УДК 621.396:537.874.4

А.Д. АБРАМОВ, И.В. БАРЫШЕВ, Т.А. ПЕТРУНИНА, Т.И. МОСКАЛЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

ТЕСТ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЧИСЛА РОТОРНЫХ ГАРМОНИК ПРИ АНАЛИЗЕ ВИБРОПРОЦЕССОВ

В работе синтезирована технология обнаружения сигнала по совокупности выборок при анализе вибропроцессов. Для решения указанной задачи использована модифицированная методология максимального правдоподобия. Особенностью решения является применение в качестве критической статистики функции, зависящей от собственных значений ковариационной матрицы наблюдений. Синтезирован удобный в вычислительной реализации тест, который использует табулированную статистику и обеспечивает как оперативность получения результатов, так и возможность управления величиной вероятности ошибки первого рода. Показана эффективность использования полученных результатов и их практическая значимость.

Ключевые слова: *метод максимального правдоподобия, собственные значения, собственный вектор, ошибка первого рода, вероятность правильного обнаружения*

Введение

Анализ спектральных составляющих вибрационных процессов, связанных с частотой вращения ротора газотурбинных агрегатов – является актуальной задачей диагностики авиационно-космической техники. Однако отсутствие методики выбора необходимого и достаточного числа информационных спектральных составляющих указанных процессов, приводит к неоднозначным суждениям при обнаружении неисправностей, в частности, на начальных стадиях развития дефектов [1].

В настоящей работе решение задачи по обнаружению и оцениванию числа роторных гармоник вибропроцессов проведено посредством сжатия размерности входных данных при использовании методологии максимального правдоподобия. Синтезирован удобный в вычислительном отношении квазиоптимальный тест принятия решений о количественном составе гармоник вибрационного процесса, который использует табулированную статистику и обеспечивает как оперативность получения результата, так и возможность управлять величиной вероятности первого рода.

Постановка задачи

Пусть на l-м подинтервале наблюдения длительности T_0 задана последовательность отсчетов

$$U_{lk} = S_l(k) + \varepsilon_{lk} = \sum_{p=1}^{N} \{a_{pl} \cos[2\pi f_0 \Delta t(k-1)] + $$
$$+ b_{pl} \sin[2\pi f_0 \Delta t(k-1)]\} + \varepsilon_{kl}, \quad l = \overline{1,L}, \quad k = \overline{1,K}, \quad (1)$$

вибрационного процесса $U_l(t)$, сигнальная компонента $S(t)$ которого описывает виброперемещение точек корпуса подшипника в любом направлении

$$S_l^{(N)}(t) = \sum_{p=1}^{N} E_{pl} \cos(p\omega_0 t + \varphi_{pl}), \quad l = \overline{1,L}, \quad (2)$$

где a_{pl}, b_{pl}, $E_{pl} = \sqrt{a_{pl}^2 + b_{pl}^2}$, $\varphi_{pl} = 2\pi f_0 (l-1) T_0 + \varphi_p$, $\varphi_p = \operatorname{arctg} b_p / a_p$ — неизвестные параметры интенсивности и начальной фазы р-й гармоники $S(pf_0, t) = E_p \cos(2\pi p f_0 t + \varphi_p)$ сигнальной компоненты (2) вибропроцесса $U_l(t)$; $\omega_0 = 2\pi f_0$ - угловая частота вращения ротора; $\Delta t = 1/F$ - шаг временной дискретизации; F – ширина спектра вибропроцесса; ε_{kl} – k-й отсчет широкополосного гауссовского шума (шумы измерителя) в l-м подинтервале наблюдения, статистические характеристика которого определены так:

$$\langle \varepsilon_{kl} \rangle = 0, \quad R_0 = \langle \varepsilon_{kl} \varepsilon_{jt} \rangle = \sigma_0^2 \delta(k-j) \delta(l-t), \quad (3)$$

где $l, j = \overline{1,K}$, $\langle \varepsilon_{l1} \varepsilon_{l2} \rangle = 0$ при $l_1 \ne l_2$, $l_1, l_2 \in (\overline{1,L})$; $\delta(\cdot)$ – символ Кроникера.

Требуется используя совокупность $U^L = [U_{1k}, U_{2k}, ..., U_{Lk}]^T$ векторов наблюдения $U^{lk} = [U_{l1}, U_{l2}, .., U_{lk}]^T$ $(l = \overline{1,L})$ разработать процедуру (тест) обнаружения и оценки числа N роторных гармоник при отсутствии информации о мощности σ_0^2 шумов измерителя, параметрах a_p, b_p, возможно неточном значении f_0 гармоник процесса (1) (T"– операция транспонирования соответствующего вектора).

Решение задачи

В технической литературе последних лет синтезированы в рамках критерия отношения правдоподобия (КОП) и его отдельных модификаций правила принятия решений о числе N шумоподобных сигналов с гауссовским распределением. Например, в работе [2] цитируемая идеология трансформирована в методику «подгонки» корреляционной матрицы $R_p = \left\langle S_l^p(k)(S_l^p(k))^T \right\rangle + \sigma_0^2 I \quad (p = 0,1,2,...,N)$ с модельными предположениями о числе p наблюдаемых сигналов к выборочной межпериодной ковариации S векторов наблюдений $U_l \quad (l = \overline{1,L})$

$$S = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} U_l U_l^T . \qquad (4)$$

Такая трансформация позволила при выполнении сложной гипотезы $H_p \quad (p = 0,1,2,...,N)$ минимизировать по $R_p \quad (p = 0,1,2,...,N)$ количественную меру T_p

$$T_p = -2\ln\{P(U^L/R_p)/P(U^L/S)\}, \qquad (5)$$

а следовательно, дать представление о сравнительной правдоподобности имеющихся наблюдений в отношении проверяемой и альтернативной гипотез.

Здесь $P(U^L/W)$ - плотность вероятности совокупности $U^L = [U_1, U_2,...,U_L]$ независимых векторов наблюдений $U_l(l = 1,L)$ размерности $(1 \times K)$ относительно обусловленного события $W \in (S, R_p)$.

Как результат трансформации, технология проверки сложных гипотез $H_p \quad (p = 0,1,2,...,N)$ свелась к проверке выполнения с заданным уровнем значимости условия равновеликости минимальных собственных значений $\phi_j \ (j = p+1, p+2,...,K)$ матрицы S.

Применение подобных правил для оценки числа роторных гармоник при указанных выше исходных данных имеет основание.

Для доказательства этого утверждения на первом этапе решения задачи представим наблюдаемые величины U_{lk} вектора U^{lk} как:

$$U_{lk} = \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{N}[\dot{E}_{pl}\lambda_p^{k-1} + \dot{E}_{pl}^{*}\lambda_p^{*k-1}] + \varepsilon_{lk}, \qquad (6)$$

где параметр λ_p связан с частотой f_0 роторной гармоники равенством

$$\lambda_p = \exp\{j2\pi f_0 \Delta t\}. \qquad (7)$$

Считаем, что размер K вектора U^{lk} удовлетворяет соотношению $K = (2N+1)g$, g – целое число. Тогда числовые значения $\lambda_p \ (p = 1,2,...,N)$ можно рассматривать как корни полинома

$$P(\lambda^m) = \sum_{p=1}^{2N} C_{pm}\lambda^{pm} = \sum_{p=1}^{2N} C_{pm}\lambda^{*pm} = 0, \ m = \overline{1,g}, \qquad (8)$$

Пусть вектор наблюдений $U_{lk} \quad (l = \overline{1,L})$ подвергнут линейному преобразованию вида

$$B_g U_{lk} = \vartheta_g^l, \qquad (9)$$

в котором элементы d_p оператора B_g

$$B_g = [d_0, d_1,..., d_N, d_{N-1}, d_{N-2},..., d_0], \qquad (10)$$

размером $[g \times g(2N+1)]$ связаны с коэффициентами C_{pg} квалификационного полинома (8) уравнением состояния

$$d_p = C_{pg} I_g, \quad g = \overline{0,N}, \qquad (11)$$

где I_g – единичная матрица размером $[g \times g]$.

В работе [3] доказано, что при выполнении гипотезы H_N случайный g-мерный гауссов вектор ϑ_g^l, при выполнении ограничений $C_m^T C_m = 1$ на норму вектора

$$C_m = (C_{0m}, C_{1m},..., C_{Nm}, \frac{1}{2})^T, \qquad (12)$$

определяется статистическими характеристиками

$$\left\langle \vartheta_g^l \right\rangle = 0, \ R_{\vartheta_g} \left\langle \vartheta_g^l \vartheta_g^{l\,T} \right\rangle = \left\langle B_g U_{lk} U_{lk}^T B_g^T \right\rangle = \sigma_0^2 I_g. \quad (13)$$

Учитывая (8) рассмотренные свойства статистики ϑ_g^l совокупности $\vartheta^L = \{\vartheta_g^l, l = 1,L\}$, полученной посредством преобразования по правилу (9) вектора $U_{lk}(l = 1,L)$ условную плотность вероятности $W(U^L/C_g) = W(\vartheta_g^L)$ записываем так:

$$W(U^L/C_g) = W(\vartheta_g^L) = (2\pi)^{-gL}(\left|R_{\vartheta_g}\right|^{-1})^L \times$$

$$\times \exp\{-\frac{1}{2}L(\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}(B_g U_{lk})^T R_{\vartheta_g}^{-1}(B_g U_{lk}))\} =$$

$$= (2\pi)^{-gL}(\left|R_{\vartheta_g}\right|^{-1})^L \exp\{-\frac{1}{2}LSp(\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}X_l^T X_l)\}. \quad (14)$$

При записи равенства (14) использовано тождество

$$B_g U_{lk} = X_l C_g, \qquad (15)$$

где элементы матрицы X_l размерностью $[g \times (N+1)]$ связаны с наблюдениями таким образом:

$$X_l = \begin{bmatrix} U_{1,l} & U_{g+1,l} & \cdots & U_{Ng+1,l} \\ U_{2,l} & U_{g+2,l} & \cdots & U_{Ng+2,l} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ U_{g,l} & U_{2g,l} & \cdots & U_{(N+1)g,l} \end{bmatrix} +$$

$$+\begin{bmatrix} U_{2Ng+1,l} & U_{(N+1)g+1,l} & \cdots & U_{Ng+1,l} \\ U_{2Ng+2,l} & U_{(N+1)g+2,l} & \cdots & U_{Ng+2,l} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ U_{K,l} & U_{(N+2)g,l} & \cdots & U_{(N+1)g,l} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Конкретизируя методологию работы [2] к сжатым по правилу $B_g U_g^l = \vartheta_g^l$ исходным данным $U_{lk} (l = \overline{1, L})$ нетрудно показать, что критическая статистика F_ρ проверки степени правдоподобия гипотезы H_ρ (число роторных гармоник в наблюдениях равно ρ) определяется как:

$$F_\rho = (L-1)\left\{(\rho+1)\ln\sum_{i=1}^{\rho+1}\nu_i - \sum_{i=1}^{\rho+1}\ln\nu_i - (\rho+1)\ln(\rho+1)\right\} \quad (17)$$

где $\nu_i (i = 1, \rho+1)$ – i-ое собственное число выборочной межканальной корреляции S_ϑ

$$S_\vartheta = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} X_l^T X_l \ . \quad (18)$$

Как следствие: тестовая статистика (17) может быть использована для определения числа роторных гармоник в условиях поставленной задачи.

В технологическом отношении нахождение оценки $\rho = N$ целесообразно свести к следующей последовательности операций над исходными данными. Для каждой из выдвинутых гипотез H_ρ $(\rho = 1, 2, ...)$ рассчитывают коэффициент «прореживания» $[g] = L/(2\rho+1)$ ($[g]$ - целая часть числа g), после чего формируют директорию X_l^T и выборочную межканальную корреляцию S_ϑ по правилам (16) и (18). Вычисляют спектр $\nu_1, \nu_2, ..., \nu_{\rho+1}$ матрицы S_ϑ и числовые значения последовательности F_ρ для каждой из выдвинутых гипотез H_ρ $(\rho = 1, 2, ...)$. Сравнивают F_ρ с порогом $\chi^2_{\alpha, t(\rho, L)}$, который выбран из таблицы χ^2-распределения по заданному уровню значимости α и числу $t(\rho, L)$ степеней свободы $t(\rho, L) = (L-\rho)(L-\rho+1) - 2$. При $F_\rho > \chi^2_{\alpha, t(\rho, L)}$ гипотеза H_ρ отвергается. Далее переходят к проверке следующих гипотез $H_{\rho+1}, H_{\rho+2}, ...,$ увеличивая каждый раз ρ на единицу. Если на некотором шаге, например, l_0-м, впервые $F_{l_0} \le \chi^2_{\alpha, t(l_0, L)}$, то выносится решение: исследуемый вибрационный процесс содержит $l_0 = N$ роторных гармоник. Процедура проверки на этом прекращается.

Для подтверждения теоретических выводов приводим результаты исследований, полученные на уровне цифрового статистического эксперимента. Моделировалась обработка наблюдений на $L = 50$ подинтервалах при K=81 и числе N роторных гармоник соответственно равных N=1,2,3, частоты f_1, f_2, f_3 которых задавались как $f_2 = 2f_1$, $f_3 = 3f_1$. Между интервалом T_0 и периодом T_1 гармоники $S_1^{(1)}(t)$ выполнялось условие включения $T_0/T_1 = 10$.

Моделировались две сигнальные ситуации, представляющие собой случай присутствия двух и трех синусоид с различными интенсивностями ($E_{f_1} = 1$, $E_{f_2} = 0,7$, $E_{f_3} = 0,5$). В каждой из них наблюдения представляли собой аддитивную смесь совокупности гармоник и гауссовского случайного процесса (шума) с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_0^2 (рис. 1, 2).

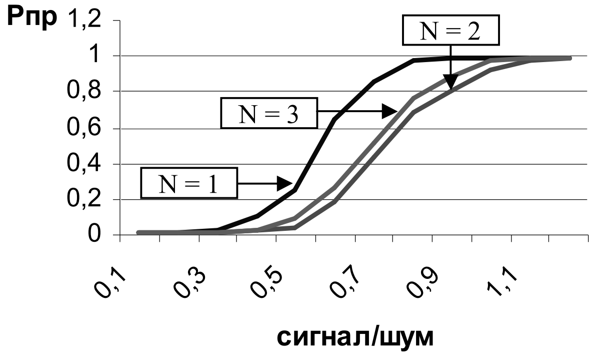

Рис. 1. Вероятность правильного обнаружения Рпр в зависимости от μ для N = 1, 2, 3.

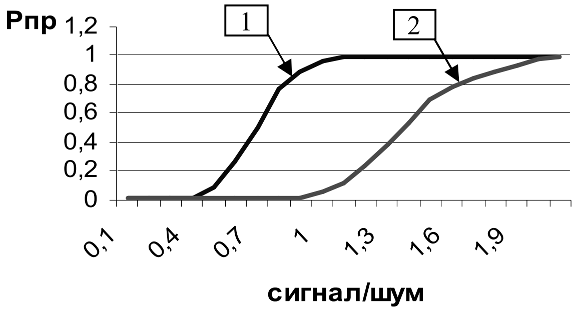

Рис. 2. Вероятность правильного обнаружения Рпр в зависимости от μ для N =3: 1 – одинаковые; 2 – разные интенсивности

На рис. 1 и 2 представлены результаты моделирования в виде рабочих характеристик: зависимости вероятности правильного оценивания числа роторных гармоник N от соотношения сигнал/шум $\mu_p = E_p^2/\sigma_0^2$ $(p = 1, 2, 3)$.

Для каждого случая проводилось 1000 экспериментов. Уровень значимости полагается равным $\alpha = 0{,}1$.

Заключение

Полученные теоретические и экспериментальные результаты позволяют констатировать:

– критическая статистика и синтезированный тест принятия решения о количественном составе роторных гармоник отвечают критерию отношения правдоподобия и являются структурно устойчивыми;

– синтезированная технология проста в вычислительном отношении, использует табулированную статистику и позволяет управлять величиной ошибки первого рода.

Литература

1. *Шабаев В.М. Вибродиагностика подшибников качения при монтаже и сборке тяжелых роторных узлов / А.С. Казануев, М.К. Леонтьев, И.В. Гаранин, В.А. Карасев // Контроль. Диагностика. – 2007. – №11. – С.18 – 25.*
2. *Абрамов А.Д. Определение числа шумовых пространственно-временных сигналов методом проверки сложных гипотез по критерию отношения правдоподобия / А.Д. Абрамов //Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр. – Х.: ХАИ им. Н.Е. Жуковского. – 1997. – С. 284-288.*
3. *Абрамов А.Д. Использование инвариантных статистик для обнаружения и оценки числа одновременно наблюдаемых сигналов неизвестной формы / А.Д. Абрамов, А.В. Крупка // Радиотехника. – 2006. – № 145. – С. 96- 102.*

Поступила в редакцию 13.04.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. проф. каф. 501 В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского, Харьков.

ТЕСТ ДЛЯ ОЦІНКИ ЧИСЛА РОТОРНИХ ГАРМОНІК ПРИ АНАЛІЗІ ВІБРОПРОЦЕССІВ

О.Д. Абрамов, І.В. Баришев, Т.А. Петруніна, Т.І. Москаленко

У роботі синтезована технологія виявлення сигналу по сукупності вибірок при аналізі вібропроцессів. Для вирішення вказаного завдання використана модифікована методологія максимальної правдоподібності. Особливістю рішення є застосування у якості критичної статистики функції, залежної від власних значень коваріационной матриці спостережень. Синтезований зручний в обчислювальній реалізації тест, який використовує табульовану статистику і забезпечує як оперативність отримання результатів, так і можливість управління величиною вірогідності помилки першого роду.

Ключові слова: метод максимальної правдоподібності, власне заначення, власний вектор, помилка першого роду, вірогідність правильного виявлення, табульована статистика.

THE TASK OF ESTIMATION OF NUMBER OF THE ROTOR HARMONIC COMPONENTS DURING THE VIBRATION ANALYSIS

A.D. Abramov, I.V. Barishev, T.A. Petrunina, T.I. Moskalenko

The task of detection of the complex harmonic signal observed against a background noise by using totally independent observation intervals has been considered. The modified maximum probability methodology has been used for solving the above-mentioned task. The application of covariance matrix eigenvalues dependent function as critical statistics is peculiarity of this solution. The test convenient in calculation uses the tabulated statistics and provides efficiency in getting results and possibility of type 1 error value management has been synthesized.

Key words: maximum probability methodology, eigenvalues, eigenvector, type 1 error, probability of correct discovery, tabulated statistics.

Абрамов Александр Дмитриевич – канд. техн. наук, старший научный сотрудник, доцент, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Барышев Игорь Владимирович – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Петрунина Татьяна Александровна – аспирантка, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: tatyana_petrunin@mail.ru.

Москаленко Татьяна Игоревна – инженер, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.