

УДК 621.371.322

И.П. ЗАЙКИН, А.А. ТКАЧЕНКО*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина***РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА НЕСИММЕТРИЧНОМ СОЕДИНЕНИИ КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ И ПРЯМОУГОЛЬНОГО МНОГОМОДОВОГО ВОЛНОВОДА**

Рассмотрена задача рассеяния аксиально-симметричных $TM(e)$ - волн в коаксиальной линии и $TE(H)$ - волн в прямоугольном многомодовом волноводе на их несимметричном стыке при поочередном возбуждении каждого из них. Для строгого решения внутренней краевой задачи использован метод частичных областей. Решение получено в виде бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода относительно амплитуд волн пространственного спектра дифрагированного поля. Задача решена без ограничений на параметры структуры. Для длинноволнового и геометрооптического приближений решение системы уравнений получено в явном виде. Приводятся результаты численных расчетов для этих приближений.

Ключевые слова: рассеяние, поляризация, коаксиальная линия, коэффициенты преобразования, прямоугольный волновод.

Введение

В технике СВЧ для соединения линий передачи с различными типами волн используют преобразователи типов волн – переходники и ответвители. Основная идея конструирования таких трансформаторов состоит в том, что они должны создавать электромагнитные поля, которые имеют такие же компоненты, как и поле необходимого типа волны, и по возможности, не создавать компоненты, не содержащиеся в нужной волне.

Возможность возбуждения волны e_{01} в коаксиальной линии (КЛ) с помощью волны H_{10} в прямоугольном волноводе (ПВ) объясняется наличием в ПВ в месте соединения составляющей поля, параллельной центральному проводнику КЛ. Причем, если КЛ расположена в центре широкой стенки ПВ, эта составляющая будет максимальной. Но, к сожалению, при этом в КЛ возбуждается волна H_{11} , низшая по отношению к e_{01} и переносящая более 1% энергии. Возбуждение этого типа волны обусловлено максимальной плотностью продольных токов смещения в окне связи, расположенном в середине широкой стенки ПВ.

Одновременно с возбуждением паразитного типа волны в КЛ такое окно является серьезной неоднородностью для ПВ, нарушающей его согласование с передатчиком или приемником. Для ослабления этих нежелательных эффектов КЛ приходится смещать относительно оси широкой стенки волновода.

В случае многомодовых волноводов при четном количестве полуволн, укладывающихся по широкой стенке ПВ, в центре этой стенки поле равно нулю и для того, чтобы возбудить в КЛ волну e_{01} , КЛ необходимо смещать от оси ПВ. Таким образом, и в одномодовом, и в многомодовом режимах необходимо знать, как величина смещения центра КЛ относительно оси широкой стенки волновода влияет на степень возбуждения коаксиальной линии.

Целью работы является строгое решение задачи дифракции электромагнитных волн на несимметричном соединении полубесконечной коаксиальной линии с аксиально-симметричными поперечно-магнитными волнами и бесконечного прямоугольного волновода с поперечно-электрическими волнами для определения коэффициентов преобразования на такой структуре.

Формулирование проблемы

Рассмотрим структуру, показанную на рис. 1. Положим, что внешняя оболочка коаксиальной линии и отверстие связи имеют единичные радиусы ($R = 1$), тогда их периметры будут равны $\ell = 2\pi R = 2\pi$. Внутренний радиус коаксиальной линии обозначим как t , а смещение центра основания коаксиальной линии относительно оси широкой стенки волновода – как θ .

Большой размер волновода обозначим как $a/R = a$, а меньший – через $b = 2\pi g$, где g – некоторый малый параметр, равный $g = b / \ell$.

Область 1 на рис. 1 представляет собой регулярный участок коаксиальной линии, области 2 – регулярные участки прямоугольного волновода, область 3 – воображаемую полую часть отрезка коаксиальной линии, дополняющую ее внутрь прямоугольного волновода, а область 4 – цилиндрическое продолжение в волновод внутреннего проводника линии.

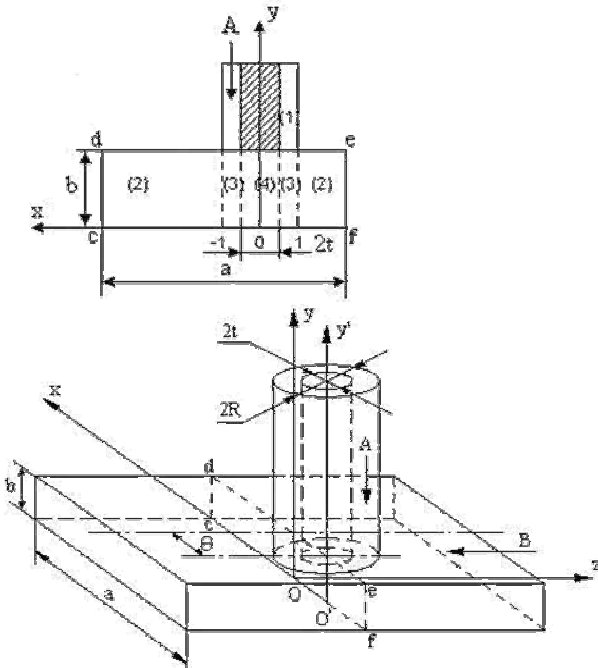


Рис. 1. Несимметричное соединение коаксиальной линии и прямоугольного волновода

Пусть на соединение со стороны коаксиальной линии ($y > 0$) набегают поперечные магнитные TM_{0n} – волны (или e_{0n} – волны), а со стороны прямоугольного волновода ($z > 0$) – поперечно-электрические TE_{nm} – волны (или H_{nm} – волны) с амплитудами A и B . Постоянные A и B могут быть поочередно равны либо единице, либо нулю. При падении волн из коаксиальной линии будем принимать $A = 1$, $B = 0$, если же волны набегают из прямоугольного волновода, то $B = 1$, а $A = 0$.

Тогда дифрагированное на соединении поле будет иметь вид набора волн, отраженных в область 1 (или 2) и проникающих в область 3, а через нее – в области 4 и 2 (или 1). Коэффициенты преобразования на структуре обозначим как: a_n – коэффициенты отражения (или прохождения) из области 3 в область 1; b_m – коэффициенты прохождения (или отражения) из области 3 в область 2; c_n – коэффициенты отражения от верхнего и нижнего оснований воображаемой полую части линии внутрь области 3; d_m – коэффициенты отражения от границ 2-3 в область 3; f_n – коэффициенты отражения от торца центрального проводника линии и нижней стенки вол-

новода в область 4; а ℓ_m – коэффициенты отражения от границ 3-4 в область 4.

Зависимость от координаты y для волн, распространяющихся в коаксиальной линии и ее продолжении (область 3), а также в цилиндрической области 4 в направлениях $\pm y$, будем представлять в виде

$$\exp(\pm ig_n y) \text{ и } \exp(\pm i\gamma_n y).$$

Продольные постоянные распространения вдоль y в областях 1 и 3 запишем как

$$g_n = \sqrt{\varepsilon^2 - h_n^2}, \quad (1)$$

где h_n – корни уравнения

$$\frac{J_0(h_n)}{J_0\left(h_n \frac{t+\theta}{R+\theta}\right)} - \frac{Y_0(h_n)}{Y_0\left(h_n \frac{t+\theta}{R+\theta}\right)} = 0, \quad (2)$$

а в области 4 – как

$$\gamma_n = \sqrt{\varepsilon^2 - (j_{0n}/t)^2}, \quad (3)$$

где j_{0n} – корни уравнения

$$J_0(j_{0n}) = 0. \quad (4)$$

В (1) ... (3) $\varepsilon = 2\pi R/\lambda = 2\pi/\lambda$ – безразмерное волновое число для свободного пространства, а $J_0(x)$ и $Y_0(x)$ – функции Бесселя и Неймана нулевого порядка.

Продольные постоянные распространения в прямоугольном волноводe вдоль z в областях 2 и вдоль ρ в областях 3 и 4 запишем в виде

$$\tilde{A}_m = \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon_x^2 - \varepsilon_y^2}, \quad (5)$$

где $\varepsilon_x = \frac{n\pi R}{a} = \frac{n\pi}{a}$, $\varepsilon_y = \frac{m\pi R}{b} = \frac{m}{2r}$ – (6)

безразмерные поперечные волновые числа по осям $0x$ и $0y$ соответственно.

Искомые поля должны удовлетворять уравнениям Максвелла, условиям непрерывности и граничным условиям, а также условиям излучения и на ребре [1].

Решение проблемы

Класс частных решений уравнений Максвелла для коаксиальных и круглых волноводов будем искать с помощью скалярных собственных функций, выражения для которых в областях 1, 3 и 4 структуры рис. 1 запишем в виде [1, 2]:

$$\psi_e^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A \delta_n^p e^{-ig_n(y-2\pi r)} + a_n e^{ig_n(y-2\pi r)} \right\} \times \left\{ \frac{J_0\left(h_n \frac{\rho+\theta}{R+\theta}\right) - Y_0\left(h_n \frac{\rho+\theta}{R+\theta}\right)}{J_0\left(h_n \frac{t+\theta}{R+\theta}\right) - Y_0\left(h_n \frac{t+\theta}{R+\theta}\right)} \right\}; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Psi_e^{(3)} &= \sum_{n=1}^{\infty} c_n \left\{ e^{i g_n (2\pi r + y)} + e^{i g_n (2\pi r - y)} \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{J_0 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right)}{J_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right)} \right\} + \\ &+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0 \left(\tilde{A}_m \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) e^{i m \left(\frac{y}{2r} - \pi \right)}; \\ \Psi_e^{(4)} &= \sum_{n=1}^{\infty} f_n H_0^{(1)}(j_{0n}) J_0 \left(j_{0n} \frac{\rho + \theta}{t + \theta} \right) \times \\ &\times \left\{ e^{i \gamma_n (2\pi r + y)} + e^{i \gamma_n (2\pi r - y)} \right\} + \\ &+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0 \left(\tilde{A}_m \frac{\rho + \theta}{t + \theta} \right) e^{i m \left(\frac{y}{2r} - \pi \right)}; \end{aligned}$$

где δ_n^p – символ Кронекера.

Отличные от нуля составляющие поля определяются из уравнений Максвелла в областях 1, 3 и 4 по формулам:

$$\begin{aligned} E_y &= \left(\alpha^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Psi_e; \quad \hat{A}_p = \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial y} \Psi_e; \\ H_\varphi &= i \alpha \frac{\partial}{\partial \rho} \Psi_e \end{aligned} \quad (8)$$

и имеют вид:

– в области 1

$$\begin{aligned} E_y^{(1)} &= \sum_{n=1}^{\infty} h_n^2 \left\{ A \delta_n^p e^{-i g_n (2y - \pi r)} + a_n e^{i g_n (y - 2\pi r)} \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{J_0 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right)}{J_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right)} \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_p^{(1)} &= i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n h_n}{R + \theta} \left\{ A \delta_n^p e^{-i g_n (y - 2\pi r)} - a_n e^{i g_n (y - 2\pi r)} \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{J_1 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) Y_1 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right)}{J_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right)} \right\}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} H_\varphi^{(1)} &= -i \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h_n}{R + \theta} \left\{ A \delta_n^p e^{-i g_n (y - 2\pi r)} + a_n e^{i g_n (y - 2\pi r)} \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{J_1 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) Y_1 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right)}{J_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right)} \right\}; \end{aligned}$$

где g_n определяется формулой (1);

– в области 3

$$\begin{aligned} E_y^{(3)} &= \sum_{n=1}^{\infty} c_n h_{nc}^2 \left\{ e^{i g_n (2\pi r + y)} + e^{i g_n (2\pi r - y)} \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{J_0 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right)}{J_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right)} \right\} + \\ &+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \left[\alpha^2 - \left(\frac{m}{2r} \right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) \times \\ &\times J_0 \left(\tilde{A}_m \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) e^{i m \left(\frac{y}{2r} - \pi \right)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_p^{(3)} &= -i \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{h_n g_n}{t + \theta} \left\{ e^{i g_n (2\pi r + y)} - e^{i g_n (2\pi r - y)} \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{J_1 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) Y_1 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right)}{J_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right)} \right\} - \end{aligned} \quad (10)$$

$$-i \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \frac{\tilde{A}_m m}{R + \theta} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1 \left(\tilde{A}_m \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) e^{i m \left(\frac{y}{2r} - \pi \right)};$$

$$\begin{aligned} H_\varphi^{(3)} &= -i \alpha \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{h_n}{R + \theta} \left\{ e^{i g_n (2\pi r + y)} + e^{i g_n (2\pi r - y)} \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{J_1 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) Y_1 \left(h_n \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right)}{J_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right) Y_0 \left(h_n \frac{t + \theta}{R + \theta} \right)} \right\} - \end{aligned}$$

$$-i \alpha \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \frac{\tilde{A}_m}{R + \theta} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1 \left(\tilde{A}_m \frac{\rho + \theta}{R + \theta} \right) e^{i m \left(\frac{y}{2r} - \pi \right)};$$

– в области 4

$$\begin{aligned} E_y^{(4)} &= \sum_{n=1}^{\infty} f_n \left(\frac{j_{0n}}{t} \right)^2 H_0^{(1)}(j_{0n}) J_0 \left(j_{0n} \frac{\rho + \theta}{t + \theta} \right) \times \\ &\times \left\{ e^{i \gamma_n (2\pi r + y)} + e^{i \gamma_n (2\pi r - y)} \right\} + \\ &+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m \left[\alpha^2 - \left(\frac{m}{2r} \right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) \times \\ &\times J_0 \left(\tilde{A}_m \frac{\rho + \theta}{t + \theta} \right) e^{i m \left(\frac{y}{2r} - \pi \right)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_p^{(4)} &= -i \sum_{n=1}^{\infty} f_n \frac{j_{0n} \gamma_n}{t + \theta} H_0^{(1)}(j_{0n}) J_1 \left(j_{0n} \frac{\rho + \theta}{t + \theta} \right) \times \\ &\times \left\{ e^{i \gamma_n (2\pi r + y)} - e^{i \gamma_n (2\pi r - y)} \right\} - \end{aligned} \quad (11)$$

$$-i \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m \frac{\tilde{A}_m m}{t + \theta} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1 \left(\tilde{A}_m \frac{\rho + \theta}{t + \theta} \right) e^{i m \left(\frac{y}{2r} - \pi \right)};$$

$$H_{\phi}^{(4)} = -i\alpha \sum_{n=1}^{\infty} f_n \frac{j_{0n}}{t+\theta} H_0^{(1)}(j_{0n}) J_1\left(j_{0n} \frac{\rho+\theta}{t+\theta}\right) \times \\ \times \left\{ e^{i\gamma_n(2\pi r+y)} + e^{i\gamma_n(2\pi r-y)} \right\} - \\ - i\alpha \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m \frac{\tilde{A}_m}{t+\theta} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1\left(\tilde{A}_m \frac{\rho+\theta}{t+\theta}\right) e^{im\left(\frac{z}{2r}-\pi\right)},$$

где Γ_m определяется формулой (5), а γ_n – по формуле (3).

В области 2 выражение для поперечной составляющей электрического поля волны H_{mn} в соответствии с [2] запишем в виде

$$E_y^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ B\delta_m^p e^{-i\tilde{A}_m(z-R)} + b_m e^{i\tilde{A}_m(z-R)} \right\} \times \\ \times e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} \cos\left[\frac{n\pi(x+\theta)}{a}\right], \quad (12)$$

а поперечную и продольную составляющие магнитного поля H_x и H_z найдем из уравнений Максвелла

$$H_x = -\frac{1}{i\alpha} \frac{\partial E_y}{\partial z}, \quad H_z = \frac{1}{i\alpha} \frac{\partial E_y}{\partial x}; \\ H_x^{(2)} = \frac{1}{\alpha} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{A}_m \left\{ B\delta_m^p e^{-i\tilde{A}_m(z-R)} - b_m e^{i\tilde{A}_m(z-R)} \right\} \times \\ \times e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} \cos\left[\frac{n\pi(x+\theta)}{a}\right], \\ H_z^{(2)} = \frac{i}{\alpha} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{a} \left\{ B\delta_m^p e^{-i\tilde{A}_m(z-R)} + b_m e^{i\tilde{A}_m(z-R)} \right\} \times \\ \times e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} \sin\left[\frac{n\pi(x+\theta)}{a}\right],$$

где δ_m^p – символ Кронекера.

Из условия непрерывности $E_{\rho}^{(1)} = E_{\rho}^{(3)}$ при $y = 2\pi r$ в силу выполнения для этой поляризации условия [2]:

$$d_m = d_{-m},$$

получаем

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \frac{\tilde{A}_m}{t+\theta} \frac{m}{2r} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1\left(\tilde{A}_m \frac{\rho+\theta}{t+\theta}\right) \equiv 0,$$

что приводит к следующей связи между амплитудами a_n и c_n :

$$a_n = c_n (e_n^2 - 1) + A\delta_n^p, \quad e_n^2 = e^{4ig_n\pi r}. \quad (13)$$

Выполнение условия непрерывности составляющих E_y на границе $z = R = 1$, $\rho = R = 1$ при $x = -\theta$ приводит к соотношению

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \left[\alpha^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) \times$$

$$\times J_0\left(\tilde{A}_m \frac{1+\theta}{t+\theta}\right) e^{im\left(\frac{z}{2r}-\pi\right)} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} c_n h_n^2 \left\{ e^{ig_n(2\pi r+y)} + e^{ig_n(2\pi r-y)} \right\} \times \\ \times \left\{ \frac{J_0(h_n)}{J_0\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)} - \frac{Y_0(h_n)}{Y_0\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)} \right\} = \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ B\delta_m^p + b_m \right\} e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)};$$

которое, в силу выполнения уравнения (2), связывает между собой амплитуды d_m и b_m :

$$b_m = d_m \left[\alpha^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0(\tilde{A}_m) - B\delta_m^p. \quad (14)$$

Из условия непрерывности составляющих E_y на границе $\rho = t$ следует соотношение

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n h_n^2 \left\{ e^{ig_n(2\pi r+y)} + e^{ig_n(2\pi r-y)} \right\} \times \\ \times \left\{ \frac{J_0\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)}{J_0\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)} - \frac{Y\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)}{Y_0\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)} \right\} + \\ + \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \left[\alpha^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) \times \\ \times J_0\left(\tilde{A}_m \frac{t+\theta}{1+\theta}\right) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} = \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ell_m \left[\alpha^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right] H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_0(\tilde{A}_m) e^{im\left(\frac{y}{2r}-\pi\right)} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \left(\frac{j_{0n}}{t}\right)^2 H_0^{(1)}(j_{0n}) J_0(j_{0n}) \times \\ \times \left\{ e^{i\gamma_n(2\pi r+y)} + e^{i\gamma_n(2\pi r-y)} \right\},$$

из которого, в силу (4), вытекает очевидная связь между амплитудами ℓ_m и d_m :

$$\ell_m = d_m \frac{J_0\left(\tilde{A}_m \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)}{J_0(\tilde{A}_m)}. \quad (15)$$

Сшивание составляющих H_{ϕ} и H_x на границе областей 2 и 3: $\rho = R = 1$, $z = R = 1$, $x = -\theta$ приводит, с учетом (14), к функциональному уравнению

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \tau_n^e e_n \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ 2B\delta_m^p \frac{i\tilde{A}_m}{\tilde{a}^2} - d_m \Delta_m \right\} e^{im\left(\frac{z}{2r} - \pi\right)}, \quad (16)$$

где

$$\Delta_m = \tilde{A}_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) \left\{ \frac{i \left[\tilde{a}^2 - \left(\frac{m}{2r}\right)^2 \right]}{\tilde{a}^2} J_0(\tilde{A}_m) + \frac{J_1(\tilde{A}_m)}{1+\theta} \right\},$$

$$\tau_n = \frac{h_n}{1+\theta} \left\{ \frac{J_1(h_n)}{J_0\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)} - \frac{Y_1(h_n)}{Y_0\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)} \right\}, \quad (17)$$

$$e_n = e^{2ig_n\pi r}. \quad (18)$$

Используя разложение

$$\tau_n e_n \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \alpha_m^n e^{im\left(\frac{y}{2r} - \pi\right)},$$

получим бесконечную систему алгебраических уравнений относительно d_m и c_n :

$$d_m = 2B\delta_m^p \frac{i\tilde{A}_m}{\tilde{a}^2 \Delta_m} - \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{\alpha_m^n}{\Delta_m}, \quad (19)$$

где коэффициенты α_m^n определяются как

$$\alpha_m^n = \frac{\tau_n e_n}{4\pi r} \int_{-2\pi r}^{2\pi r} \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} e^{-im\left(\frac{y}{2r} - \pi\right)} dy$$

и равны

$$\alpha_m^n = \begin{cases} \frac{\tau_n (e_n^2 - 1)}{2\pi i} \frac{g_n}{g_n^2 - (m/2r)^2}, & g_n \neq \frac{m}{2r}, \\ \tau_n, & g_n = m/2r. \end{cases} \quad (20)$$

Выполняя условие непрерывности $H_\phi^{(3)} = H_\phi^{(4)}$ при $\rho = t$ и учитывая (16), а также соотношение

$$j_0 H_0^{(1)}(j_0) J_1(j_0) = -\frac{2}{\pi i},$$

получим функциональное уравнение [2]:

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n^e e_n \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} + \quad (21)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} f_n \frac{2e_{n4}}{\pi i t} \left\{ e^{iy_n y} + e^{-iy_n y} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \Omega_m e^{im\left(\frac{y}{2r} - \pi\right)},$$

где

$$\phi_n = h_n \left\{ \frac{J_1(h_n)}{J_0(h_n t)} - \frac{Y_1(h_n)}{Y_0(h_n t)} \right\}, \quad e_{n4} = e^{2\pi i y_n},$$

$$\Omega_m = \frac{\tilde{A}_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m)}{t} \left\{ \frac{J_0(\tilde{A}_m t) J_1(\tilde{A}_m)}{J_0(\tilde{A}_m)} - t J_1(\tilde{A}_m t) \right\}.$$

Произведем в (21) перераспределения:

$$\phi_n e_n \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^n \Omega_m e^{im\left(\frac{y}{2r} - \pi\right)}, \quad (22)$$

$$\frac{2e_{n4}}{\pi i t} \left\{ e^{iy_n y} + e^{-iy_n y} \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \xi_m^n \Omega_m e^{im\left(\frac{y}{2r} - \pi\right)} \quad (23)$$

с коэффициентами

$$\mu_m^n = \frac{\phi_n e_n}{\Omega_m} \frac{2\pi r}{4\pi r} \int_{-2\pi r}^{2\pi r} \left\{ e^{ig_n y} + e^{-ig_n y} \right\} e^{-im\left(\frac{y}{2r} - \pi\right)} dy,$$

$$\xi_m^n = \frac{2e_{n4}}{\pi i t \Omega_m} \frac{2\pi r}{4\pi r} \int_{-2\pi r}^{2\pi r} \left\{ e^{iy_n y} + e^{-iy_n y} \right\} e^{-im\left(\frac{y}{2r} - \pi\right)} dy,$$

равными

$$\mu_m^n = \begin{cases} \frac{\phi_n (e_n^2 - 1)}{\Omega_m 2\pi i} \frac{g_n}{g_n^2 - (m/2r)^2}, & g_n \neq m/2r, \\ \phi_n / \Omega_m, & g_n = m/2r, \end{cases}$$

$$\xi_m^n = \begin{cases} \frac{1 - e_{n4}^2}{\pi^2 t r \Omega_m} \frac{\gamma_n}{\gamma_n^2 - (m/2r)^2}, & \gamma_n \neq \frac{m}{2r}, \\ 2i / \pi t \Omega_m, & \gamma_n = m/2r. \end{cases}$$

После подстановки (22) и (23) в (21) имеем

$$d_m = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \mu_m^n + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \xi_m^n,$$

а с учетом (19) –

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \alpha_m^n = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \mu_m^n + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \xi_m^n,$$

откуда

$$f_n = c_n \frac{\alpha_m^n - \mu_m^n}{\xi_m^n}. \quad (24)$$

Выполнение условия непрерывности $H_\phi^{(1)} = H_\phi^{(3)}$ на границе $y = 2\pi r$ приводит, после использования (13), к функциональному уравнению

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 2A\delta_n^p - 2c_n \right\} \frac{h_n}{1+\theta} \left\{ \frac{J_1\left(h_n \frac{\rho+\theta}{1+\theta}\right)}{J_0\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)} - \frac{Y_1\left(h_n \frac{\rho+\theta}{1+\theta}\right)}{Y_0\left(h_n \frac{t+\theta}{1+\theta}\right)} \right\} =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \frac{\tilde{A}_m}{1+\theta} H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1\left(\tilde{A}_m \frac{\rho+\theta}{1+\theta}\right).$$

Обозначим

$$h'_n = \frac{h_n}{1+\theta}, \quad \tilde{A}'_m = \frac{\tilde{A}_m}{1+\theta}, \quad \rho' = \rho + \theta,$$

$$t' = t + \theta, \quad t'' = 1 + \theta,$$

тогда функциональное уравнение примет вид

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 2A\delta_n^p - 2c_n \right\} h'_n \left\{ \frac{J_1(h'_n \rho')}{J_0(h'_n t')} - \frac{Y_1(h'_n \rho')}{Y_0(h'_n t')} \right\} =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \tilde{A}'_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1(\tilde{A}'_m \rho'). \quad (25)$$

Применим в (25) переразложение

$$\begin{aligned} & \tilde{A}'_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) J_1(\tilde{A}'_m \rho') = \\ & = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^m 2h'_n \left\{ \frac{J_1(h'_n \rho')}{J_0(h'_n t')} - \frac{Y_1(h'_n \rho')}{Y_0(h'_n t')} \right\}, \end{aligned}$$

в котором коэффициенты β_n^m определяются следующим образом:

$$\beta_n^m = \frac{\tilde{A}'_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m)}{2h'_n} \times \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & \int_{t+\theta}^{1+\theta} \rho' J_1(\tilde{A}'_m \rho') \left\{ \frac{J_1(h'_n \rho')}{J_0(h'_n t')} - \frac{Y_1(h'_n \rho')}{Y_0(h'_n t')} \right\} d\rho' \\ & \times \frac{\int_{t+\theta}^{1+\theta} \rho' \left\{ \frac{J_1(h'_n \rho')}{J_0(h'_n t')} - \frac{Y_1(h'_n \rho')}{Y_0(h'_n t')} \right\}^2 d\rho'}{\int_{t+\theta}^{1+\theta} \rho' \left\{ \frac{J_1(h'_n \rho')}{J_0(h'_n t')} - \frac{Y_1(h'_n \rho')}{Y_0(h'_n t')} \right\}^2 d\rho'}. \end{aligned}$$

Обозначим интеграл в знаменателе как

$$\sigma_n^e = I_1 + I_2 + I_3, \quad (27)$$

вычислим I_1 , I_2 и I_3 :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{t'}^{t''} \rho' \frac{J_1^2(h'_n \rho')}{J_0^2(h'_n t')} d\rho' = \frac{1}{J_0^2(h'_n t')} \int_{t'}^{t''} \rho' J_1^2(h'_n \rho') d\rho' = \\ &= \frac{1}{J_0^2(h'_n t')} \left\{ \frac{t'^2}{2} \left[J_0^2(h'_n t'') + J_1^2(h'_n t'') - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{2}{h'_n t''} J_0(h'_n t'') J_1(h'_n t'') \right] - \frac{t'^2}{2} \left[J_0^2(h'_n t') + J_1^2(h'_n t') - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{2}{h'_n t'} J_0(h'_n t') J_1(h'_n t') \right] \right\}; \\ I_2 &= \int_{t'}^{t''} \rho' \frac{Y_1^2(h'_n \rho')}{Y_0^2(h'_n t')} d\rho' = \frac{1}{Y_0^2(h'_n t')} \int_{t'}^{t''} \rho' Y_1^2(h'_n \rho') d\rho' = \\ &= \frac{1}{Y_0^2(h'_n t')} \left\{ \frac{t'^2}{2} \left[Y_0^2(h'_n t'') + Y_1^2(h'_n t'') - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{2}{h'_n t''} Y_0(h'_n t'') Y_1(h'_n t'') \right] - \frac{t'^2}{2} \left[Y_0^2(h'_n t') + Y_1^2(h'_n t') - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{2}{h'_n t'} Y_0(h'_n t') Y_1(h'_n t') \right] \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{-2}{J_0(h'_n t') Y_0(h'_n t')} \int_{t'}^{t''} \rho' J_1(h'_n \rho') Y_1(h'_n \rho') d\rho' = \\ &= \frac{-1}{h'_n J_0(h'_n t') Y_0(h'_n t')} \left\{ t'' \left[J_2(h'_n t'') Y_1(h'_n t'') - \right. \right. \\ & \left. \left. - J_1(h'_n t'') Y_2(h'_n t'') \right] - t' \left[J_2(h'_n t') Y_1(h'_n t') - \right. \right. \\ & \left. \left. - J_1(h'_n t') Y_2(h'_n t') \right] \right\}. \end{aligned}$$

При вычислении I_3 использован интеграл

$$\begin{aligned} & \int_0^t z C_1(kz) D_1(pz) dz = \\ &= \frac{1}{k^2 + p^2} \left\{ \left(\frac{k}{p} \right)^2 + kt C_2(kt) D_1(pt) - \right. \\ & \left. - pt C_1(kt) D_2(pt) \right\}, \quad (28) \end{aligned}$$

где $C_1(kz)$, $D_1(pz)$ – произвольные цилиндрические функции [1, 2].

Интеграл в числителе обозначим как

$$\upsilon_n^m = I_4 - I_5 \quad (29)$$

и вычислим I_4 и I_5 , используя формулы Ломмеля [2]:

$$\begin{aligned} I_4 &= \frac{1}{J_0(h'_n t')} \int_{t'}^{t''} \rho' J_1(\tilde{A}'_m \rho') J_1(h'_n \rho') d\rho' = \\ &= \frac{t'' \left[h'_n J_0(h'_n t'') J_1(\tilde{A}'_m t'') - \tilde{A}'_m J_0(\tilde{A}'_m t'') J_1(h'_n t'') \right]}{J_0(h'_n t') \left(\tilde{A}'_m{}^2 - h_n'^2 \right)} - \\ & \quad - \frac{t' \left[h'_n J_1(\tilde{A}'_m t') J_0(h'_n t') - \tilde{A}'_m J_0(\tilde{A}'_m t') J_1(h'_n t') \right]}{J_0(h'_n t') \left(\tilde{A}'_m{}^2 - h_n'^2 \right)}, \\ I_5 &= \frac{1}{Y_0(h'_n t')} \int_{t'}^{t''} \rho' J_1(\tilde{A}'_m \rho') Y_1(h'_n \rho') d\rho' = \\ &= \frac{t'' \left[h'_n Y_0(h'_n t'') J_1(\tilde{A}'_m t'') - \tilde{A}'_m J_0(\tilde{A}'_m t'') Y_1(h'_n t'') \right]}{Y_0(h'_n t') \left(\tilde{A}'_m{}^2 - h_n'^2 \right)} - \\ & \quad - \frac{t' \left[h'_n Y_0(h'_n t') J_1(\tilde{A}'_m t') - \tilde{A}'_m J_0(\tilde{A}'_m t') Y_1(h'_n t') \right]}{Y_0(h'_n t') \left(\tilde{A}'_m{}^2 - h_n'^2 \right)}. \end{aligned}$$

После подстановки σ_n^e и υ_n^m в (26) получим

$$\beta_n^m = \frac{\tilde{A}'_m H_0^{(1)}(\tilde{A}_m) \upsilon_n^m}{2h'_n \sigma_n^e}, \quad (30)$$

тогда уравнение (25) примет вид

$$c_v + \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \beta_v^m = A \delta_v^p. \quad (31)$$

Подставляя в (31) вместо d_m его значение из (19), получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода относительно коэффициентов c_v :

$$c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n P_{nv} = A \delta_v^p - 2B \frac{i \tilde{A}_p \beta_v^p}{\alpha^2 \Delta_p}, \quad (32)$$

где

$$P_{nv} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_m^n \beta_v^m}{\Delta_m}. \quad (33)$$

Коэффициенты a_n , b_m , ℓ_m , d_m и f_n вычисляются по формулам (13), (14), (16), (19) и (24).

Длинноволновое приближение

Явные формулы для определения коэффициентов преобразования на структуре в длинноволновом приближении ($\alpha g \ll 1$) определим способом, использованным в [3].

Представим матричные коэффициенты P_{nv} как

$$P_{nv} = P_{nv}^{(0)} + \tilde{P}_{nv}, \quad (34)$$

а решение системы (32) – как

$$c_v = c_v^{(0)} + \tilde{c}_v,$$

и в выражении для P_{nv} удержим лишь слагаемые, пропорциональные $1/\alpha g$. Тогда решение приближенной системы при $A = 1, B = 0$

$$c_v^{(0)} - \sum_{n=1}^{\infty} c_n^{(0)} P_{nv}^{(0)} = \delta_v^p \quad (35)$$

$c_v^{(0)}$ будет отличаться от решения исходной системы c_v на величину $\alpha g \ll 1$.

Выражение для $P_{nv}^{(0)}$ ($m = 0$) имеет вид

$$P_{nv}^{(0)} = \frac{1}{4\pi g_i} \varphi_n \psi_v, \quad (36)$$

где

$$\varphi_n = \frac{\tau_n^c (e_n^2 - 1)}{g_n \Delta_n}, \quad \psi_v = \frac{\zeta'_v H_0^{(1)}(\zeta_v) \nu_0^v}{\sigma_v h'_v},$$

$$\zeta_v = \sqrt{\alpha^2 - \left(\frac{\nu\pi}{a}\right)^2}, \quad \zeta'_v = \frac{\zeta_v}{1+\theta}, \quad h_v = \frac{\nu\pi}{1-t},$$

$$\Delta_n = \zeta_n H_0^{(1)}(\zeta_n) \left[iJ_0(\zeta_n) + \frac{J_1(\zeta_n)}{1+\theta} \right],$$

а g_n, τ_n, σ_n и ν_0^v определяются выражениями (1), (17), (27) и (29).

Из (36) видно, что система имеет вырожденное ядро:

$$c_v^{(0)} - \frac{\psi_v}{4\pi g_i} \sum_{n=1}^{\infty} c_n^{(0)} \varphi_n = \delta_v^p. \quad (37)$$

После умножения (37) на φ_v и суммирования по v , получим

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n^{(0)} \varphi_n = \frac{4\pi g_i \varphi_p}{4\pi g_i - S_1}, \quad (38)$$

где $S_1 = \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \psi_v$.

Подставляя (38) в (37), найдем

$$c_v^{(0)} = \delta_v^p + \frac{\psi_v \varphi_p}{4\pi g_i - S_1}. \quad (39)$$

Тогда коэффициенты отражения в коаксиальную линию будут равны

$$a_n^{(0)} = \delta_n^p e_n^2 - \left(e_n^2 - 1 \right) \frac{\psi_n \varphi_p}{4\pi g_i - S_1}, \quad (40)$$

а коэффициенты прохождения в прямоугольный волновод –

$$b_m = - \frac{\alpha^2 H_0^{(1)}(\zeta_m) J_0(\zeta_m)}{2\pi g_i} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{\tau_n (e_n^2 - 1)}{g_n \Delta_n}. \quad (41)$$

При $B = 1, A = 0$ система (32) примет вид

$$c_v - \sum_{n=1}^{\infty} c_n P_{nv} = -2 \frac{i \tilde{A}_p \beta_v^p}{\alpha^2 \Delta_p}, \quad (42)$$

где $\beta_v^p = \frac{\psi_v}{2}$.

По аналогии с (37) получим

$$c_v^{(0)} - \frac{\psi_v}{4\pi g_i} \sum_{n=1}^{\infty} c_n^{(0)} \varphi_n = - \frac{2i \zeta_p \beta_v^p}{\alpha^2 \Delta_p}, \quad (43)$$

а после умножения на φ_v и суммирования по v –

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n^{(0)} \varphi_n = - \frac{2i \zeta_p 4\pi g_i}{\alpha^2 \Delta_p (4\pi g_i - S_1)} \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_v \beta_v^p. \quad (44)$$

Подставив (44) в (43), найдем

$$c_v^{(0)} = \frac{\zeta_p \psi_v}{\alpha^2 \Delta_p} \left(\frac{4\pi g_i}{4\pi g_i - S_1} \right), \quad (45)$$

тогда

$$a_v^{(0)} = c_v^{(0)} (e_v^2 - 1), \quad (46)$$

$$d_m^{(0)} = \delta_m^p \frac{2i \zeta_p}{\alpha^2 \Delta_p} - \frac{1}{2\pi g_i \Delta_p} \sum_{n=1}^{\infty} c_n^{(0)} \frac{\tau_n (e_n^2 - 1)}{g_n}, \quad (47)$$

$$b_m^{(0)} = d_m^{(0)} \alpha^2 H_0^{(1)}(\zeta_p) J_0(\zeta_p) - \delta_m^p. \quad (48)$$

На рис. 2 приведены частотные зависимости первых гармоник коэффициентов отражения в КЛ $|a_1|$ и прохождения в ПВ $|b_1|$ при падении на стык волны e_{01} со стороны КЛ, а на рис. 3 – коэффициентов отражения в ПВ $|b_1|$ и прохождения в КЛ $|a_1|$ при падении на стык волны H_{10} со стороны ПВ. Зависимости построены по формулам (40), (41) и (46), (48) в длинноволновом приближении.

Приближение геометрической оптики

На высоких частотах ($\alpha \gg 1, \alpha g \gg 1$) нужно учитывать, что амплитуды дифрагированного на соединении поля a_n, b_m, c_n, ℓ_m и f_n убывают с ростом n и m . Если $\alpha \gg |n_1|$ и $\alpha g \gg |m_1|$, где n_1 и m_1 – наибольшие номера гармоник с еще заметными амплитудами, то в представлении полей можно учитывать только гармоники с номерами $n < n_1$ и $m < m_1$ и приближенно для них принимать [3]:

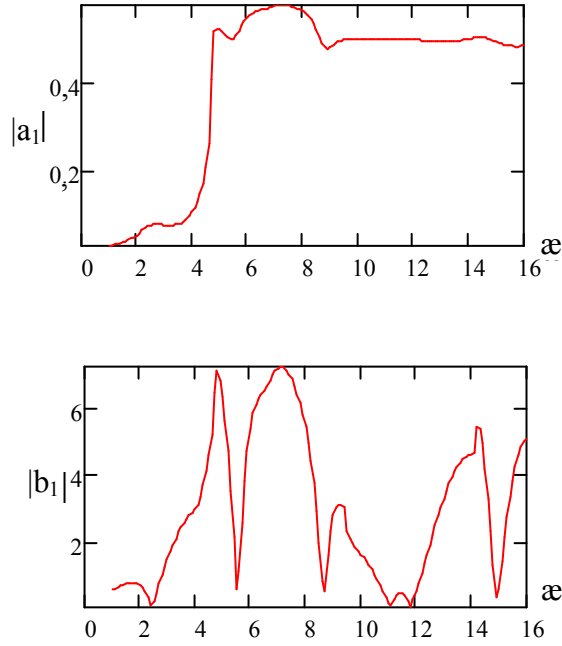


Рис. 2. $A = 1, B = 0$:
коэффициенты отражения
в КЛ $|a_1|$ и прохождения в ПВ $|b_1|$ для:
 $\theta = 0,75R; r = 0,05R; t = 0,33R; a = 8,5R$

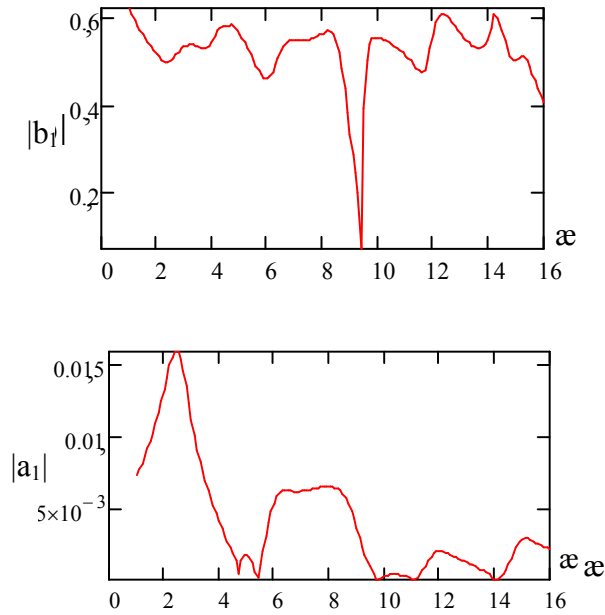


Рис. 3. $B = 1, A = 0$:
коэффициенты отражения
в ПВ $|b_1|$ и прохождения в КЛ $|a_1|$ для:
 $\theta = 0,75R; r = 0,05R; t = 0,33R; a = 8,5R$

$$g_n \approx \alpha, \tilde{A}_m \approx \alpha, \gamma_n \approx \alpha, \zeta_n \approx \alpha \quad (49)$$

и и для $A = 1, B = 0$ системы (19) и (31) записать в виде

$$d_m = -\frac{2}{\pi i \Delta_0} \frac{\alpha r (e_0^2 - 1)}{(2\alpha r)^2 - m^2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \tau_n, \quad (50)$$

$$c_n + \beta_n^0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m = \delta_n^p, \quad (51)$$

где

$$\Delta_0 = \alpha H_0^{(1)}(\alpha) \{iJ_0(\alpha) - J_1(\alpha)\}, \quad e_0^2 = e^{4\alpha \pi i}, \quad (52)$$

$$\beta_n^0 = \frac{\alpha H_0^{(1)}(\alpha) v_n^0}{2h_n \sigma_n^e} = \frac{\psi_n}{2}, \quad (53)$$

τ_n – такое же, как и для длинноволнового приближения, а v_n^0 определяется выражением (29) при выполнении условий (49).

Обозначим в (50) и (51):

$$\chi_n = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \tau_m, \quad \zeta_m = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \quad (54)$$

и просуммируем (50) по m , а (51) – по n после умножения его на τ_n . Получим:

$$\zeta_m = -\chi_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2}{\pi i} \frac{\alpha r (e_0^2 - 1)}{(2\alpha r)^2 - m^2};$$

$$\chi_n + \zeta_m \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \beta_n^0 = \tau_p$$

или

$$\zeta_m = -\chi_n S_2, \quad \chi_n + \zeta_m S_3 = \tau_p, \quad (55)$$

где

$$S_2 = \frac{2\alpha r (e_0^2 - 1)}{\pi i \Delta_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2\alpha r)^2 - m^2};$$

$$S_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^0 \tau_n = \frac{\alpha H_0^{(1)}(\alpha)}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_n^0 \tau_n}{h_n \sigma_n}.$$

Из (55) находим

$$\chi_n = \frac{\tau_p}{1 - S_2 S_3}, \quad \zeta_m = -\frac{\tau_p S_2}{1 - S_2 S_3},$$

тогда окончательно амплитуды c_n и d_m примут вид:

$$c_n = \delta_n^p - \zeta_m \beta_n^0, \quad (56)$$

$$d_m = -\frac{2}{\pi i \Delta_0} \frac{\alpha r (e_0^2 - 1)}{(2\alpha r)^2 - m^2} \frac{\tau_p}{1 - S_2 S_3}. \quad (57)$$

Коэффициенты отражения в сторону коаксиальной линии a_n в соответствии с (13) будут определяться как

$$a_n = e_0^2 \delta_n^p + \frac{(e_0^2 - 1) \tau_p S_2}{1 - S_2 S_3} \beta_n^0, \quad (58)$$

а коэффициенты прохождения в сторону прямого волновода b_m в соответствии с (14) – как

$$b_m = d_m \alpha^2 H_0^{(1)}(\alpha) J_0(\alpha). \quad (59)$$

При $B = 1, A = 0$ системы (19) и (31) примут вид:

$$d_m = \delta_m^p \frac{2i}{\alpha \Delta_0} - \frac{1}{\Delta_0} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \alpha_n^n,$$

$$c_n = -\beta_n^0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m$$

или, в обозначениях (54),

$$\zeta_m = \frac{2i}{\alpha \Delta_0} - \frac{2\alpha \arg(e_0^2 - 1)}{\pi i \Delta_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2\alpha r)^2 - m^2} \chi_n, \quad (60)$$

$$\chi_n = -\zeta_m \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \beta_n^0, \quad (61)$$

или

$$\zeta_m = \frac{2i}{\alpha \Delta_0} - \chi_n S_2, \quad \chi_n = -\zeta_m S_3,$$

откуда

$$\zeta_m = \frac{2i}{\alpha \Delta_0} \frac{1}{1 - S_2 S_3}, \quad (62)$$

$$\chi_n = -\frac{2i}{\alpha \Delta_0} \frac{S_3}{1 - S_2 S_3}. \quad (63)$$

Окончательно

$$c_n = -\frac{2i}{\alpha \Delta_0} \frac{\beta_n^0}{1 - S_2 S_3},$$

$$d_m = \frac{2i}{\alpha \Delta_0} \left\{ \delta_m^p + \frac{2\alpha \arg(e_0^2 - 1)}{\pi i \Delta_0} \frac{S_3}{(2\alpha r)^2 - m^2} \frac{1}{1 - S_2 S_3} \right\}.$$

Тогда коэффициенты прохождения в сторону коаксиальной линии согласно (13) будут определяться как

$$a_n = (e_0^2 - 1) c_n, \quad (64)$$

а коэффициенты отражения в сторону прямоугольного волновода согласно (14) – как

$$b_m = d_m \alpha^2 H_0^{(1)}(\alpha) J_0(\alpha) - \delta_m^p. \quad (65)$$

На рис. 4 приведены частотные зависимости первых гармоник коэффициентов отражения в КЛ $|a_1|$ и прохождения в ПВ $|b_1|$ при падении на стык волны e_{01} со стороны КЛ, а на рис. 5 – коэффициентов отражения в ПВ $|b_1|$ и прохождения в КЛ $|a_1|$ при падении на стык волны H_{10} со стороны ПВ. Зависимости построены по формулам (58), (59) и (64), (65) в геометрическом приближении.

Заключение

В результате строгого решения задачи методом частичных областей получены бесконечные системы линейных алгебраических уравнений второго рода относительно амплитуд волн пространственного спектра дифрагированного поля. Решение получено без ограничений на параметры структуры.

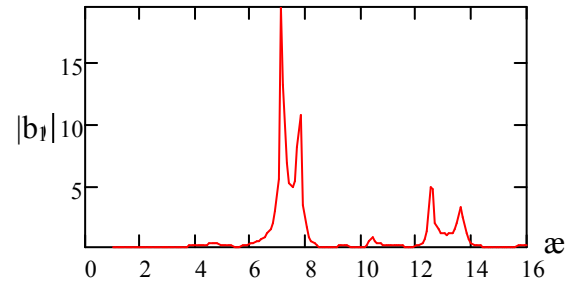
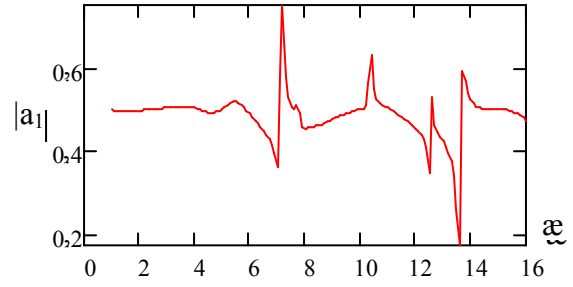


Рис. 4. $A = 1, B = 0$:
коэффициенты отражения
в КЛ $|a_1|$ и прохождения в ПВ $|b_1|$ для:
 $\theta = 3R; r = 0,5R; t = 0,4R; a = 8,5R$

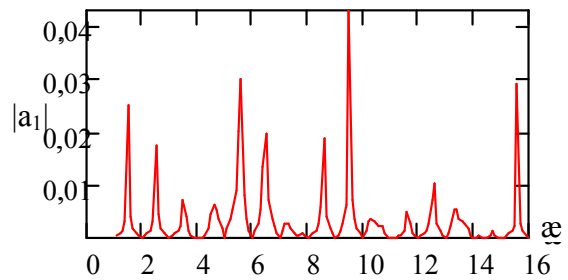
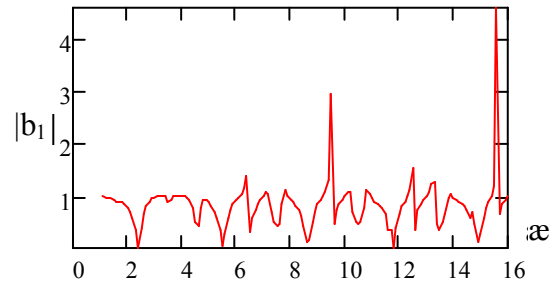


Рис. 5. $B = 1, A = 0$:
коэффициенты отражения
в ПВ $|b_1|$ и прохождения в КЛ $|a_1|$ для:
 $\theta = 3R; r = 0,5R; t = 0,5R; a = 8,5R$

Для предельных случаев – длинноволнового и геометрического приближений выражения для коэффициентов преобразования получены и численно реализованы в виде простых явных формул.

Литература

1. Заикин И.П. Рассеяние электромагнитных волн на симметричном соединении двух коаксиальных линий и цилиндрического резонатора с диэлектрическим заполнением / И.П. Заикин, А.А. Ткаченко // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2009. – № 1 (35). – С. 7-19.

2. Заикин И.П. Рассеяние электромагнитных волн на симметричном соединении коаксиальной

линии и прямоугольного волновода / И.П. Заикин, А.А. Ткаченко, А.А. Ткаченко // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2009. – № 3 (37). – С. 7-17.

3. Заикин И.П. Дифракция электромагнитных волн на симметричном соединении двух круглых волноводов с цилиндрическим резонатором. Часть 2. Аналитические приближения / И.П. Заикин, А.А. Ткаченко // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2007. – № 4 (23). – С. 7-14.

Поступила в редакцию 27.03.2009

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой прикладной электродинамики, проф. Н.Н. Горобец, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков.

РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА НЕСИМЕТРИЧНОМУ З'ЄДНАННІ КОАКСІАЛЬНОЇ ЛІНІЇ І ПРЯМОКУТНОГО ХВИЛЕВОДУ

І.П. Заїкін, А.А. Ткаченко

Розглянута задача дифракції аксіально-симетричних $TM_{0n}(e_{0n})$ - хвиль у напівнескінченній коаксіальній лінії і $TE_{nm}(H_{nm})$ -хвиль у нескінченному прямокутному хвилеводі при їх несиметричному з'єднанні і почерговому збудженні кожного з них. Для строгого розв'язання внутрішньої крайової задачі використаний метод часткових областей. Рішення одержано у вигляді нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь другого роду відносно амплітуд хвиль просторового спектру дифрагованого поля. Задача розв'язана без обмежень на параметри структури. Для довгохвильового та геометрооптичного наближень рішення системи рівнянь одержано у явному вигляді. Наводяться чисельні результати розрахунків для цих наближень.

Ключові слова: розсіяння, поляризація, коаксіальна лінія, коефіцієнти перетворення, прямокутний хвилевод.

DISPERSION OF ELECTROMAGNETIC WAVES ON ASYMMETRICAL CONNECTION OF COAXIAL LINE AND RECTANGULAR WAVEGUIDE

I.P. Zaikin, A.A. Tkachenko

The problem of dispersion of the axial-symmetrical $TM_{0n}(e_{0n})$ - waves in seminfinite coaxial line and $TE_{nm}(H_{nm})$ - waves in infinite rectangular waveguide on their asymmetrical connecting as they are alternated stimulation is considered. For rigorous solution of such internal boundary problem the method of partial domains is proposed. Solution is obtained in the appearance infinite system of linear algebraic equations of second kind relatively to amplitudes of waves spatial spectrum of diffracted field. The problem without restrictions at the characteristics of structure is solved. Simple obvious formulas for long-wave approximation and geometrical optics approximation are obtained. Results of numerical calculations for this approximations are showed.

Key words: dispersion, polarization, coaxial line, coefficients transformation, rectangular waveguide.

Заикин Иван Павлович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры приема, передачи и обработки сигналов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина.

Ткаченко Александра Александровна – студентка кафедры приема, передачи и обработки сигналов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина.