УДК 65.012.34

О.Е. ФЕДОРОВИЧ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕТАСИСТЕМ

В предлагаемой работе рассматриваются задачи анализа и синтеза сложных социотехнических систем, которые относятся к метасистемам. Предложена многослойная детализация архитектуры метасистемы. Для формирования и оценки множества вариантов архитектуры осуществляется отображение множества вершин графа архитектуры в множество элементов состава. При этом учитываются типы компонент состава и топология внутренних связей метасистемы. Для перечисления вариантов многослойной архитектуры метасистемы использованы основные теоремы теории перечисления. Рассмотрены различные постановки задачи анализа архитектуры метасистемы и получены аналитические выражения для подсчета возможных вариантов состава и структуры метасистемы. Предложенный подход целесообразно использовать на начальных этапах формирования архитектуры метасистмеы.

Ключевые слова*: метасистема, структурный анализ, архитектура метасистемы, перечисление множества вариантов архитектуры, многослойная детализация метасистемы.*

Введение

Развитие социотехнических систем связано с созданием сложных образований, которые часто называют метасистемами. Для метасистем характерно многослойное представление распределенной архитектуры, которое приводит к усложнению задач анализа и синтеза. Поэтому актуальна проблема обоснования архитектуры метасистемы, с учетом анализа множества возможных вариантов, что рассматривается в предлагаемой работе

Постановка задачи исследования

Характерной чертой современных метасистем является многообразие возможных компоновочных решений. Проектирование таких систем в настоящее время в основном базируется на опыте и интуиции разработчика, его знании прикладной области. Учитывая многообразие вариантов построение архитектуры, сложную топологию связей между компонентами, различные режимы функционирования, необходимо провести структурный анализ метасистемы.

Одним из существенных отличий метасистемы от обычных систем – это многоуровневая компонентная архитектура. Компоненты присутствуют на различных уровнях детализации метасистемы [1].

Для проведения структурного анализа метасистемы выделим следующие этапы:

1. Оценка компоновочных решений метасистемы.

2. Формирование множества архитектурных решений метасистемы.

3. Выбор и обоснование множества рациональных архитектурных решений метасистемы.

Следует отметить, что при небольшом числе вариантов построения метасистемы методом полного перебора можно сформировать и оценить множество архитектурных решений метасистемы. Трудности возникают, когда число вариантов большое количество требуется использование формальных методов для формирования множества архитектурных решений.

На первом этапе осуществляется переход от архитектурных свойств метасистемы к теоретико–множественному представлению. Одно множество отображается в другое, например, компоненты в узлы метасистемы. Для представления вводимой эквивалентности (одинаковости) вариантов воспользуемся основными теоремами теории перечисления [2].

Обозначим исходное множество объектов (компонент, функций) метасистемы через D, $|D| = m$, а множество в которое происходит отображение (узлы архитектуры метасистемы), через R, $|R| = n$.

Теорема 1. (Основная теорема Пойа). Перечень классов эквивалентности равен [2]:

$$\sum_{F} W(F) = Z(G; \sum_{r \in R} \varpi(r), \sum_{r \in R} [\varpi(r)]^2, \sum_{r \in R} [\varpi(r)]^3, ...) \quad (1)$$

где F – класс эквивалентности, индуцированный группой G, действующей на множестве D; Z(G,…) –

цикловой индекс группы G; ω (r) – «вес» элемента $r \in R$.

В частности, если «веса» выбраны равными 1, то можно определить число классов эквивалентности множества вариантов компоновочных решений:

$$N = Z(G; |R|; |R|, |R|, ...). \quad (2)$$

Теорема 2. (Де Брейн). Число классов эквивалентности однозначных отображений множества D в R [2]:

$$[Z(G; \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, ...) \times$$
$$\times Z(H, 1 + Z_1, 1 + 2Z_2, ...)]_{Z_1 = Z_2 = ... = 0}. \quad (3)$$

Здесь Z(G;…) – дифференциальный оператор, действующий на оператор Z(H;…) – при условии Z_1=Z_2=…=0.

Теорема 3. (Де Брейн). Если выполняются предложения теоремы 2 и если, кроме того, $|R| = |D|$, т.е. отображения взаимно однозначные, то число классов эквивалентности равно [2]:

$$[Z(G; \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, ...) Z(H; Z_1, 2Z_2, ...)]_{Z_1 = Z_2 = ... = 0}. \quad (4)$$

Теорема 4. (Де Брейн). Общее число классов эквивалентности (эквивалентность индуцируется группами подстановок G и H множеств D и R соответственно) [2]:

$$[Z(G; \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, ...) \times$$
$$\times Z(H; e^{Z_1 + Z_2 + ...}, e^{2(Z_2 + Z_4 + ...)}, ...)]_{Z_1 = Z_2 = ... = 0}$$

или

$$|H|^{-1} \sum Z(G; ..., \sum_{j/i} jC_j, ...), \quad (5)$$

где {C_1, C_2,…} – тип элемента $h \in H$.

Последнее выражение иногда оказывается проще для применения.

Теорема 5. (Пойа). Имеем [2]:

$$Z(G[H]; x_1, x_2, ...) =$$
$$= Z(G)[Z(H; x_1, x_2, ...), Z(H; x_2, x_4, ...)], \quad (6)$$

где правая часть получена подстановкой $Y_k = Z(H; x_k, x_{2k}, ...)$ в $Z(G; y_1, y_2, ...)$.

С помощью этой теоремы можно определить цикловой индекс сложной группы, полученной путем композиции групп G и H: G[H].

Будем представлять архитектуру метасистемы в виде графа, где вершинами являются узлы системы, а ребра – внутренние связи. Поэтому дадим основные положения для перечисления графов [3].

Теорема 6. Если G – связной граф, то [3]:

$$\Gamma(nG) \equiv Sn[\Gamma(G)], \quad (7)$$

где Γ(G) – группа графа G; ≡ – знак изоморфизма; n – число непересекающихся подграфов графа nG (не имеющих общих вершин).

Из теоремы следует, что автоморфизм графа nG можно получить, выполняя сначала произвольный автоморфизм на каждой из копий G, а затем совершая перестановку этих копий.

Теорема 7. Если G_1 и G_2 – непересекающиеся связные неизоморфные графы, то [3]:

$$\Gamma(G_1 \cup G_2) \equiv \Gamma(G_1) + \Gamma(G_2). \quad (8)$$

Любой граф можно представить в виде [3]:

$$G = n_1 G_1 \cup ... \cup n_r G_r, \quad (9)$$

где n_i – число компонент графа изоморфных G_i.

Из двух последних теорем следует, что [3]:

$$\Gamma(G) \equiv S_{n1}[\Gamma(G_1)] + S_{n2}[\Gamma(G_2)] + ... +$$
$$+ S_{nr}[\Gamma(G_r)]. \quad (10)$$

Следствие. Группа объединения двух графов идентична сумме их групп, т.е. [3]:

$$\Gamma(G_1 \cup G_2) = \Gamma(G_1) + \Gamma(G_2),$$

тогда и только тогда, когда в графе нет компоненты, изоморфной компоненте графа G_2.

Теорема 8.

Группа Γ(G) есть S_p тогда и только тогда, когда G=K_p или [3]:

$$G = \overline{K_p}; \quad (11)$$

Если G – простой цикл длины p, то

$$\Gamma(G) = D_p, \quad (12)$$

где K_p – полный граф, т.е. такой, у которого каждая пара вершин соединена ребром; D_p – диэдральная группа степени p; p – число вершин графа.

Решение задачи исследования

Рассмотрим многоуровневый состав метасистемы. Пусть задано число уровней детализации и выполняется условие $r_1 \le r_2 \le ... \le r_Q$, где r_i максимально допустимое количество компонент i-го уровня детализации метасистемы, $i = \overline{1, Q}$. Для начальной стадии проектирования обычно известен состав элементов только самого нижнего Q -го уровня. Обозначим этот факт через r_Q=n_Q, где n_Q=$|B^Q|$, B^Q – множество исходных компонент Q-го уровня детализации метасистемы:

$$\sum_{\mu Q=1}^{l_Q} P_{\mu Q} = n_Q,$$

где $P_{\mu Q}$ – число компонент μ-го типа Q-го уровня.

Компоненты (Q-1)-го уровня образуются из компонент Q-го уровня путем отображения множества B^Q в R^{Q-1}, где R^{Q-1} – множество мест (узлов метасистемы) для компонент (Q-1)-го уровня, r_{Q-1}=$|R^{Q-1}|$. Множество составов (Q-1)-го уровня метасистемы является множество всех отображений B^Q в R^{Q-1}.

Осуществляя процесс последовательных отображений множества компонент i-го уровня в множество компонент (i-1)-го уровня, получим множество вариантов компонентного состава для всех уровней детализации метасистемы (рис. 1). Случай (рис. 2) соответствует наличию исходных компонент не только на нижнем Q-м уровне. Поэтому необходимо учитывать наличие таких компонент:

$$r_i = r_i^{'} + n_i ,$$

где n_i – число готовых к использованию в архитектуре компонент i-го уровня; $r_i^{'}$ – число компонент i-го уровня, которые получены путем комплексирования компонент *i+1,i+2,…* уровней.

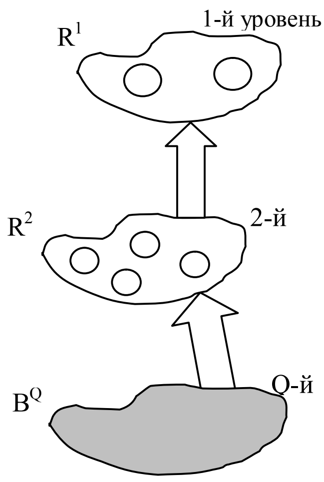

Рис. 1. Формирование множества вариантов компонентного состава для многоуровневой детализации метасистемы

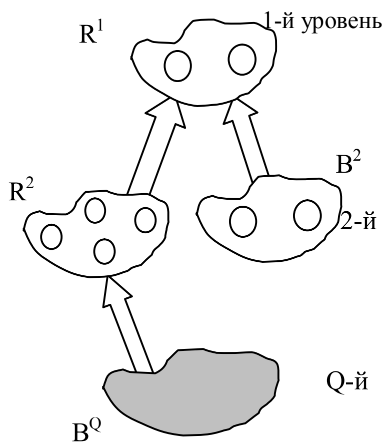

Рис. 2. Наличие исходных компонент на различных уровнях детализации метасистемы

Учитывая целевое назначение метасистемы и накопленный опыт проектирования, можно конкретизировать характеристики состава на каждом уровне детализации метасистемы.

Пусть проектировщику метасистемы известно, сколько компонент (i+1)-го уровня находится в каждой компоненте i-го уровня (рис. 3). Многообразие составов метасистемы определяется не только множеством отображений B^Q в R^Q, но и связями элементов R^Q с элементами R^{Q-1},R^{Q-2} и т.д. Случай на рис. 4 соответствует наличию готовых к использованию компонент на различных уровнях детализации метасистемы.

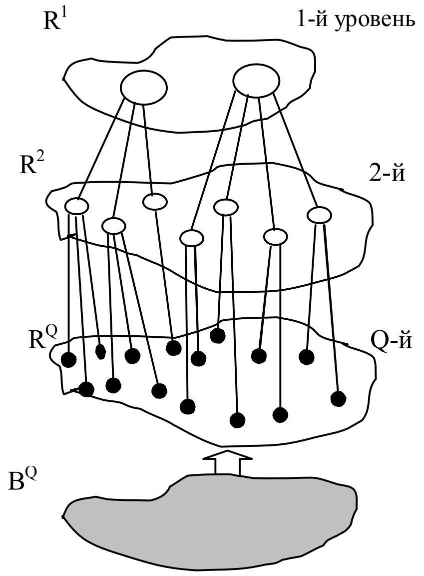

Рис. 3. Конкретизация множества компонент находящихся на i-м уровне детализации метасистемы

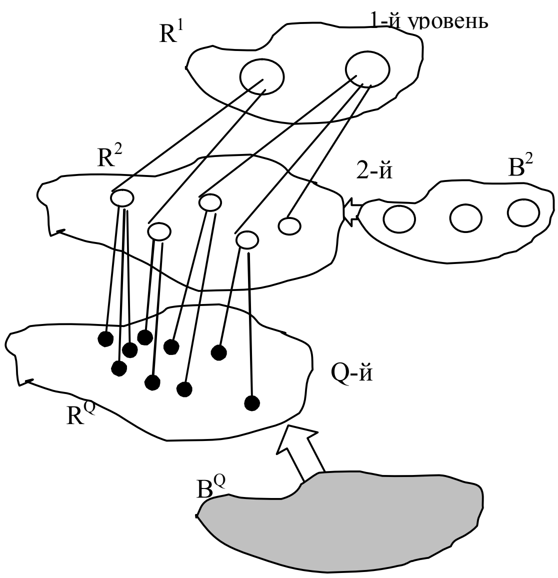

Рис. 4. Конкретизация используемых компонент на различных уровнях детализации метасистемы

Рассмотрим структурную детализацию метасистемы. Пусть известна топология внутренних связей между компонентами на каждом уровне структурной детализации метасистемы. Представим структуру внутренних связей в виде графа $G^i, i=\overline{1,Q}$, который является объединением подграфов:

$$G^i = \bigcup_{ji} G^i_{ji},$$

где G^i_{ji} – j-й подграф i-го уровня детализации метасистемы.

Пусть определен состав компонент на Q-м уровне. Необходимо сформировать множество вариантов многоуровневой структуры метасистемы. Отобразим множество компонент B^Q в множество вершин графа G^Q. Множество таких отображений определяет множество вариантов структуры метасистемы T^Q для Q-го уровня детализации структуры. В результате получим множество помеченных подграфов M_{B^Q}, для каждого варианта отображений $t_{B^Q} \in T^Q$. Далее отобразим множество вершин графа G^{Q-1} в множество M_{B^Q} для всех t_{B^Q}. Последовательно от уровня к уровню, осуществляя отображения, получим множество вариантов структуры метасистемы (рис. 5).

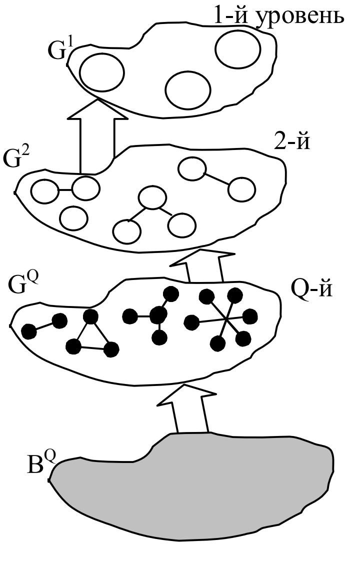

Рис. 5. Формирование множества вариантов структуры метасистемы

Случай (рис. 6) соответствует наличию исходных компонент, из которых формируется многоуровневая структура метасистемы, на нескольких уровнях детализации. Поэтому при отображениях необходимо учитывать множество помеченных подграфов M_{B^i} и множество исходных компонент B^i, $i=\overline{1,Q}$.

Предположим, что в результате накопления опыта проектирования метасистемы, архитектура конкретизируется путем задания межуровневых связей между отдельными узлами на различных уровнях детализации (рис. 7).

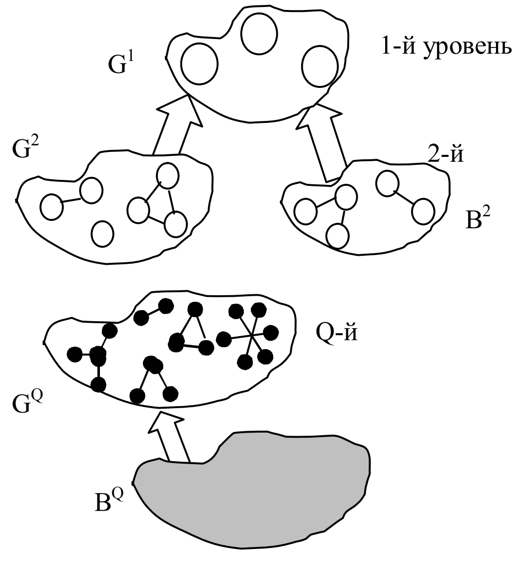

Рис. 6. Формирование многоуровневой структуры метасистемы, с использованием исходных компонент на различных уровнях детализации.

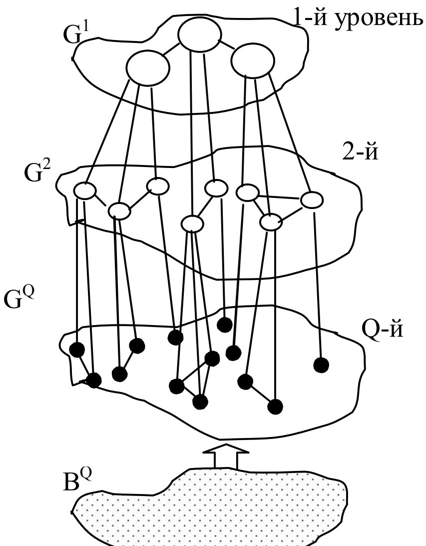

Рис. 7. Конкретизация межуровневых связей между отдельными узлами метасистемы на различных уровнях детализации

В этом случае многообразие структур метасистемы определяется множеством отображений B^Q в G^Q, с учетом связей подграфов G^Q с вершинами графов G^{Q-1}, подграфов графа G^Q с вершинами графа G^{Q-1} и т.д.

При разработке архитектуры метасистемы большое внимание уделяется выбору топологии внутренних связей между отдельными компонентами. От нее зависят основные характеристики создаваемой метасистемы, такие как пропускная способность, надежность и т.д. Выбор того или иного типа топологии внутренних связей метасистемы определяется ее назначением, целями и задачами функционирования во внутренней и внешней среде. Выбрав определенную топологию внутренних связей, далее осуществляется расстановка компонент в узлах и конкретизируется архитектура метасистемы.

Представим двухуровневую структуру метасистемы в виде сложного графа, который назовем графом-композицией. На верхнем уровне детализации каждая вершина графа-композиции представляет отдельную систему, которая связана с другими с помощью межсистемных связей. Отдельную систему представим в виде подграфа второго (нижнего) уровня детализации. Этот подграф характеризует структуру внутренних связей между отдельными компонентами системы. Таким образом, нижний уровень детализации структуры метасистемы состоит из объединения подграфов, расставленных по вершинам (узлам) верхнего уровня.

Введем обозначения:

$G^{1,2}$ – граф-композиция детализации структуры метасистемы;

G^1 – граф верхнего уровня детализации структуры;

G^2 – граф нижнего уровня детализации:

$$G^2 = \bigcup_{j_2} G^2{}_{J_2} ,$$

где $G^2{}_{j_2}$ – подграф нижнего уровня детализации структуры метасистемы, $j_2 = \overline{1, r_2}$; B^2 – множество исходных модулей нижнего уровня детализации метасистемы, $n_2 = \left|B^2\right|$. Для получения множества вариантов двухуровневой детализации структуры метасистемы отобразим множество вершин графа G^2 в множество B^2:

$$K^2 = \left[\begin{array}{l} Z\left(\Gamma\left(G^2\right); \dfrac{\partial}{\partial Z_1}, \dfrac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots\right) \times \\ \times Z\left(H_{B^2}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots\right) \end{array}\right]_{Z_1=Z_2=\ldots=0},$$

при условии $n^2 < n_2$.

Здесь n^2 число вершин графа G^2:

$$n^2 = \sum_{j_2=1}^{r_2} n_{j_2} ,$$

где n_{j_2} – число вершин подграфа $G^2_{j_2}$.

Учитывая наличие различных типов структур внутренней связи, получим:

$$\begin{aligned} \tilde{A}\left(G^2\right) = S_{p_1^2}\left[\tilde{A}\left(G_1^2\right)\right] + S_{p_2^2}\left[\tilde{A}\left(G_2^2\right)\right] + \ldots \\ + S_{p^2_{l_2}}\left[\tilde{A}\left(G_{l^2_2}\right)\right], \end{aligned} \qquad (13)$$

где $p^2_{\mu_2}$ – число подграфов μ_2-го типа 2-го уровня детализации структуры метасистемы:

$$\sum_{\mu_2=1}^{l_2} p^2_{\mu_2} = r_2 .$$

Множество B^2 также состоит из типов модулей 2-го уровня детализации:

$$B^2 = \bigcup_{\sigma_2} \rho^2_{\sigma_2} B^2_{\sigma_2} ,$$

где $\rho^2_{\sigma_2}$ – число модулей σ_2-го типа 2-го уровня детализации:

$$\sum_{\sigma_2=1}^{l_2} \rho_{\sigma_2} = n_2 .$$

Поэтому:

$$H_{B_2} = S_{\rho_1} + S_{\rho_2} + \ldots + S_{\rho^2{}_{l_2}} .$$

Тогда:

$$\begin{aligned} K^2 = [Z\Big(S_{p_1^2}\Big)\left[\tilde{A}\left(G_1^2\right)\right] + S_{p_2^2}\left[\tilde{A}\left(G_2^2\right)\right] + \ldots \\ + S_{p_{l_2^2}}\left[\tilde{A}\left(G^2_{l_2}\right)\right]; \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots), \\ Z\left(\begin{array}{l} S_{\rho_1^2} + S_{\rho_2^2} + \ldots + \\ + S_{\rho_{l_2^2}}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots \end{array}\right)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0}. \end{aligned} \qquad (14)$$

Если $n^2 = n_2$, то:

$$\begin{aligned} \widehat{K}^2 = [Z\left(\begin{array}{l} S_{p_1^2}[\Gamma\left(G_1^2\right)] + S_{p_2^2}[\Gamma\left(G_2^2\right)] + \ldots + \\ + S_{p_{l_2^2}}[\Gamma\left(G^2_{l_2}\right)]; \dfrac{\partial}{\partial Z_1}, \dfrac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots \end{array}\right), \\ Z\left(\begin{array}{l} S_{\rho_1^2} + S_{\rho_2^2} + \ldots + \\ + S_{\rho_{l_2^2}}; Z_1, 2Z_2, \ldots \end{array}\right)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0}. \end{aligned} \qquad (15)$$

Построив все K^2 вариантов для 2-го уровня детализации структуры метасистемы, получим множество вариантов T^2.

Каждый из вариантов $t_{b^2} \in T^2$ представляет помеченный граф G^2, где в качестве меток используем номера типов компонент 2-го уровня детализации метасистемы.

Обозначим множество помеченных подграфов графа G^2, для варианта t_{b^2} через M_{b^2}.

В общем случае M_{b^2} состоит из типов:

$$M_{b^2} = \bigcup_{\mu_{b^2}} p^2_{\mu_{b^2}} M_{\mu_{b^2}}; H_{M_{b^2}} = $$
$$= S_{p^2_{1_{b^2}}} + S_{p^2_{2_{b^2}}} + \ldots + S_{p^2_{l_{b^2}}},$$

где $p^2_{\mu_{b^2}}$ – число компонент μ_{b^2}-го типа множества M_{b^2}. Тип элементов M_{b^2} зависит от типов компонент множества B^2, так и от типов подграфов графа G^2. В случае однотипности компонент B^2, типы компонент M_{b^2} зависят только от типов графа G^2. И наоборот, если изоморфны подграфы графа G^2, то типы M_{b^2} зависят только от типов исходных компонент.

Отобразим множество вершин графа G^1 в множество помеченных подграфов $M_{b^2}, t_{b^2} \in T^2$. Тогда число вариантов двухуровневой детализации структуры метасистемы при условии, что фиксируется вариант t_{b^2}:

$$K^{1,2}_{b^2} = [Z(\tilde{A}(G^1); \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots) \times$$
$$\times Z(H_{M_{b^2}}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0} =$$
$$= [Z(\tilde{A}(G_1); \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots) Z(S_{p^2_{1_{b^2}}} + S_{p^2_{2_{b^2}}} + \ldots + \qquad (16)$$
$$+ S_{p^2_{l_{b^2}}}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0},$$

где $n^1 < r_2$.

Общее число вариантов двухуровневой детализации структуры метасистемы:

$$K^{1,2} = \sum_{b^2=1}^{K^2} K^{1,2}_{b^2}.$$

Если $n^1 = r_2$, то:

$$\hat{K}^{1,2}_{b^2} = [Z(\Gamma(G^1); \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots) \times$$
$$\times Z(S_{p^2_{1_{b^2}}} + S_{p^2_{2_{b^2}}} + \ldots + S_{p^2_{l_{b^2}}}; \qquad (17)$$
$$Z_1, 2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0}.$$

В случае многоуровневой детализации структуры метасистемы, необходимо последовательно отображать множество вершин графа G^{i-1} верхнего уровня в множество M_{B^i} помеченных графов графа G^i соседнего нижнего уровня, начиная с самого нижнего, Q-го уровня детализации, $i = \overline{1,Q}$.

Пусть B^Q – множество элементов самого нижнего Q-го уровня детализации метасистемы.

Осуществим отображение множества вершин графа G^Q в множество компонент состава B^Q:

$$K^Q[Z(\Gamma(G^Q); \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots) \times$$
$$\times Z(H_{B^Q}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0} =$$
$$= [Z(S_{P^Q_1}[\Gamma(G^Q_1)] + \ldots + \qquad (18)$$
$$+ S_{P^Q_{l_Q}}[\Gamma(G^Q_{l_Q})]; \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots);$$
$$Z(S_{\rho^Q_1} + \ldots + S_{\rho^Q_l}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0}.$$

при условии $n^Q = n_Q$.

Здесь $P^Q_{\mu_Q}$ – число подграфов μ_Q-го типа Q-го уровня детализации структуры метасистемы:

$$\sum_{\mu_Q}^{l_Q} P^Q_{\mu_Q} = r_Q,$$

где r_Q – общее число подграфов Q-го уровня.

ρ_{σ_Q} – число компонент σ_Q-го типа Q-го уровня детализации состава:

$$\sum_{\sigma_Q}^{l_Q} \rho_{\sigma_Q} = n_Q, n_Q = \left|B^Q\right|;$$

где n_Q – число вершин графа

$$G^Q, G^Q = \bigcup_{\mu_Q} P^Q_{\mu_Q} G^Q_{\mu_Q};$$

$G^Q_{\mu_Q}$ – μ_Q-ая компонента графа G^Q, имеющая $P^Q_{\mu_Q}$ копий:

$$\hat{K}^Q = [Z(S_{P^Q_1}[\Gamma(G^Q_1)] + \ldots +$$
$$+ S_{P^Q_l}[\Gamma(G^Q_{l_Q})]; \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots),$$
$$Z(S_{\rho^Q_1} + \ldots + S_{\rho^Q_l}; Z_1, 2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0}, \qquad (19)$$

при условии $n^Q = n_Q$.

Построим все варианты отображения множества вершин графа G^Q в множество B^Q и в результате получим множество $T^Q = \{t_{B^Q}\}$. Каждый вариант $t_{B^Q} \in T^Q$ является помеченным графом G^Q, где в качестве меток используются номера типов компонент множества B^Q.

Обозначим множество помеченных подграфов графа G^Q для варианта t_{B^Q} через M_{B^Q}:

$$M_{B^Q} = \bigcup_{\mu_{B^Q}} P^Q_{\mu_{B^Q}} M_{\mu_{B^Q}};$$

$$H_{M_{B^Q}} = S_{p^Q_{1_{B^Q}}} + S_{p^Q_{2_{B^Q}}} + \ldots + S_{p^Q_{l_{B^Q}}},$$

где $P^Q_{\mu_{B^Q}}$ – число элементов μ-го типа.

Отобразим множество вершин графа G^{Q-1} в множество помеченных подграфов графа G^Q. Тогда число вариантов двухуровневой детализации структуры при фиксированном $t_{B^Q} \in T^Q$:

$$K^{Q-1,Q}_{B^Q} = [Z(\Gamma(G^{Q-1}); \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots) \times$$

$$\times Z(H_{M_{B^Q}}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0} =$$

$$= [Z(S_{p_1^{Q-1}}[\tilde{A}(G_1^{Q-1})] + \ldots +$$

$$+ S_{p^{Q-1}_{l_{Q-1}}}[\tilde{A}(G^{Q-1}_{l^{Q-1}_{Q-1}})]; \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots)$$

$$Z(S_{p^Q_{1_{B^Q}}} + \ldots + S_{p^Q_{l_{B^Q}}}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0}, \quad (20)$$

при условии $n^{Q-1} < r_Q$.

Число вариантов двухуровневой детализации структуры метасистемы с учетом всех $t_{B^Q} \in T^Q$:

$$K^{Q-1,Q} = \sum_{B^Q} K^{Q-1,Q}_{B^Q}.$$

По индукции получим для многоуровневой детализации метасистемы:

$$K^{1,2,\ldots,Q}_{B^2 \ddots B^Q} = [Z(\tilde{A}(G^1); \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots) \times$$

$$\times Z(H_{M_{B^2 \ddots B^Q}}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0} =$$

$$= [Z(\Gamma(G^1); \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2} \ldots) Z(S_{p^2_{1_{B^2 \ddots B^Q}}} + \ldots +$$

$$+ S_{p^2_{l_{B^2 \ddots B^Q}}}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0}, \quad (21)$$

при условии $n^1 < r_2$.

$$\widehat{K}^{1,2,\ldots,Q}_{B^2 \ddots B^Q} = [Z(\Gamma(G^1); \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots) \times$$

$$\times Z(S_{p^2_{1_{B^2 \ddots B^Q}}} + \ldots + S_{p^2_{l_{B^2 \ddots B^Q}}}; Z_1, 2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0},$$

при условии $n^1 = r_2$.

Общее число вариантов многоуровневой детализации структуры метасистемы:

$$K^{1,2,\ldots,Q} = K_1^{1,2,\ldots,Q} + K_2^{1,2,\ldots,Q} + \ldots +$$

$$+ K^{1,2,\ldots,Q}_{K^{2,3,\ldots,Q}_{\ddots K^Q}} = \sum_{B^2 \ddots B^Q} K^{1,2,\ldots,Q}_{B^2 \ddots B^Q}. \quad (22)$$

Рассмотрим случай, когда исходный набор компонент присутствует на нескольких уровнях детализации метасистемы.

Обозначим через S_i число исходных компонент для i-го уровня детализации. Учитывая типы компонент:

$$\sum_{\xi_i=1}^{\Omega_i} \rho^i_{\xi_i} = S_i, \quad i = \overline{2,Q};$$

где $\rho^i_{\xi_i}$ – число компонент ξ_i-го типа i-го уровня детализации.

Зафиксируем $t_{B^i \ddots B^Q}$-й вариант многоуровневой структуры метасистемы. Для этого варианта получим множество помеченных подграфов $M_{B^i \ddots B^Q}$.

С учетом типов B_i:

$$p^i_{\mu'_{B^i \ddots B^Q}} = \begin{cases} p^i_{\mu_{B^i \ddots B^Q}} + \rho^i_{\xi_i}, \text{ åñëè } \mu_{B^i \ddots B^Q} \text{ è } \rho^i_{\xi_i} \text{ òèï û ñî âï àäàþ ò;} \\ p_{\mu_{B^i \ddots B^Q}} \text{ â ï ðî òèâí î ì ñëó÷àå,} \\ \text{òî ãäà } p_{(\mu+1)'_{B^i \ddots B^Q}} = \rho^i_{\xi_i}. \end{cases}$$

Тогда:

$$K^{i-1,i,\ldots,Q}_{B^2 \ddots B^Q} = [Z(\tilde{A}(G^{i-1}); \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots) \times$$

$$\times Z(H_{M'_{B^2 \ddots B^Q}}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0} =$$

$$= [Z(S_{p_1^{i-1}}[\tilde{A}(G_1^{i-1}) + \ldots +$$

$$+ S_{p^{i-1}_{l_{i-1}}}[\tilde{A}(G^{i-1}_{l_{i-1}}] \frac{\partial}{\partial Z_1}, \frac{\partial}{\partial Z_2}, \ldots),$$

$$Z(S_{p^i_{\Delta'_{B^i \ddots B^Q}}} + \ldots +$$

$$+ S_{p^i_{l'_{B^i \ddots B^Q}}}; 1+Z_1, 1+2Z_2, \ldots)]_{Z_1=Z_2=\ldots=0}.$$

при условии $n^{i-1} < r_i + S_i$.

Вывод

Предложенный подход к анализу и синтезу метасистем целесообразно использовать не только при проектировании метасистемы, но и при модернизации и реинжиниринге существующей архитектуры, что позволяет обосновать основные структурные характеристики метасистемы и выбрать рациональный вариант архитектуры [4].

Литература

1. Месарович М. Теория иерархических многоуровневых систем / М., Месарович, Д. Мако, И. Такахара. – М., 1978. – 312 с.

2. Де Брейн Н. Обзор обобщенной перечислительной теории Пойа: пер. с англ. / Н. Де Брейн // Перечислительные задачи комбинаторного анализа: сб. переводов; – М.: Мир, 1979. – С. 229-256.

3. Харрари Ф. Теория графлв: пер. с англ. / Ф. Харрари – М.: Мир, 1973. – 300 с.

4. Информационные технологии организации управления сложными социотехническими системами / О.Е. Федорович, Н.В. Нечипорук, Е.А. Дружинин, А.В. Прохоров. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ». – 2004. – 295 с.

Поступила в редакцию 17.03.2009

Рецензент: д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры автоматизированных систем управления Н.В. Ткачук, Национальный технический университет „Харьковский политехнический университет", Харьков, Украина.

СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ МЕТАСИСТЕМИ

О.Є. Федорович

У пропонованій роботі розглядаються питання аналізу тай синтезу складних соціотехнічних систем, які відносяться до метасистем. Запропоновано багатошарову деталізацію архітектури метасистеми. Для формування та оцінки множини варіантів архітектури здійснюється відображення множини вершин графа архітектури в множину елементів складу. При цьому враховуються типи компонент складу та топологія внутрішніх зв'язків. Для перерахування варіантів багатошарової архітектури метасистеми використані основні теореми теорії перерахування. Розглянуто різні постановки аналізу архітектури метасистеми та отримані аналітичні вираження для підрахунку можливих варіантів складу та структури метасистеми. Запропонований підхід доцільно використати на нових етапах формування архітектури метасистмеми.

Ключові слова: метасистема, структурний аналіз, архітектура метасистеми, перерахування множини варіантів архітектури, багатошарова деталізація метасистеми.

STRUCTURAL ANALYSIS OF METASYSTEMS

O.E. Fedorovich

The problems of analysis and synthesis of the complex socio-technical systems that can be referred to as metasystems are considered in the work. The multilayer metasystem architecture is proposed in detail. The mapping of architecture graph node set into the set of composition elements is made to form and evaluate the set of architecture variants. The types of composition components and the topology of internal links are taken into account. To enumerate the variants of multilayer metasystem architecture the basic theorems of enumeration theory are used. The different scenarios of metasystem architecture analysis are considered and the analytical expressions for calculating the possible variants of metasystem composition and structure are obtained. It is expedient to use the proposed approach at the new stages of formation of the metasystem architecture.

Key words: metasystem, structural analysis, metasystem architecture, enumeration of the architecture variants set, multilayer detailing of metasystem.

Федорович Олег Евгеньевич – д-р техн. наук, профессор, зав. кафедры информационных управляющих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.