реализации (1) запишем в виде

$$\hat{R}_{y_s}^{(m)} = \sum_{i=0}^{I-1} |y^{(m)}(i)|^3. \quad (3)$$

Обратим внимание на то, что в условиях априорной неопределенности в отношении момента прихода принимаемого импульса и момента его окончания, интервал времени формирования тестовой статистики (3) выбирается равным интервалу I наблюдения реализации. Эта величина I отличается от величины T , традиционно используемой в СФ [5].

Воспользуемся хорошо известным в теории обнаружения подходом, основанным на следующей бинарной гипотезе: H_1 (сигнал присутствует) и H_0 (сигнал отсутствует) [5]:

$$\begin{aligned} H_1: x^{(m)}(i) &= s(i - \tau^{(m)}) + n^{(m)}(i); \\ H_0: x^{(m)}(i) &= n^{(m)}(i). \end{aligned} \quad (4)$$

Определим отношение правдоподобия для предлагаемой тестовой статистики (3) с учетом теста бинарной гипотезы (4).

Предположим, что тестовая статистика (3) – это случайная величина, плотность вероятности которой асимптотически (при числе наблюдаемых реализаций $M \rightarrow \infty$) стремится к нормальному закону. С учетом данного предположения условные плотности вероятности, соответствующие присутствию $p(\hat{R}_{y_s} | H_1)$ и отсутствию $p(\hat{R}_{y_s} | H_0)$ сигнала

могут быть соответственно записаны как

$$p(\hat{R}_{y_s} | H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(\hat{R}_{y_s})}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{R}_{y_s}^{(m)} - \bar{R}_{y_s}}{\sigma(\hat{R}_{y_s})} \right)^2}; \quad (5)$$

$$p(\hat{R}_{y_s} | H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(\hat{R}_{y_n})}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{R}_{y_s}^{(m)} - \bar{R}_{y_n}}{\sigma(\hat{R}_{y_n})} \right)^2}, \quad (6)$$

где $\bar{R}_{y_s} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} |y^{(m)}(i)|^3$ – пиковое значение ТАФ, соответствующее гипотезе присутствия сигнала; $\bar{R}_{y_n} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} |y_n^{(m)}(i)|^3$ – пиковое значение ТАФ, соответствующее гипотезе отсутствия сигнала на входе СФ;

$$\sigma^2(\hat{R}_{y_s}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [\hat{R}_{y_s}^{(m)} - \bar{R}_{y_s}]^2 \quad \text{– дисперсия,}$$

оцениваемая при поступлении на вход СФ аддитивной смеси сигнала и гауссова шума;

$$\sigma^2(\hat{R}_{y_n}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [\hat{R}_{y_n}^{(m)} - \bar{R}_{y_n}]^2 \quad \text{– дисперсия,}$$

оцениваемая при поступлении гауссова шума (сигнал отсутствует в наблюдении);

$$\hat{R}_{y_n}^{(m)} = \sum_{i=0}^{I-1} |y_n^{(m)}(i)|^3 = \sum_{i=0}^{I-1} \left| \sum_{j=0}^{I-1} n^{(m)}(j) s(I-i+j) \right|^3$$

– пиковое значение энергии ТАФ, оцениваемое в случае отсутствия сигнала на входе СФ.

Отношение правдоподобия с учетом выражений для условных плотностей вероятности (5) и (6) для предлагаемой тестовой статистики третьего порядка (3) запишем в следующем виде

$$\frac{p(\hat{R}_{y_s} | H_1)}{p(\hat{R}_{y_s} | H_0)} \underset{H_0}{>} \underset{H_1}{L_R}, \quad (7)$$

где L_R – порог, величина которого выбирается согласно критерию Неймана-Пирсона при заданной величине вероятности ложной тревоги P_{FA} .

Подставив в (7) выражения для условных плотностей вероятности (5) и (6) и выполнив несложные преобразования, имеем

$$\frac{(\hat{R}_{y_s}^{(m)} - \bar{R}_{y_n})^2}{\sigma^2(\hat{R}_{y_n})} \underset{H_0}{>} \underset{H_1}{L_R^2} \frac{\sigma^2(\hat{R}_{y_s})}{\sigma^2(\hat{R}_{y_n})}. \quad (8)$$

Для сравнительного анализа показателей обнаружения с использованием предлагаемой тестовой

статистики с известным подходом ниже рассмотрим тестовую статистику второго порядка – пиковое значения выхода (2) СФ.

Для обозначения величин, соответствующих тестовой статистике второго порядка, в отличие от статистики третьего порядка (3) введем символ g . Тестовую статистику второго порядка обнаружения сигнала запишем как

$$\hat{r}_{y_s}^{(m)} = \sum_{i=0}^{I-1} \left\{ \sum_{j=0}^{I-1} [s(j) + n^{(m)}(j)] s(I-i+j) \right\}^2. \quad (9)$$

Статистика (9) представляет собой пиковое значение выборочной, т.е. рассчитываемой для m -й наблюдаемой реализации, оценки дискретной автокорреляционной функции.

Выражения для условных плотностей вероятности, соответствующих присутствию $p(\hat{r}_{y_s} | H_1)$ и отсутствию $p(\hat{r}_{y_s} | H_0)$ сигнала на входе СФ запишем в следующем виде

$$p(\hat{r}_{y_s} | H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(\hat{r}_{y_s})}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{r}_{y_s}^{(m)} - \bar{r}_{y_s}}{\sigma(\hat{r}_{y_s})} \right)^2}; \quad (10)$$

$$p(\hat{r}_{y_s} | H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(\hat{r}_{y_n})}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{r}_{y_s}^{(m)} - \bar{r}_{y_n}}{\sigma(\hat{r}_{y_n})} \right)^2}, \quad (11)$$

где $\bar{r}_{y_s} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} |y^{(m)}(i)|^2$ – пиковое значение

автокорреляционной функции, рассчитываемое при условии поступления сигнала на вход СФ;

$$\hat{r}_{y_n}^{(m)} = \sum_{i=0}^{I-1} \left[\sum_{j=0}^{I-1} n^{(m)}(j) s(I-i+j) \right]^2 \quad \text{– пиковое зна-}$$

чение автокорреляционной функции, рассчитываемое при условии отсутствия сигнала на входе СФ;

$$\bar{r}_{y_n} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{I-1} [n^{(m)}(j) s(I-i+j)]^2 \quad \text{– средне-}$$

квадратичное значение, оцениваемое с помощью усреднения по ансамблю из M реализаций при условии отсутствия сигнала на входе СФ;

$$\sigma^2(\hat{r}_{y_s}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} \left\{ \sum_{j=0}^{I-1} [s(j) + n^{(m)}(j)] s(I-i+j) \right\}^2 - \bar{r}_{y_s}^2$$

– дисперсия тестовой статистики второго порядка, оцениваемая при поступлении на вход СФ аддитивной смеси полезного сигнала и шума;

$$\sigma^2(\hat{r}_{y_n}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{I-1} [n^{(m)}(j) s(I-i+j)]^2 - \bar{r}_{y_n}^2$$

– дисперсия оценки статистики второго порядка,

рассчитываемая при условии отсутствия полезного сигнала на входе СФ.

Отношение правдоподобия для тестовой статистики второго порядка (9) представим в виде следующего условия

$$\frac{p(\hat{r}_{y_s} | H_1)}{p(\hat{r}_{y_s} | H_0)} >_{H_1} L_r, \quad (12)$$

где L_r – порог, величина которого выбирается в соответствии с критерием Неймана-Пирсона при заданной вероятности ложной тревоги P_{FA} .

После подстановки в (12) условных плотностей вероятности (10) и (11) и несложных преобразований получим отношение правдоподобия в виде:

$$\frac{(\hat{r}_{y_s}^{(m)} - \bar{r}_{y_n})^2}{\sigma^2(\hat{r}_{y_n})} >_{H_1} \ln \left[L_r^2 \frac{\sigma^2(\hat{r}_{y_s})}{\sigma^2(\hat{r}_{y_n})} \right], \quad (13)$$

Важную роль при расчетах вероятности обнаружения сигнала играет величина порога в формулах (8) и (13). Значения порога L_R в (8) и порога L_r в (13) при заданной вероятности ложной тревоги P_{FA} можно рассчитать, используя приведенные ниже формулы:

$$L_R = \sqrt{2} \sigma(\hat{R}_{y_n}) \operatorname{erf}^{-1}(2(1 - P_a) - 1), \quad (14)$$

$$L_r = \sqrt{2} \sigma(\hat{r}_{y_n}) \operatorname{erf}^{-1}(2(1 - P_a) - 1), \quad (15)$$

где $\operatorname{erf}^{-1}(\dots)$ – функция, обратная функции ошибок

$$\operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) = 2\Phi(x) - 1, \text{ и } \Phi(x) = \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Ниже рассмотрим еще два предлагаемых подхода к решению задачи обнаружения сигнала с использованием новых тестовых статистик третьего порядка, формируемых в виде пиковых значений выборочных оценок кросс- и автокорреляционной функций третьего порядка.

Введем в рассмотрение следующую выборочную оценку кросс-корреляционной функции третьего порядка (ККФТП) $Y^{(m)}(k, i)$:

$$Y^{(m)}(i, k) = \sum_{j=0}^{I-1} x^{(m)}(j) x^{(m)}(j-i) h_0(j-k-T), \quad (16)$$

где $h_0(j-k-T) = s(j-k)$ – отклик СФ на импульсное воздействие; i и k – независимые индексы сдвигов. Величина T соответствует моменту времени, когда сигнал полностью «вошел» в СФ.

Пиковое значение энергии ККФТП $Y_s^{(m)}$, рассчитанное в начале координат т.е при $i = k = 0$ как

$$Y_s^{(m)}(0, 0) = Y_s^{(m)} = \sum_{j=0}^{I-1} |x^{(m)}(j)^2 s(j)|, \quad (17)$$

предлагается использовать в качестве новой тестовой статистики.

Обратим внимание на различие предложенных тестовых статистик третьего порядка (3) и (17). Тестовая статистика (17) – это сумма модульного значения квадрата смеси полезного сигнала и шума, взвешенная с помощью опорного сигнала $s(i)$ априорно известной формы и генерируемого в СФ. Отметим, что для тестовой статистики (17) мы полагаем, что в отличие от тестовой статистики (3), момент начала и конца принимаемого на входе СФ импульса априорно известны подобно традиционному согласованному фильтру (2). Поэтому, следует ожидать максимума энергетического отношения ККФТП и шума в момент времени окончания принятого импульса.

Логарифмическое отношение правдоподобия для предлагаемой тестовой статистики (17) равно

$$\frac{(Y_s^{(m)} - \bar{Y}_n)^2}{\sigma^2(Y_n)} >_{H_1} \ln \left[L_Y^2 \frac{\sigma^2(Y_s)}{\sigma^2(Y_n)} \right], \quad (18)$$

где L_Y – порог, величину которого выбирают по критерию Неймана-Пирсона при заданной величине вероятности ложной тревоги P_{FA} ;

$$\bar{Y}_n = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{j=0}^{I-1} |n^{(m)}(j)|^2 s(T+j);$$

$$\bar{Y}_s = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{j=0}^{I-1} |x^{(m)}(j)|^2 s(T+j);$$

$$Y_n^{(m)} = \sum_{j=0}^{I-1} |n^{(m)}(j)|^2 s(T+j);$$

$$\sigma^2(Y_s) = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M [Y_s^{(m)} - \bar{Y}_s]^2;$$

$$\sigma^2(Y_n) = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M [Y_n^{(m)} - \bar{Y}_n]^2.$$

Рассмотрим третью предлагаемую тестовую статистику, формируемую в виде оценки пикового значения автокорреляционной функции третьего порядка $X_s^{(m)}$:

$$X_s^{(m)}(0, 0) = X_s^{(m)} = \sum_{i=0}^{I-1} |x^{(m)}(i)|^3. \quad (19)$$

Отличительная особенность тестовой статистики (19) по отношению к тестовым статистикам (3) и (17) заключается в том, что при расчете статистики (19) совсем не используется опорный сигнал $s(i)$. Поэтому, тестовую статистику обнаружения сигнала (19) можно рассматривать как пиковое значение ТАФ аддитивной смеси полезного сигнала и шума. Следовательно, в отличие от статистики (17), при оценке статистики (19) не требуется априорно знать

момент прихода и окончания импульса на входе СФ. Сразу, однако, следует сделать важную оговорку о том, что предлагаемая тестовая статистика (19) пригодна для использования только в специфических ситуациях, когда ожидается прием именно одного конкретного сигнала с неизвестными параметрами, а не какого-то другого сигнала. Данная ситуация типична для пассивных радиолокационных и гидролокационных систем, когда не представляется возможным генерирование опорного сигнала в согласованном фильтре.

Запишем логарифмическое отношение правдоподобия для статистики (19) в следующем виде

$$\frac{(X_s^{(m)} - \bar{X}_n)^2}{\sigma^2(X_n)} - \frac{(X_s^{(m)} - \bar{X}_s)^2}{\sigma^2(X_s)} \underset{H_0}{>} \underset{H_1}{<} \ln \left[L_X^2 \frac{\sigma^2(X_s)}{\sigma^2(X_n)} \right], \quad (20)$$

где L_X – порог, величина которого задана согласно критерия Неймана-Пирсона при фиксированной вероятности ложной тревоги P_{FA} ;

$$\begin{aligned} \bar{X}_n &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} |n^{(m)}(i)|^3 \\ \bar{X}_s &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} |x^{(m)}(i)|^3; \\ X_n^{(m)} &= \sum_{i=0}^{I-1} |n^{(m)}(i)|^3; \\ \sigma^2(X_s) &= \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M [X_s^{(m)} - \bar{X}_s]^2; \\ \sigma^2(X_n) &= \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M [X_n^{(m)} - \bar{X}_n]^2. \end{aligned}$$

Перейдем к сравнительному анализу показателей обнаружения с использованием трех предлагаемых тестовых статистик.

2. Результаты эксперимента

При статистическом компьютерном моделировании рассматривались следующие четыре типа тестовых сигналов:

- S_1 – радиоимпульс прямоугольной формы $s_1(i) = A_{radio} \cos(2\pi fi)$ амплитуды A_{radio} (безразмерная амплитуда задана единицами уровней квантования), длительности T (длительность импульса задана в единицах отсчетов) и частоты f Hz;
- S_2 – одиночный видеоимпульс прямоугольной формы амплитуды A_{video} и ширины T ;
- S_3 – ЛЧМ импульс $s_3(i) = A_{LFM} \cos[2\pi(f_{min} + \beta i)i]$, $\beta = (f_{max} - f_{min})/I$;
- S_4 – два импульса треугольной формы с ам-

плитудами $A1_{triangle}$ и $A2_{triangle}$, длительностями T_1 и T_2 и разнесом импульсов Δt . Этот сигнал соответствует простейшей модели дальностного профиля воздушной цели [3], наблюдаемой в РЛС с высоким разрешением по дальности.

Расчет вероятностей обнаружения сигнала проводился в условиях воздействия разных типов помех, встречающихся в системах цифровой связи и радиолокации.

Во-первых, в соответствии с уравнением наблюдения (1) принимаемый сигнал может подвергаться сдвигам на случайную величину $\pm \tau^{(m)}$, которая по случайному закону меняется от одной произвольной реализации к другой. При численном моделировании использовался равномерный закон распределения с максимальной девиацией сдвига сигнала, равной $\pm \Delta_\tau$.

Во-вторых, из-за случайных перемещений цели в радиолокационном эхо-сигнале возникает случайный сдвиг доплеровской частоты. Для моделирования этого типа помехи вводился случайный сдвиг частоты с равномерным законом распределения и максимальной девиацией, равной $\pm \delta f_m$.

В-третьих, рассматривалась модель помехи, соответствующая замираниям сигнала, наблюдаемым в системах радиолокации и цифровой связи. Для моделирования замираний амплитуды сигналов A_{radio} , A_{video} , A_{LFM} , $A1_{triangle}$ и $A2_{triangle}$ менялись по случайному закону с равномерным законом распределения от одной наблюдаемой реализации к другой.

Отношение сигнал-шум на входе СФ равно

$$SNR = 10 \lg \left(\frac{P_s}{\sigma_n^2} \right), \quad (21)$$

где $P_s = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{T-1} |s(i)|^2$ – мощность сигнала; T – дли-

тельность сигнала; σ_n^2 – дисперсия шума.

Сравнительный анализ показателей обнаружения с использованием предлагаемых тестовых статистик выполним на основе расчетов кривых обнаружения – зависимостей вероятности обнаружения (ниже на графиках эта величина обозначена Probability of detection) от входного отношения сигнал-шум (на графиках – SNR). Для различения тестовых статистик введены обозначения: 2-order TS (9) (тестовая статистика второго порядка (9)); 3-order TS (3) (тестовая статистика третьего порядка (3)); 3-order TS (17) (тестовая статистика третьего порядка (17)); 3-order TS (19) (тестовая статистика третьего порядка (19)).

Пример 1. Кривые обнаружения, рассчитанные для тестовой статистики третьего порядка (3) и стандартной тестовой статистики второго порядка

(9) при объеме выборки, равном $M = 1000$ реализаций, и при длительности интервала наблюдения $I = 256$ отсчетов приведены на рис. 1 для четырех выше упомянутых видов тестовых сигналов.

Анализ кривых обнаружения на рис. 1, а – г позволяет сделать следующие выводы.

– Использование предлагаемой тестовой статистики (3) позволяет улучшить показатели обнаружения по сравнению с обычной тестовой статистикой (9), применяемой в стандартном СФ.

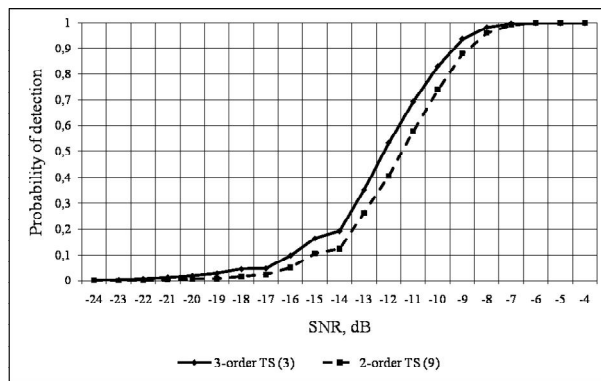
– Вероятность обнаружения при использовании статистики третьего порядка не чувствительна к случайным сдвигам сигнала, поступающего на СФ.

– Кривые обнаружения, рассчитанные для тестовой статистики третьего (3) и второго (9) порядка, очень близки друг к другу на рис. 1, а для радиоимпульса без случайного сдвига. При отсутствии случайного сдвига сигнала на входе СФ предлагаемая статистика не дает практически никакого выигрыша.

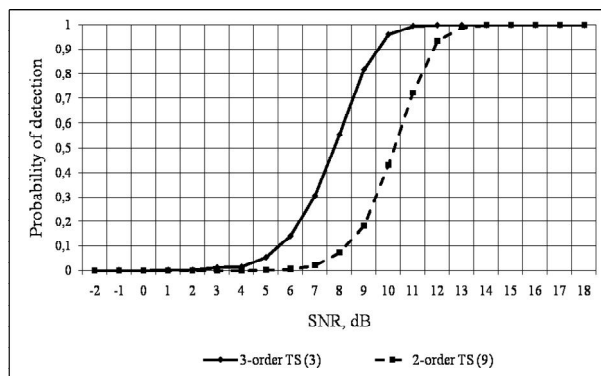
– Как видно из рис. 1, б, вероятность обнаружения стремится к единице при отношении сигнал-шум, равном $SNR = 11\text{dB}$ для предлагаемой статистики третьего порядка (3) и при $SNR = 14\text{dB}$ для стандартной статистики второго порядка (9) для видеоимпульса со случайными сдвигами. Следовательно, выигрыш, обеспечиваемый при использовании тестовой статистики третьего порядка в этом случае равен 3dB .

– Подобного рода выигрыш при использовании предлагаемого подхода наблюдается и на рис. 1, в, но при меньшем, чем в предыдущем случае отношении сигнал-шум: вероятность обнаружения стремится к единице при отношении сигнал-шум, равном $SNR = -2\text{dB}$ для предлагаемой тестовой статистики (3) и $SNR = 1\text{dB}$ для стандартной тестовой статистики (9). В отличие от примера с радиоимпульсом (без случайного сдвига) в случае обнаружения ЛЧМ сигнала тестовая статистика третьего порядка обеспечивает выигрыш, равный приблизительно 3dB .

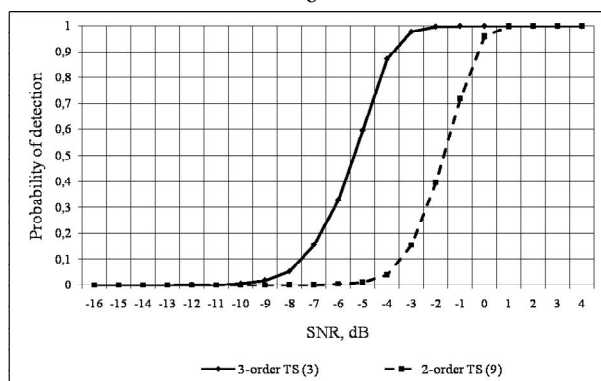
– На рис. 1, г вероятность обнаружения для предлагаемой тестовой статистики (3) стремится к единице при $SNR = 5\text{dB}$ и при $SNR = 7\text{dB}$ для стандартной тестовой статистики (9). Следовательно, предлагаемая тестовая статистика обеспечивает выигрыш по сравнению с традиционным СФ, равный приблизительно 2dB . Данный выигрыш обеспечивается благодаря помехоустойчивым свойствам корреляционной функции третьего порядка [7]. Отметим, что улучшение показателей обнаружения согласованного фильтра достигнуто при малых величинах входного отношения сигнал-шум.



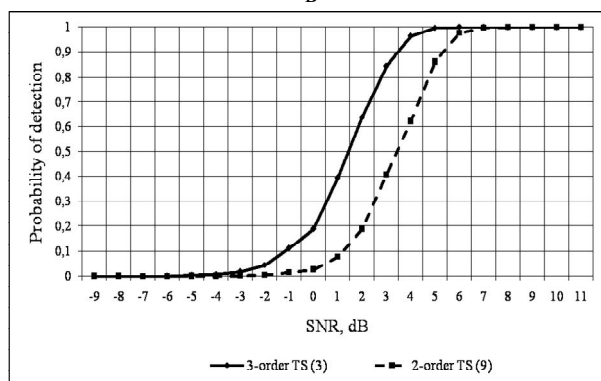
а



б

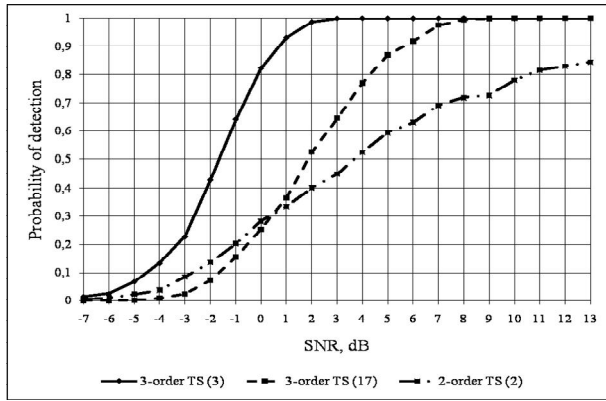


в

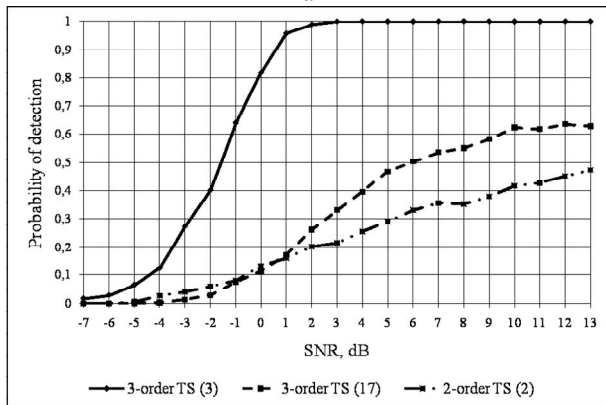


г

Рис. 1. Кривые обнаружения: (а) сигнал S_1 : $A_{\text{radio}} = 4$, $T = I = 256$, $f = 4000\text{ Hz}$, $\Delta\tau = 0$; (б) S_2 : $A_{\text{video}} = 10$, $T = 6$ отсчетов, $\Delta\tau = 11$ отсчетов; (в) S_3 : $A_{\text{LFM}} = 4$, $T = I = 256$, $f_{\text{min}} = 10\text{ Hz}$ и $f_{\text{max}} = 4000\text{ Hz}$, $\Delta\tau = 0$; (г) S_4 : $A_{1\text{triangle}} = 5$ и $A_{2\text{triangle}} = 10$, $T_1 = T_2 = 9$ отсчетов, $\Delta t = 7$ отсчетов, $\Delta\tau = 30$ отсчетов

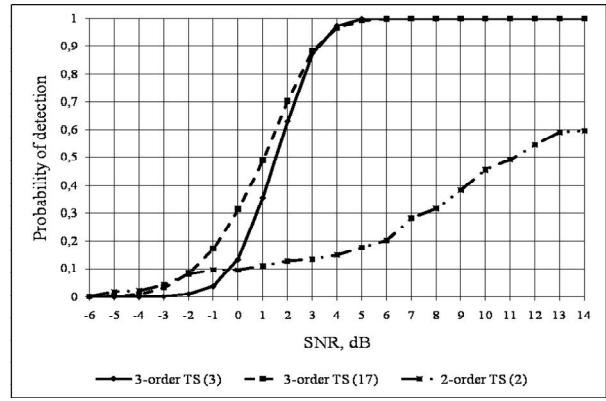


а

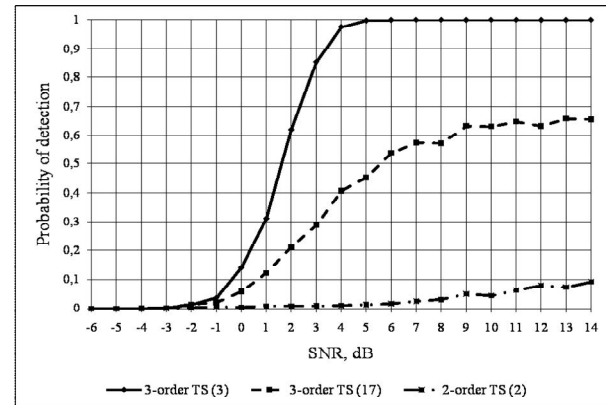


б

Рис. 2. Сигнал S₁: A_{radio} = 3, T = 33 отсчета, f = 8000 Hz: (а) Δτ = 25 отсчетов; (б) Δτ = 50 отсчетов

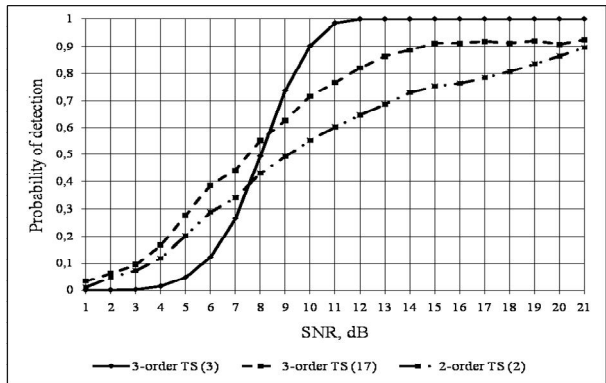


а

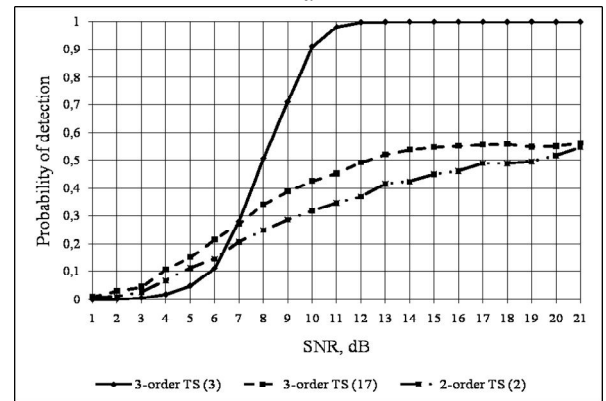


б

Рис. 4. Сигнал S₃: A_{LFM} = 3; f_{min} = 10 Hz; f_{max} = 8000 Hz, T = 33; (а) Δτ = 5; (б) Δτ = 50 отсчетов

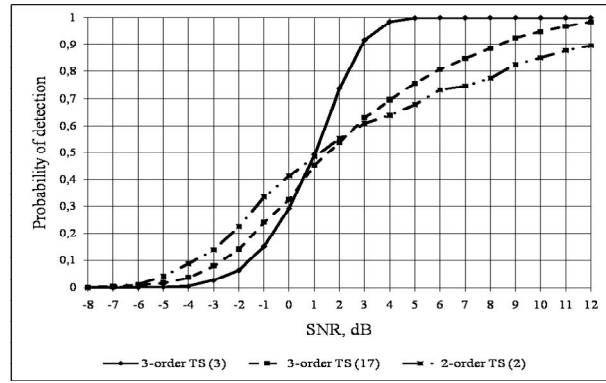


а

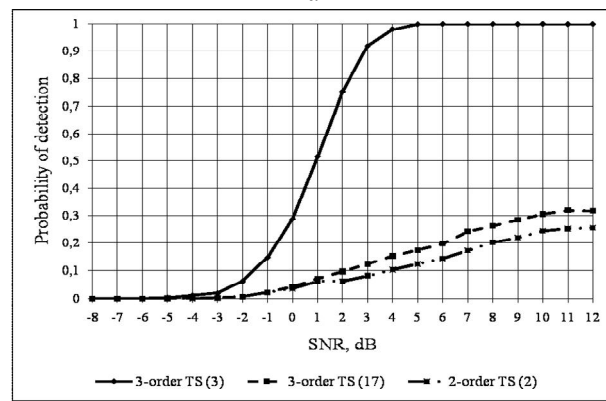


б

Рис. 3. Сигнал S₂: A_{video} = 6, T = 6 отсчетов; (а) Δτ = 6 отсчетов; (б) Δτ = 10 отсчетов



а



б

Рис. 5. Сигнал S₄: A_{1 triangle} = 5 и A_{2 triangle} = 10; T₁ = T₂ = 9, Δt = 7; (а) Δτ = 6; (б) Δτ = 50 отсчетов

Пример 2. Рассмотрим кривые обнаружения, рассчитанные для предлагаемой тестовой статистики вида (17) и представленные на рис. 2 – 5.

Анализ поведения кривых обнаружения, представленных на рис. 2 – 5, дает возможность отметить следующее.

– В отличие от тестовой статистики (3), инвариантной к случайным сдвигам сигнала, тестовая статистика (17), так же как и тестовая статистика (2), зависит от случайных сдвигов сигнала. Отметим, что поведение кривой обнаружения зависит от формы сигнала.

– Как следует из рис. 2 – 5, даже если вероятность обнаружения сигнала для статистики третьего порядка (17) становится хуже при увеличении девиации Δ_τ , показатели обнаружения с использованием предлагаемой статистики отличаются более устойчивым поведением по сравнению со стандартной статистикой второго порядка. Данная устойчивость объясняется свойством инвариантности моментных функций третьего порядка по отношению к сдвигу сигнала [7]. Однако следует отметить, что это свойство инвариантности срабатывает при относительно небольших девиациях Δ_τ (см. рис. 2, а – 5, а). При увеличении девиации Δ_τ , как следует из рис. 2, б – 5, б, показатели обнаружения сигнала ухудшаются.

– При больших девиациях случайного сдвига сигнала Δ_τ представляется целесообразным использовать тестовую статистику (3), которая более устойчива по сравнению как со стандартной тестовой статистикой второго порядка (2), так и со статистикой обнаружения сигнала третьего порядка (17).

Пример 3. Анализ показателей обнаружения для предлагаемых тестовых статистик (3) и (19) выполним с помощью графиков, представленных на рис. 6 – 9.

Анализ кривых обнаружения, демонстрируемых на рис. 6 – 9, показывает, что обе предлагаемые тестовые статистики третьего порядка (3) и (19) обеспечивают устойчивость к воздействию случайных сдвигов сигнала. Вероятность обнаружения сигнала в обычном СФ значительно ухудшается под воздействием случайных сдвигов сигнала. Сравнение между собой показателей обнаружения сигнала с использованием тестовых статистик третьего порядка вида (3) и (19) показывает, что показатели первой из них лучше по отношению ко второй. Показатели обнаружения сигнала с применением тестовой статистики (3) по сравнению со статистикой (19) зависят от формы принимаемого сигнала, и их можно оценить численно, лежащими в пределах выигрыша в отношении сигнал-шум от SNR = 4 dB (см. кривые обнаружения на рис. 6, рассчитанные для радиоимпульса) до SNR = 2 dB (см. кривые обнаружения на рис. 7, рассчитанные для видеоим-

пульса). Сравнение кривых обнаружения на рис. 6 – 9 для тестовой статистики (19) с соответствующими кривыми обнаружения на рис. 2 – 5 для тестовой статистики (17) показывает, что обнаружение сигнала с применением тестовой статистики (19) существенно более устойчиво к воздействию случайного сдвига сигнала по сравнению со статистикой (17).

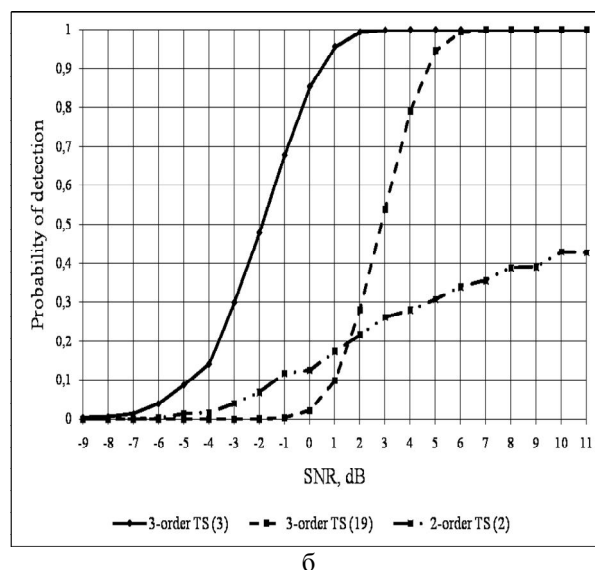
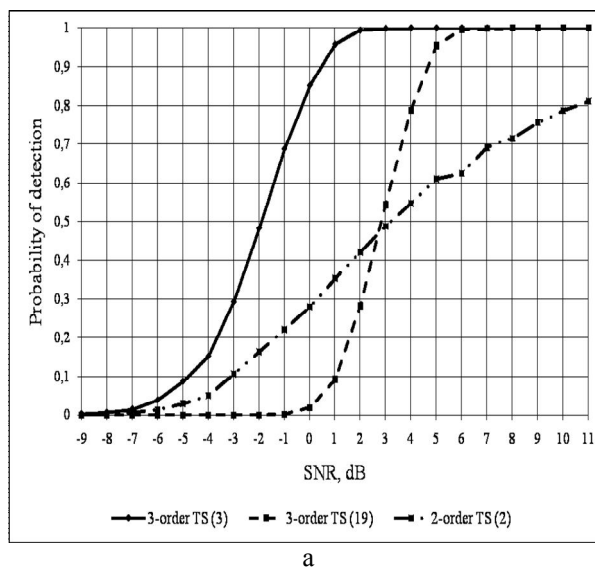
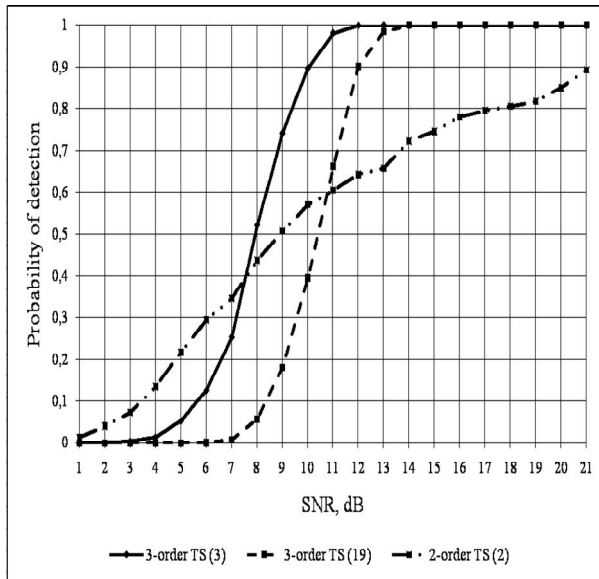


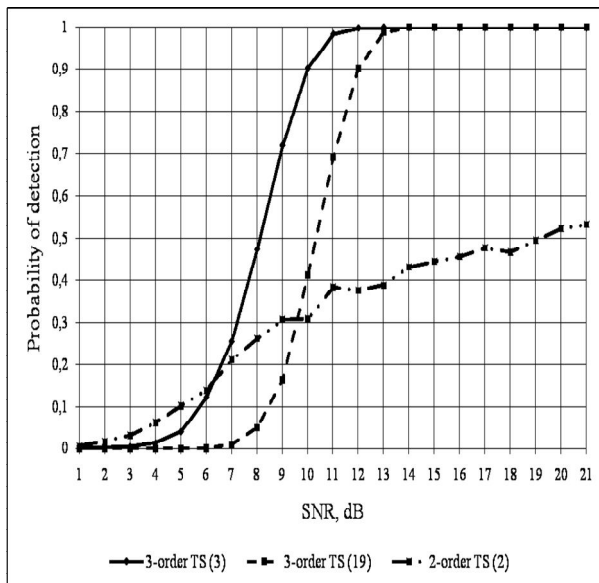
Рис. 6. Сигнал S_1 : $A_{\text{radio}} = 3$, $T = 33$ отсчета, $f = 8000$ Hz; (а) $\Delta_\tau = 25$; (б) $\Delta_\tau = 50$ отсчетов

Пример 4. Рассмотрим показатели обнаружения сигнала при воздействии помехи в виде случайных доплеровских частотных сдвигов и случайных флуктуаций амплитуды принимаемого сигнала. На рис. 10 – 17 приведены результаты компьютерного моделирования, выполненные с использованием предлагаемых тестовых статистик третьего порядка (3) и (19), а для сравнения проведены численные расчеты кривых обнаружения с использованием традиционной статистики второго порядка (2).

Хорошо видно из рис. 10 – 13, что случайные изменения доплеровского смещения частоты приводят в целом к ухудшению вероятности обнаружения сигнала.



a



б

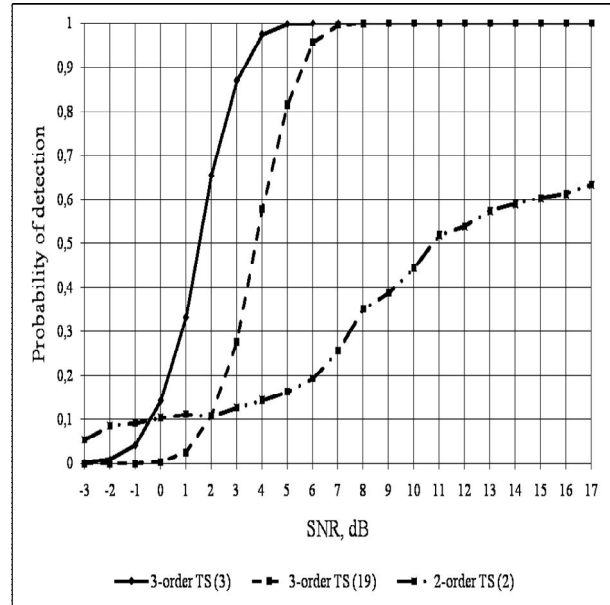
Рис. 7. Сигнал S_2 : $A_{\text{video}} = 6$, $T = 6$ отсчетов;
(а) $\Delta_\tau = 6$; (б) $\Delta_\tau = 10$ отсчетов

Однако полученные результаты демонстрируют зависимость вероятности обнаружения сигнала от вида тестовой статистики и формы сигнала.

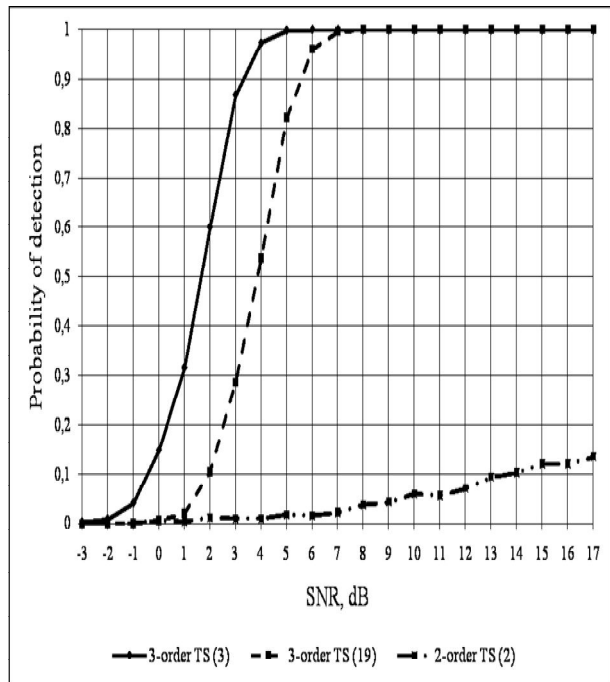
Для радиоимпульса вероятность обнаружения с использованием тестовых статистик третьего порядка (3) и (17) стремится к единице при отношении сигнал-шум, равном $\text{SNR} = 3$ dB. Тестовая статистика второго порядка обеспечивает единичную вероятность обнаружения при $\text{SNR} = 6$ dB для девиации случайного доплеровского сдвига частоты, равного

$\delta f_m = 50$ Hz (см. рис. 10, а).

С ростом девиации частоты до величины $\delta f_m = 100$ Hz вероятность обнаружения с применением тестовых статистик третьего порядка (3) и (17) падает, достигая единицы при $\text{SNR} = 4$ dB. Однако, в то же самое время, вероятность обнаружения с использованием стандартной статистики второго порядка не достигает единичного значения даже при большом отношении сигнал-шум, равном 10 dB (см. рис. 10, б).

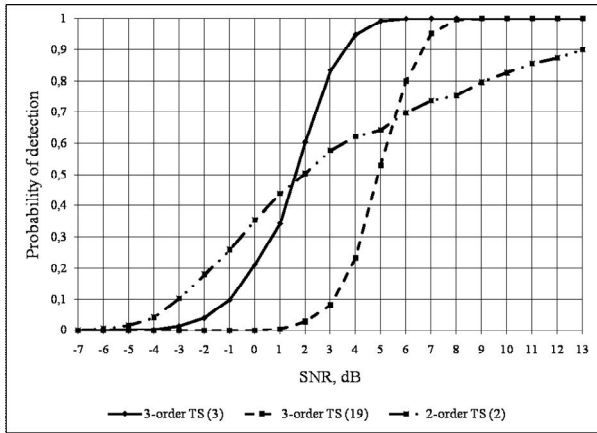


a

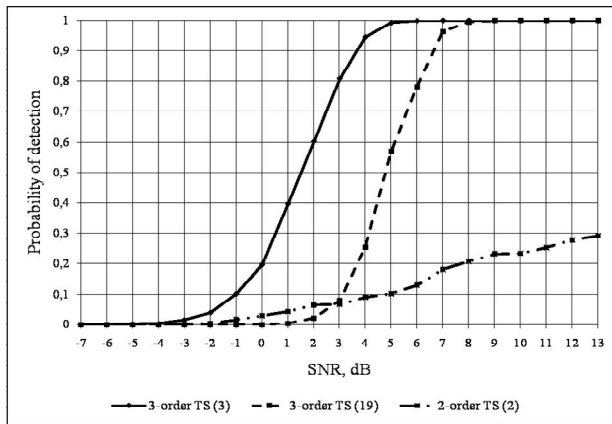


б

Рис. 8. Сигнал S_3 : $A_{\text{LFM}} = 3$; $f_{\text{min}} = 10$ Hz;
 $f_{\text{max}} = 8000$ Hz, $T = 33$; (а) $\Delta_\tau = 5$; (б) $\Delta_\tau = 50$ отсчетов

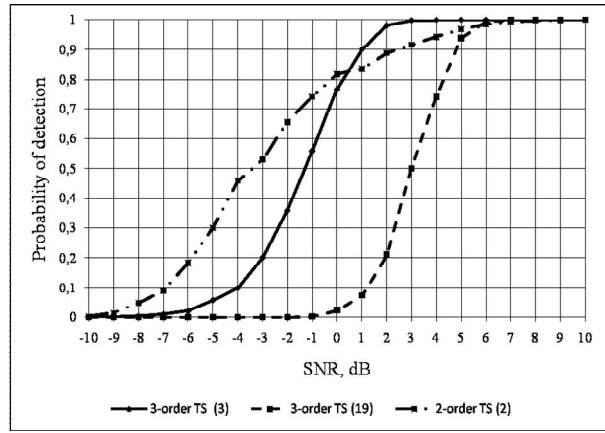


а

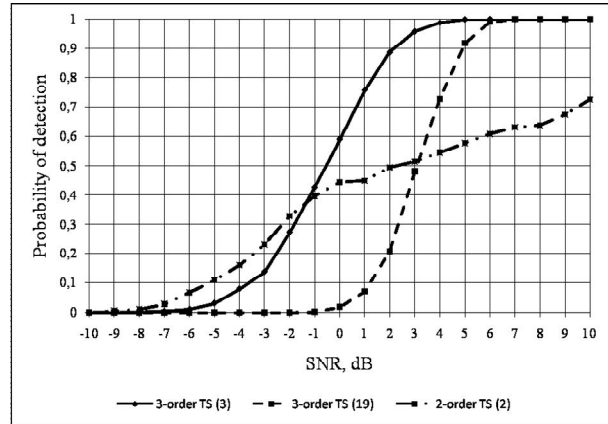


б

Рис. 9. Сигнал S_4 : $A_{1 \text{ triangle}} = 5$, $A_{2 \text{ triangle}} = 10$; $T_1 = T_2 = 9$, $\Delta t = 7$; (а) $\Delta \tau = 6$; (б) $\Delta \tau = 50$ отсчетов

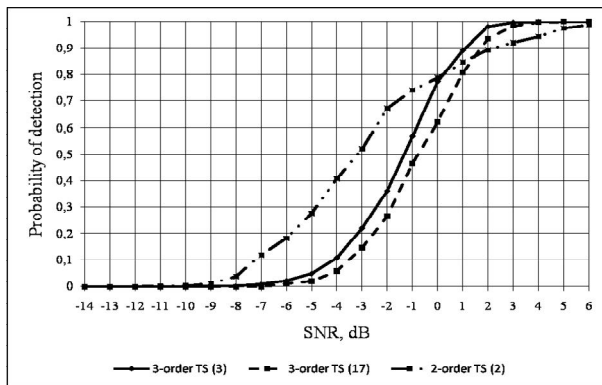


а

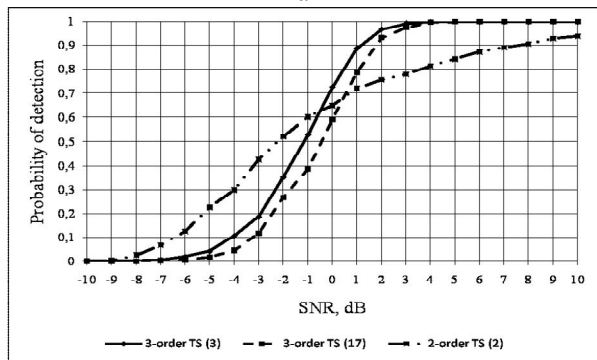


б

Рис. 11. Сигнал S_1 : $A_{\text{radio}} = 3$, $T = 33$ отсчета, $f = 8000$ Hz; (а) $\delta f_m = 80$ Hz; (б) $\delta f_m = 150$ Hz

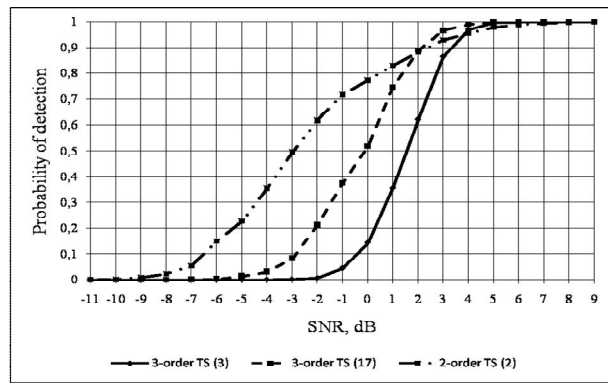


а

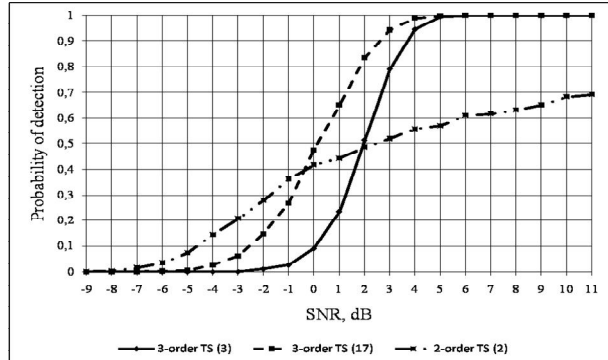


б

Рис. 10. Сигнал S_1 : $A_{\text{radio}} = 3$, $T = 33$, $f = 8000$ Hz; (а) $\delta f_m = 50$ Hz; (б) $\delta f_m = 100$ Hz

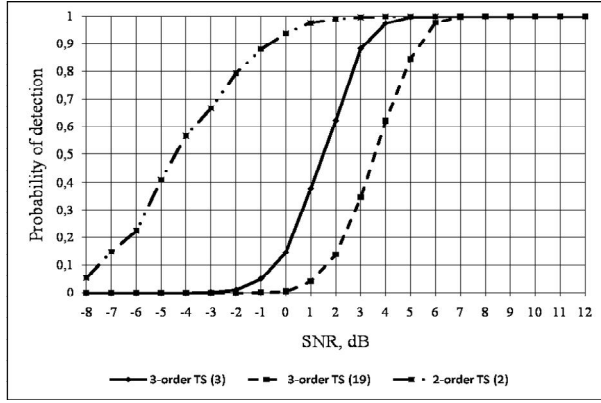


а

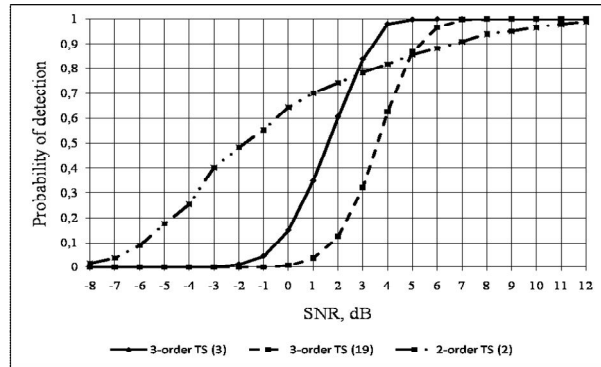


б

Рис. 12. Сигнал S_3 : $A_{\text{LFM}} = 3$; $f_{\text{min}} = 10$ Hz; $f_{\text{max}} = 8000$ Hz, $T = 33$ отсчета; $\delta f_m = 80$ Hz; (а) $\delta f_m = 80$ Hz; (б) $\delta f_m = 150$ Hz

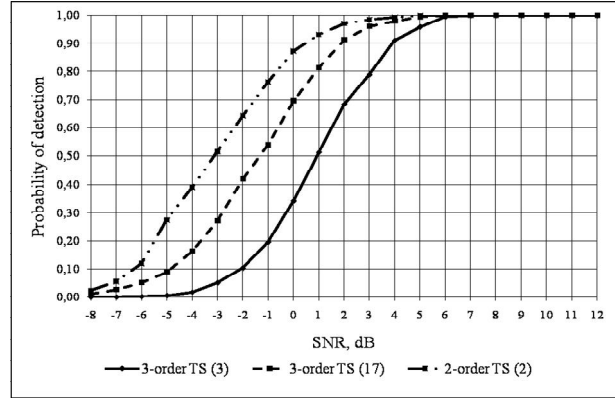


а

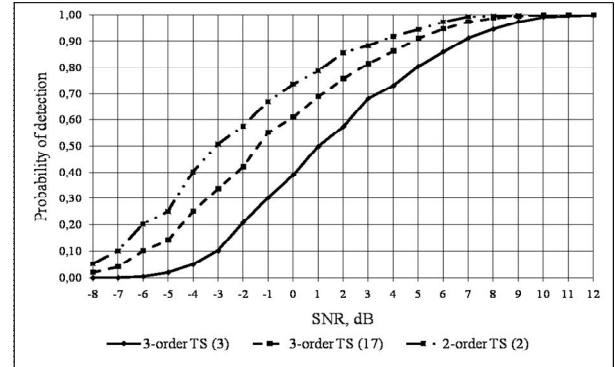


б

Рис. 13. Сигнал S₃: A_{LFM} = 3; f_{min} = 10 Hz; f_{max} = 8000 Hz, T = 33; δf_m = 50 Hz; (б) δf_m = 100 Hz

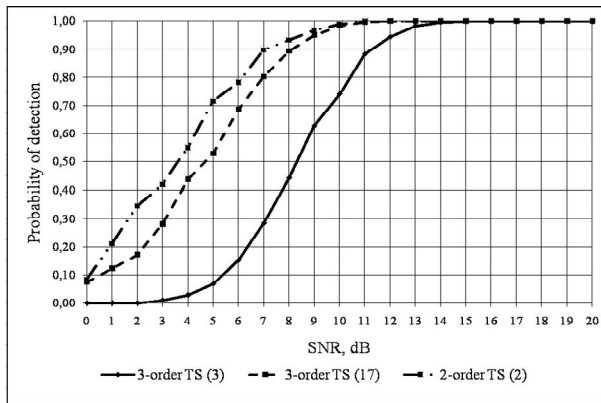


а

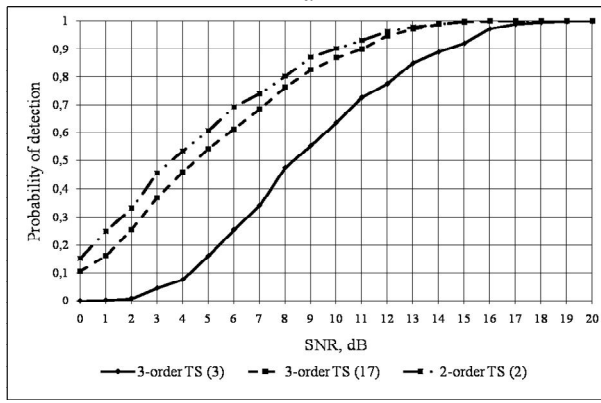


б

Рис. 15. Сигнал S₄: A_{1 triangle} = 5 и A_{2 triangle} = 10; T₁ = T₂ = 9 отсчетов, Δt = 7 отсчетов. Флуктуации амплитуды сигнала: а – 30%; б – 60%

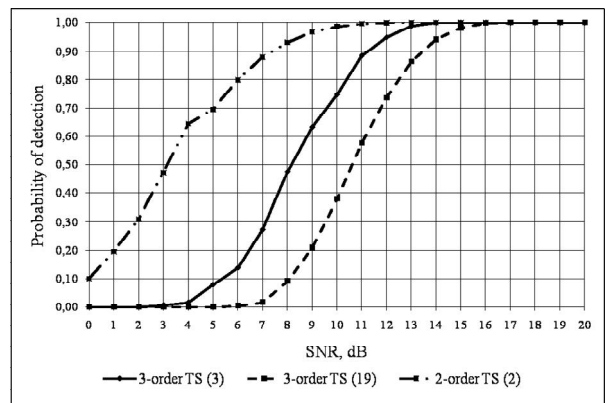


а

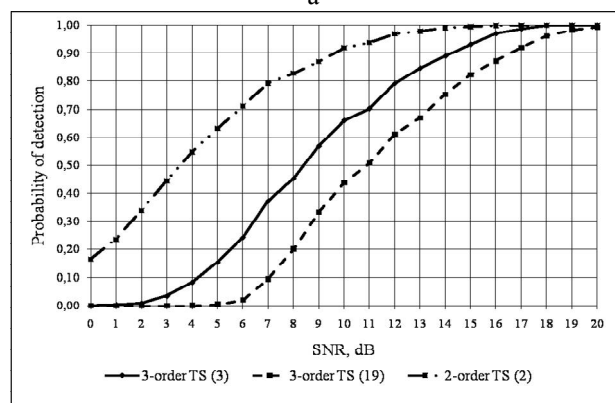


б

Рис. 14. Сигнал S₂: A_{video} = 6, T = 6 отсчетов. Флуктуации амплитуды сигнала: а – 30%; б – 60%

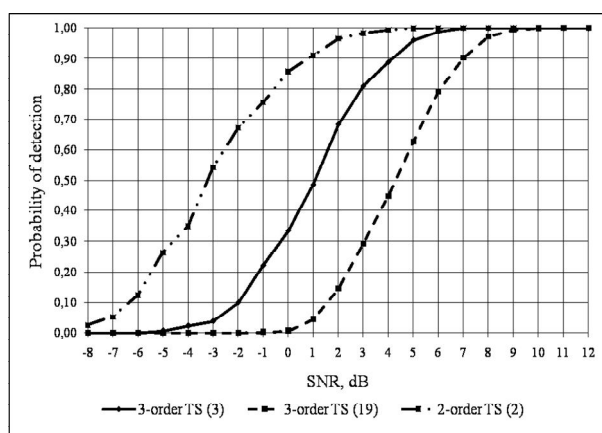


а

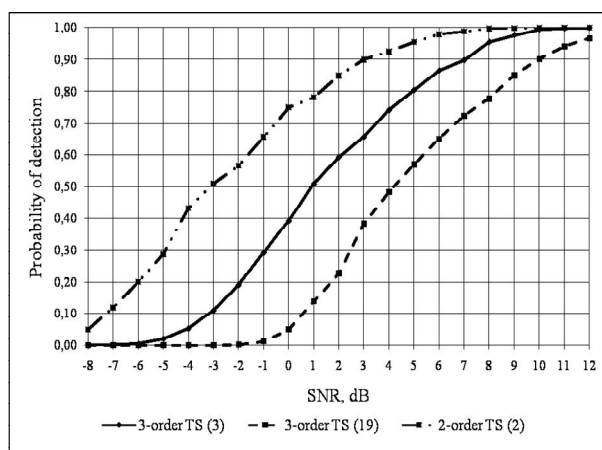


б

Рис. 16. Сигнал S₂: A_{video} = 6, T = 6 отсчетов. Флуктуации амплитуды сигнала: а – 30%; б – 60%



а



б

Рис. 17. Сигнал S_4 : $A_{1 \text{ triangle}} = 5$, $A_{2 \text{ triangle}} = 10$;
 $T_1 = T_2 = 9$ отсчетов, $\Delta t = 7$ отсчетов.
 Флуктуации амплитуды сигнала: а – 30%; б – 60%

Хотя использование предлагаемой тестовой статистики (19) и дает худшие показатели обнаружения по сравнению со статистикой вида (3) и сравнимые показатели с показателями стандартного СФ для девиации случайного сдвига доплеровской частоты $\delta f_m = 80$ Hz (см. рис. 11, а), вероятность обнаружения для тестовой статистики вида (19) стремится к единице при SNR = 6 dB. В то же самое время, кривая обнаружения СФ не достигает единичной вероятности даже при отношении сигнал-шум, равном SNR = 10 dB для девиации случайного доплеровского сдвига частоты, равного $\delta f_m = 150$ Hz (см. рис. 11, б).

Из графиков на рисунках 12, а, б видно, что вероятности обнаружения с использованием стандартной тестовой статистики второго порядка (2) хуже по сравнению с предлагаемыми статистиками (17) и (19) в случае ЛЧМ импульса. Хотя вероятность обнаружения, обеспечиваемая СФ, лучше по сравнению с подходом к обнаружению на основе статистик (3) и (19) при малых девиациях случайного доплеровского сдвига частоты $\delta f_m = 50$ Hz (см. рис. 13, а), в целом, показатели СФ хуже по сравнению с

предлагаемым подходом при больших величинах случайного доплеровского сдвига частоты (см. рис. 12, а, б и рис. 13, б).

Анализ графиков кривых обнаружения, построенных на рис. 14 – 17 при воздействии флуктуаций амплитуды принимаемого сигнала (замирания сигнала) в целом показывает как одинаковые показатели, так и преимущества СФ по сравнению с предлагаемыми тестовыми статистиками обнаружения сигнала третьего порядка (3), (17) и (19). При этом вероятности обнаружения, обеспечиваемые с использованием статистики (17), приблизительно такие же, как и у СФ: вероятность обнаружения достигает единичного уровня для одного и того же значения входного отношения сигнал-шум на рис. 14, а, б и рис. 15, а, б. В то же самое время, как следует из последних рисунков, показатели обнаружения сигнала с использованием тестовой статистики (3) хуже приблизительно на 1 dB по сравнению с тестовой статистикой СФ (2) и тестовой статистикой (17). Помехоустойчивость в отношении случайных замираний с использованием предлагаемой тестовой статистики (19) хуже приблизительно на 4 dB по сравнению с СФ (2) и на 2 dB по сравнению с тестовой статистикой (3) (см. для сравнения рис. 16, а, б и 17, а, б).

Заключение

Таким образом, преимущества предложенного подхода по сравнению со стандартным СФ наиболее ярко проявляются в случае воздействия помехи в виде случайных сдвигов принимаемого сигнала и случайных изменений доплеровского сдвига частоты. Следует подчеркнуть, что данные преимущества обнаружения сигнала наблюдаются при малых отношениях сигнал-шум на входе согласованного фильтра. В отличие от стандартного СФ, предлагаемый подход не требует априорных сведений о моменте поступления и окончания принимаемого сигнала и жесткой синхронизации, необходимой для правильного функционирования стандартного СФ. Предлагаемый подход может быть рекомендован для практического использования в системах цифровой связи, радиолокационных и активных гидролокационных системах, работающих в условиях низких отношений сигнал-шум и априорной неопределенности в отношении величины спектральной плотности мощности шума, плохого качества канала распространения радиоволн (шумы и неоднородность среды распространения), при флуктуациях амплитуды сигнала, а также при случайных резких перемещениях радиолокационной цели, вызывающих случайные изменения (скачки) доплеровского смещения частоты.

Литература

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: пер. с англ. под ред. А.В. Назаренко; 2-е изд. / Б. Скляр. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
2. Прокис Дж. Цифровая связь: пер. с англ. под ред. Д.Д. Кловского / Дж. Прокис. – М.: Радио и связь, 2000. – 797 с.
3. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Я.Д. Ширман, С.Т. Багдасарян, А.С. Маляренко и др. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.
4. Ширман Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
5. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов: под ред. Э. Отпенгейма; пер. с англ. под ред. А.М. Рязанцева / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
6. Применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1980. – 552 с.
7. Nikias C.L., Raghuvver M.R. Bispectral estimation: A digital signal processing framework / C.L. Nikias, M.R. Raghuvver // Proceedings IEEE. – 1987. – Vol. 75, No. 7. – P. 869-891.

Поступила в редакцию 15.01.2009

Рецензент: д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой № 504 А.А. Зеленский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ В ГАУССОВОМУ ШУМІ, ПРИ ВИПАДКОВИХ ДОПЛЕРІВСЬКИХ ЗСУВАХ ЧАСТОТИ ТА ЗАВМИРАННЯХ З ВИКОРИСТАННЯМ МОМЕНТНИХ ФУНКЦІЙ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ

О.В. Тоцький

На основі теорії статистичних рішень розглянуто задачу виявлення детермінованого сигналу, який спостерігають на фоні завад, з використанням нових тестових статистик третього порядку. Запропоновані різні варіанти формування тестових статистик виявлення у вигляді пікових значень моментних функцій третього порядку. Проведено порівняння показників виявлення сигналів з використанням традиційних тестових статистик другого порядку та запропонованих тестових статистик третього порядку. Приведені результати розрахунків кривих виявлення, які демонструють переваги використання статистик третього порядку у порівнянні з традиційними статистиками другого порядку.

Ключові слова: узгоджена фільтрація, відношення правдоподібності, критерій Неймана-Пірсона.

SIGNAL DETECTION IN GAUSSIAN NOISE, RANDOM DOPPLER FREQUENCY SHIFTS AND FADING ENVIRONMENT BY USING THIRD-ORDER MOMENT FUNCTIONS

A. V. Totsky

The problem of detecting a deterministic signal observed in interference environment is considered based on statistical decision theory. Several different detection test statistics are proposed in the form of third-order moment function peak values. Comparative analysis is performed for traditional second-order test statistic and proposed third-order test statistics. Probability of detection curves demonstrate the benefits of third-order tests statistics comparing to traditional second-order test statistics.

Key words: matched filtering, likelihood ratio, Neyman-Pearson criterion.

Тоцький Александр Владимирович – канд. техн. наук, доцент, доцент каф. № 504 Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: totskiy@xai.edu.ua.