

УДК 519.718

В.О. РОМАНКЕВИЧ, А.П. ФЕСЕНЮК

*Національний технічний університет України «КПІ», Україна***ПРО РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ ВІДМОВОСТІЙКИХ БАГАТОПРОЦЕСОРНИХ СИСТЕМ, ПІДСИСТЕМИ ЯКИХ МАЮТЬ СПІЛЬНІ ПРОЦЕСОРИ**

*Запропоновано методику розрахунку надійності відмовостійких багатопроцесорних систем (ВБС), підсистеми яких мають спільні процесори. Методика ґрунтується на проведенні статистичних експериментів з ієрархічними графо-логічними моделями. При розрахунку використовуються умовні імовірності станів підсистем для різних станів спільних процесорів. Запропонована методика може бути застосована для ВБС із багаторівневою ієрархією. В роботі розглядаються різні фактори, що впливають на похибку обчислень. Отримано співвідношення для оцінки методичної похибки.*

**Ключові слова:** надійність, відмовостійкі багатопроцесорні системи, ієрархічні системи, методична похибка, статистичні оцінки, моделювання.

**Вступ**

Відмовостійкі реконфігуровні багатопроцесорні системи (ВБС) знаходять своє застосування у системах управління складними об'єктами (авіакосмічні системи, системи управління АЕС, системи управління великим виробництвом та ін.). В зв'язку із специфікою області до ВБС встановлюють високі вимоги по надійності.

В монографіях [1, 2] розглядається ряд методів аналізу надійності систем. Значна частина методів (метод повного перебору, методи мінімальних шляхів і розрізів, застосування ланцюгів Маркова та ін.) орієнтована на системи з невеликою кількістю елементів. Частина методів придатна для систем, які належать до певних класів за видом залежності стану системи від станів її елементів. Активно досліджуються, наприклад, системи типу «к-з-п» і «последовні-к-з-п» [3-6]. Для систем, які не відносяться до жодного дослідженого класу або мають велику кількість елементів, застосовують методи статистичного моделювання [1, 7, 8].

В роботах [9-12] запропоновано підхід, який ґрунтується на проведенні статистичних експериментів зі спеціальними графо-логічними моделями (GL-моделями) поведінки системи у потоці відмов. В [13,14] розроблені ієрархічні GL-моделі і відповідна методика розрахунку надійності, згідно якої розрахунок здійснюється по всім рівням ієрархії для кожної підсистеми окремо. Основною перевагою «ієрархічної» методики порівняно з «неієрархічною» є значне зменшення необхідної кількості статистичних експериментів. Методика розрахунку надійності, запропонована в [13,14], враховує окремий випадок ієрархічних GL-моделей, коли підсистеми не мають спільних процесорів.

В даній роботі запропонована методика розрахунку надійності ВБС, що описується ієрархічною GL-моделлю, у більш загальному випадку, коли підсистеми можуть мати спільні процесори. Запропоновано методику для оцінки похибки обчислень.

**1. Ієрархічна GL-модель поведінки ВБС у потоці відмов**

Розглянемо відмовостійку реконфігуровну багатопроцесорну систему (ВБС), що містить  $n$  процесорів.

Введемо такі позначення:

$y$  - булева змінна, що відображає стан системи ( $y = 0$ , якщо система відмовила,  $y = 1$ , якщо система роботоздатна).

$x_1, x_2, \dots, x_n$  - булеві змінні, які відображають стани процесорів системи ( $x_i = 0$ , якщо  $i$ -й процесор відмовив,  $x_i = 1$ , якщо  $i$ -й процесор роботоздатний,  $i = 1, \dots, n$ ).

$C$  - множина індексів процесорів системи, тобто  $C = \{1, 2, \dots, n\}$ .

$\mathbf{X}$  - вектор стану системи,  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

$\varphi$  - GL-модель поведінки системи:

$y = \varphi(\mathbf{X}) = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Графо-логічна модель (GL-модель) – це математична модель, яка описує залежність стану системи (роботоздатний або відмова) від станів елементів системи. Графо-логічна модель представляє собою неорієнтований граф, ребрам якого приписані деякі булеві функції (реберні функції). Реберні функції залежать від змінних, які відображають стани елементів системи. Якщо значення реберної функції

дорівнює 0, то відповідне їй ребро виключається з графа, в протилежному випадку ребро присутнє в графі. Стану системи в цілому ставиться у відповідність зв'язність графа.

GL-модель поведінки системи є ієрархічною, якщо існують такі підмножини  $C_1, C_2, \dots, C_w$  множини  $C$  і GL-моделі  $\beta, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_w$ , що

$$\varphi(\mathbf{X}) = \beta(\varphi_1(\mathbf{X}(C_1)), \varphi_2(\mathbf{X}(C_2)), \dots, \varphi_w(\mathbf{X}(C_w))), \quad (1)$$

$$C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_w,$$

де  $\mathbf{X}(C_j) = (x_i | i \in C_j)$  - вектор, який складається з булевих змінних  $x_i$ , індекси яких належать множині  $C_j$  ( $1 \leq j \leq w$ ).

Тобто ієрархічна GL-модель може бути представлена у вигляді суперпозиції інших GL-моделей. Зазначимо, що GL-моделі  $\varphi_j$  у свою чергу можуть бути ієрархічними, тоді має місце багаторівнева ієрархія.

Практично ієрархічна GL-модель деякої системи може бути побудована, якщо система складається з конкретних підсистем, відомі GL-моделі  $\varphi_j$  підсистем і GL-модель  $\beta$ , яка відображає залежність стану системи від станів підсистем. Варто зазначити, що обернена задача, тобто задача пошуку GL-моделей  $\beta, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_w$  при відомій GL-моделі  $\varphi$ , у загальному випадку є дуже складною.

Для ієрархічних GL-моделей можна виділити дві цікаві особливості:

1) ієрархічна GL-модель може бути побудована для системи, структура якої не є ієрархічною;

2) для однієї системи може бути побудовано кілька різних ієрархічних GL-моделей у залежності від розбиття множини  $C$  на підмножини  $C_1, C_2, \dots, C_w$ .

Такі особливості ієрархічних GL-моделей обумовлюють необхідність конкретизації в межах даної роботи поняття підсистеми.

У ВБС, для якої побудована ієрархічна GL-модель у вигляді (1), підсистемою будемо називати підмножину процесорів системи, індекси яких належать множині  $C_j$ , і яка має GL-модель  $\varphi_j$ .

## 2. Розрахунок імовірності безвідмовної роботи ВБС

Основним показником надійності, розрахованню якого приділяється увага у даній роботі, є імовірність безвідмовної роботи системи протягом заданого проміжку часу. Початковими даними для розрахунку є імовірності безвідмовної роботи процесо-

рів за той же проміжок часу і GL-модель поведінки системи у потоці відмов.

Розглянемо ВБС, яка має  $n$  процесорів і GL-модель  $\varphi$ . Імовірність безвідмовної роботи для такої системи, використовуючи введені вище позначення, можна записати як [1,2,10-12,14]:

$$P(y) = \sum_{\mathbf{X} \in B(n)} \varphi(\mathbf{X})P(\mathbf{X}), \quad (2)$$

де  $B(n)$  - множина всіх двійкових векторів довжини  $n$ ;

$\mathbf{X}$  - двійковий вектор, який моделює стан системи;

запис  $\mathbf{X} \in B(n)$  означає, що додавання виконується для всіх двійкових векторів довжини  $n$ ;

$P(\mathbf{X})$  - імовірність вектора стану системи;

$\varphi(\mathbf{X}) = 1$ , якщо система зберігає роботоздатність в стані  $\mathbf{X}$ ,  $\varphi(\mathbf{X}) = 0$  у протилежному випадку.

Іншими словами, імовірність безвідмовної роботи системи дорівнює сумі імовірностей таких її станів, в яких вона зберігає роботоздатність.

Імовірність вектора стану системи  $P(\mathbf{X})$ , яка використовується у співвідношенні (2), дорівнює:

$$P(\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^n p(\tilde{x}_i),$$

де  $p(\tilde{x}_i)$  - імовірність стану процесора - імовірність того, що  $i$ -й процесор знаходиться в стані, що описується змінною  $x_i$ , тобто, якщо при моделюванні вектора стану системи змінна  $x_i$  дорівнює одиниці, то  $p(\tilde{x}_i)$  дорівнює імовірності безвідмовної роботи  $i$ -го процесора  $p(x_i)$ , якщо змінна  $x_i$  дорівнює нулю, то  $p(\tilde{x}_i)$  дорівнює імовірності відмови  $i$ -го процесора  $q(x_i) = 1 - p(x_i)$ . У вигляді математичного виразу це можна записати як

$$p(\tilde{x}_i) = (1 - x_i)q(x_i) + x_i p(x_i).$$

Кількість всіх двійкових векторів довжини  $n$  дорівнює  $|B(n)| = 2^n$ . Очевидно, що при достатньо великих  $n$  виконати обчислення у виразі (2) за прийнятний час неможливо. У цьому випадку величину імовірності безвідмовної роботи системи можна оцінити за допомогою статистичних експериментів. Для отримання змістовної (конзистентної), незміщеної статистичної оцінки [15-18] величини імовірності безвідмовної роботи системи можна використати співвідношення, запропоноване в роботах [12,14]:

$$\bar{P}(y) = \frac{|B(n)|}{|\Theta|} \sum_{\mathbf{X} \in \Theta} \varphi(\mathbf{X})P(\mathbf{X}), \quad (3)$$

де запис  $\mathbf{X} \in \Theta$  означає, що додавання виконується для всіх двійкових векторів довжини  $n$  із деякої випадкової вибірки  $\Theta$  ( $\Theta \subset B(n)$ ), яка сформована генератором. Кількість двійкових векторів у вибірці позначено  $|\Theta|$ .

Припустимо, що ВБС допускає побудову ієрархічної GL-моделі у вигляді (1) при умові, що підмножини  $C_j$  не перетинаються. В такому випадку, для розрахунку надійності системи можна застосувати методику, запропоновану в [13,14]. Згідно цієї методики розрахунок надійності здійснюється для кожної підсистеми окремо за допомогою співвідношень (2) або (3) від нижнього рівня ієрархії до верхнього. Результати розрахунку надійності на кожному рівні є вхідними даними для розрахунку на наступному рівні.

### 3. Імовірність безвідмовної роботи ВБС, підсистеми якої мають спільні процесори

Спільні процесори можуть стати «вузьким місцем» у ВБС, так як при відмові спільного процесора може збільшитися імовірність відмови кожної підсистеми, до складу якої цей процесор входить. При застосуванні для таких ВБС методики, запропонованої в [13,14], можна отримати значення імовірності безвідмовної роботи ВБС, яке буде більшим, ніж істинне. Для отримання істинних значень імовірності безвідмовної роботи ВБС згадана вище методика має бути модифікована з урахуванням особливостей спільних процесорів.

Припустимо, що для ВБС побудована ієрархічна GL-модель у вигляді (1) при умові, що підмножини  $C_j$  можуть перетинатися, тобто підсистеми даної ВБС можуть мати спільні процесори. В цьому випадку пропонуємо використовувати такий алгоритм розрахунку надійності:

1) застосувати метод розкладання [1,2] відносно змінних  $x_i$ , які відповідають спільним процесорам;

2) обчислити умовні імовірності безвідмовної роботи підсистем при фіксованих значеннях змінних  $x_i$ , які відповідають спільним процесорам;

3) обчислити імовірність безвідмовної роботи системи як суму умовних імовірностей роботоздатних станів системи для всіх можливих станів підсистем і для всіх можливих значень змінних  $x_i$ , які відповідають спільним процесорам.

Запропонований алгоритм передбачає розрахунок умовних імовірностей безвідмовної роботи для всіх можливих станів «спільних» процесорів підсистеми,

тому складність алгоритму суттєво залежить від кількості таких процесорів.

Для формалізації алгоритму необхідно ввести додаткові позначення. Позначимо через  $H_j$  множину індексів процесорів, які входять одночасно до  $j$ -тої підсистеми і ще до хоча б однієї підсистеми:

$$H_j = C_j \left( \bigcup_{k=1}^{j-1} C_k \cup \bigcup_{k=j+1}^w C_k \right).$$

Нехай  $\mathbf{X}(H_j) = (x_i | i \in H_j)$  - вектор, який складається з булевих змінних  $x_i$ , індекси яких належать множині  $H_j$  ( $1 \leq j \leq w$ ). Позначимо через  $H$  множину індексів процесорів, які є спільними хоча б для однієї пари підсистем:

$$H = \bigcup_{j=1}^w H_j.$$

Нехай  $l = |H|$  - кількість елементів множини  $H$ . Нехай  $\mathbf{X}(H) = (x_i | i \in H)$  - вектор, який складається з булевих змінних  $x_i$ , індекси яких належать множині  $H$ . Позначимо через  $G_j$  множину індексів процесорів, які входять до  $j$ -тої підсистеми і не входять до жодної іншої підсистеми:

$$G_j = C_j \overline{H_j}.$$

Нехай  $v_j = |G_j|$  - кількість елементів множини  $G_j$ . Нехай  $\mathbf{X}(G_j) = (x_i | i \in G_j)$  - вектор, який складається з булевих змінних  $x_i$ , індекси яких належать множині  $G_j$  ( $1 \leq j \leq w$ ). Тоді умовні імовірності безвідмовної роботи підсистем  $P(y_j | \mathbf{X}(H_j))$  при фіксованих значеннях змінних  $\mathbf{X}(H_j)$  можна записати як

$$P(y_j | \mathbf{X}(H_j)) = \sum_{\mathbf{X}(G_j) \in B(v_j)} \varphi_j(\mathbf{X}(C_j)) P(\mathbf{X}(G_j)),$$

де  $B(v_j)$  - множина всіх двійкових векторів довжини  $v_j$ ;

$y_1, y_2, \dots, y_w$  - булеві змінні, які відображають стани підсистем ( $y_j = 0$ , якщо  $j$ -та підсистема відмовила,  $y_j = 1$ , якщо  $j$ -та підсистема роботоздатна,  $j = 1, \dots, w$ ),  $y_j = \varphi_j(\mathbf{X}(C_j))$ ;

$\mathbf{X}(C_j)$  - вектор стану  $j$ -ої підсистеми;

$P(\mathbf{X}(G_j))$  - імовірність вектора  $\mathbf{X}(G_j)$ , яка дорівнює

$$P(\mathbf{X}(G_j)) = \prod_{i \in G_j} p(\tilde{x}_i).$$

При великих значеннях  $v_j$  для величини  $P(y_j | \mathbf{X}(H_j))$  доцільно використовувати статистичну оцінку

$$\bar{P}(y_j | \mathbf{X}(H_j)) = \frac{|B(v_j)|}{|\Theta_j|} \cdot \sum_{\mathbf{X}(G_j) \in \Theta_j} \varphi_j(\mathbf{X}(G_j)) P(\mathbf{X}(G_j)),$$

де  $\Theta_j$  - випадкова вибірка ( $\Theta_j \subset B(v_j)$ ,  $1 \leq j \leq w$ ) двійкових векторів довжини  $v_j$ ,

$|\Theta_j|$  - кількість векторів у вибірці  $\Theta_j$ .

Після обчислення всіх умовних імовірностей безвідмовної роботи підсистем можемо розрахувати імовірність безвідмовної роботи для ієрархічної системи в цілому за допомогою повного перебору

$$P(y) = \sum_{\mathbf{X}(H) \in B(1)} \sum_{\mathbf{Y} \in B(w)} A(\mathbf{Y}, \mathbf{X}(H)), \quad (4)$$

або шляхом виконання статистичних експериментів

$$\bar{P}(y) = \frac{|B(w)|}{|\Omega|} \cdot \frac{|B(1)|}{|\Psi|} \cdot \sum_{\mathbf{X}(H) \in \Psi} \sum_{\mathbf{Y} \in \Omega} A(\mathbf{Y}, \mathbf{X}(H)), \quad (5)$$

де  $A(\mathbf{Y}, \mathbf{X}(H)) = \beta(\mathbf{Y}) \cdot P(\mathbf{X}(H)) \cdot P(\mathbf{Y} | \mathbf{X}(H))$ ;

$B(1)$  - множина двійкових векторів довжини 1;

$\Psi$  - випадкова вибірка ( $\Psi \subset B(1)$ ) двійкових векторів довжини 1,

$|\Psi|$  - кількість векторів у вибірці  $\Psi$ ;

$P(\mathbf{Y} | \mathbf{X}(H))$  - імовірність того, що підсистеми знаходяться в станах, які описуються вектором  $\mathbf{Y}$ , при умові, що спільні процесори знаходяться в станах, які описуються вектором  $\mathbf{X}(H)$ ;

$P(\mathbf{X}(H))$  - імовірність того, що спільні процесори знаходяться в станах, які описуються вектором  $\mathbf{X}(H)$ ,

$$P(\mathbf{X}(H)) = \prod_{h \in H} p(\tilde{x}_h).$$

Величина  $P(\mathbf{Y} | \mathbf{X}(H))$  залежить від умовних імовірностей  $P(y_j | \mathbf{X}(H_j))$  всіх підсистем  $i$ , відповідно, може бути обчислена як

$$P(\mathbf{Y} | \mathbf{X}(H)) = \prod_{j=1}^w P(\tilde{y}_j | \mathbf{X}(H_j)), \quad (6)$$

де  $P(\tilde{y}_j | \mathbf{X}(H_j))$  - умовна імовірність стану підсистеми, яка дорівнює

$$P(\tilde{y}_j | \mathbf{X}(H_j)) = y_j \cdot P(y_j | \mathbf{X}(H_j)) + (1 - y_j) \cdot (1 - P(y_j | \mathbf{X}(H_j))).$$

Співвідношення (6) дозволяє уникнути багатократного врахування імовірностей станів спільних процесорів при обчисленні величини  $P(\mathbf{Y} | \mathbf{X}(H))$ .

Розрахунок, який здійснюється згідно співвідношення (5) має два окремих випадки:

1)  $\Psi = B(1)$ , тобто при невеликій кількості спільних процесорів 1 обчислення здійснюються для всіх можливих станів спільних процесорів;

2)  $\Omega = B(w)$ , тобто при невеликій кількості підсистем  $w$  обчислення здійснюються для всіх можливих станів підсистем.

#### 4. Оцінка похибки обчислень

При оцінці похибки обчислень розглядають такі фактори [14,16,19,20]: похибка математичної моделі, похибка, пов'язана з методом обчислень (методична похибка), похибка округлення, похибка вхідних даних (трансформована похибка). Похибка математичної моделі в даній роботі вважається рівною нулю. Для оцінки похибки округлення та трансформованої похибки можуть бути використані приведені в роботі [14] співвідношення із незначними доповненнями.

Методична похибка  $\Delta_M P(y) = |P(y) - \bar{P}(y)|$  методу розрахунку, що розглядається, пов'язана із використанням статистичних оцінок (5) і має імовірнісний характер. Можна показати, що математичне сподівання  $\Delta_M P(y)$  дорівнює нулю, тобто оцінка (5) є незміщеною. При достатньо великій кількості доданків у співвідношенні (5) величину  $\bar{P}(y)$  можна вважати нормально розподіленою, і використовувати для оцінки похибки  $\Delta_M P(y)$  правило «трьох сигм»:

$$P(|P(y) - \bar{P}(y)| < 3\sigma) \geq 0,997, \quad (7)$$

де  $\sigma = \sqrt{D(\bar{P}(y))}$ ,  $D(\bar{P}(y))$  - дисперсія статистичної оцінки (5). Зауважимо, що при недостатньо великій кількості доданків обчислення можна виконувати за формулою (4), що не містить похибки.

Дисперсія статистичної оцінки (5) дорівнює

$$D(\bar{P}(y)) = \frac{|B(w)|}{|\Omega|} \cdot \frac{|B(1)|}{|\Psi|} \times \sum_{\mathbf{Y} \in B(w)} \sum_{\mathbf{X}(H) \in B(1)} (A(\mathbf{Y}, \mathbf{X}(H)))^2 - \frac{1}{|\Omega| \cdot |\Psi|} \left( \sum_{\mathbf{Y} \in B(w)} \sum_{\mathbf{X}(H) \in B(1)} A(\mathbf{Y}, \mathbf{X}(H)) \right)^2. \quad (8)$$

Легко бачити що,  $D(\bar{P}(y)) \rightarrow 0$  при  $|\Omega| \cdot |\Psi| \rightarrow \infty$ , тобто оцінка (5) є змістовною.

Співвідношення (8) потребує неприйнятно великої кількості обчислень, тому на практиці замість дисперсії  $D(\bar{P}(y))$  варто використовувати її незміщену статистичну оцінку, яка, як можна показати [15, 16], дорівнює

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \frac{|B(w)|^2 \cdot |B(1)|^2}{(|\Omega| \cdot |\Psi| - 1) \cdot |\Omega| \cdot |\Psi|} \times \\ &\times \sum_{Y \in \Omega} \sum_{X(H) \in \Psi} (A(Y, X(H)))^2 - \\ &- \frac{|B(w)|^2 \cdot |B(1)|^2}{(|\Omega| \cdot |\Psi| - 1) \cdot |\Omega|^2 \cdot |\Psi|^2} \times \\ &\times \left( \sum_{Y \in \Omega} \sum_{X(H) \in \Psi} A(Y, X(H)) \right)^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким чином, розрахунок імовірності безвідмовної роботи ВБС із залежно ієрархічною моделлю здійснюється за допомогою співвідношення (5), оцінка методичної похибки обчислень виконується із застосуванням співвідношень (7) і (9).

Для багаторівневих ієрархічних моделей запропонована методика може бути застосована рекурентно для кожного рівня.

## Висновки

В роботі розглядається методика обчислення імовірності безвідмовної роботи ВБС, яка ґрунтується на проведенні статистичних експериментів з ієрархічною GL-моделлю ВБС. Застосовуються ієрархічні моделі систем, підсистеми яких можуть мати спільні процесори. Розглядаються як окремі випадки, коли кількість підсистем або спільних процесорів є невеликою, так і загальний випадок. Отримано відповідні співвідношення для обчислення імовірності безвідмовної роботи ВБС та оцінки похибки обчислень. Робота є продовженням досліджень авторів у напрямку розрахунку надійності ВБС статистичним методом з використанням GL-моделей, що відображають реакцію ВБС на появу відмов її компонентів.

## Література

1. Надежность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.; под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.

2. Kuo W. Optimal reliability modeling: principles and applications / W. Kuo, M.J. Zuo. – New Jersey: John Wiley & Sons. Inc., 2003. – 559 p.

3. Zuo M.J. Reliability Evaluation of Combined k-out-of-n :F, Consecutive-k-out-of-n:F, and Linear Connected-(r, s)-out-of-(m, n):F System Structures / M.J. Zuo, D. Lin, Y. Wu // IEEE Trans. Reliability. – 2000. – Vol. 49. – P. 99-104.

4. Boland P.J. An  $O(k^2 \cdot \log(n))$  Algorithm for Computing the Reliability of Consecutive-k-out-of-n: F Systems / P.J. Boland, F.J. Samaniego // IEEE Trans. Reliability. – 2004. – vol. 53. – P. 3-6.

5. Yamamoto H. Recursive Formulas for the Reliability of Multi-State Consecutive-k-out-of-n:G Systems / H. Yamamoto, M. J. Zuo, T. Akiba, Z. Tian // IEEE Trans. Reliability. – 2006. – Vol. 55. – P. 98-104.

6. Stopjakova V. Reliability of Two-Stage Weighted-k-out-of-n Systems With Components in Common / V. Stopjakova, P. Malosek, M. Matej, V. Nagy, M. Margala // IEEE Trans. Reliability. – 2005. – Vol. 54. – P. 431-440.

7. Иьуду К.А. Надежность, контроль и диагностика вычислительных машин и систем / К.А. Иьуду. – М.: Высш. шк., 1989. – 216 с.

8. Горский Л.К. Статистические алгоритмы исследования надежности / Л.К. Горский. – М.: Наука, 1970. – 434 с.

9. Романкевич А.М. Графо-логические модели для анализа сложных отказоустойчивых вычислительных систем / А.М. Романкевич, Л.Ф. Карачун, В.А. Романкевич // Электронное моделирование. – 2001. – Т. 23, № 1. – С. 102-111.

10. Об одном подходе к расчету надежности отказоустойчивых многопроцессорных систем / А.М. Романкевич, В.В. Гроль, Л.Ф. Карачун, М.Н. Орлова, В.А. Романкевич // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – 2002. – № 119. – С. 54-58.

11. Об одной особенности тестирования моделей отказоустойчивых многопроцессорных систем при расчете их надежности / В.В. Гроль, М.Н. Орлова, В.А. Романкевич, Рабах Ал Шбул // Вісник Технологічного університету Поділля. – 2003. – Т. 2, № 3. – С. 40-42.

12. Гроль В.В. Об оценке погрешности расчета надежности отказоустойчивых многопроцессорных систем / В.В. Гроль, В.А. Романкевич, А.П. Фесенюк // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2009. – № 5. – С. 56-59.

13. Романкевич В.А. Объединение моделей подсистем в рамках графо-логической модели / В.А. Романкевич, А.В. Темноход // Збірник тез 2 Всеукраїнської конференції “Людина і космос”. – Дніпропетровськ, 2000. – С. 273.

14. Оценка погрешности статистического расчета надежности ОМС, которым соответствуют иерархические GL - модели / А.М. Романкевич, В.В. Гроль, В.А. Романкевич, А.П. Фесенюк. // Радіоелектронні та комп'ютерні системи. – 2010. – № 7. – С. 142-146.

15. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Вентцель Е.С. – М.: Наука, 1964. - 576 с.

16. Вероятностные методы в вычислительной технике: учеб. пособие для вузов по спец. ЭВМ / Крайников А.В., Кудриков Б.А., Лебедев А.Н. и др.; под. ред. А.Н. Лебедева и Е.А. Черняковского. – М.: Высш. шк., 1986. – 132 с.

17. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пос. для вузов / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.

18. Жерновий Ю.В. Теорія ймовірностей та математична статистика / Ю.В. Жерновий. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка., 2008. – 101 с.

19. Михлин С.Г. Погрешности вычислительных процессов / Михлин С.Г. – Тбилиси: ТГУ ИПМ им. акад. И.Н. Векуа, 1983. - 260 с.

20. Калиткин Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. - 512 с.

Поступила в редакцию 20.08.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Г. Зайцев, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна.

### О РАСЧЕТЕ НАДЕЖНОСТИ ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫХ МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМ, ПОДСИСТЕМЫ КОТОРЫХ ИМЕЮТ ОБЩИЕ ПРОЦЕССОРЫ

*В.А. Романкевич, А.П. Фесенюк*

Предложена методика расчета надежности отказоустойчивых многопроцессорных систем, подсистемы которых содержат общие процессоры. Методика основана на проведении статистических экспериментов с иерархическими графо-логическими моделями. При расчете используются условные вероятности состояний подсистем для различных состояний общих процессоров. Предложенная методика может быть применена для ОМС с многоуровневой иерархией. В работе рассматриваются различные факторы, влияющие на погрешность вычислений. Получены соотношения для оценки методической погрешности.

**Ключевые слова:** надежность, отказоустойчивые многопроцессорные системы, иерархические системы, методическая погрешность, статистические оценки, моделирование.

### ON THE RELIABILITY OF FAULT-TOLERANT MULTIPROCESSOR SYSTEMS THAT CONTAIN SUBSYSTEMS WITH COMMON PROCESSORS

*V.O. Romankevich, A.P. Fesenyuk*

In the paper proposed the methodology of calculating the reliability of fault-tolerant multiprocessor systems that contain subsystems with common processors. The methodology is based on conducting statistical experiments with hierarchical GL-models. In the calculation is used the conditional probabilities of subsystems states for different states of common processors. The proposed methodology is suitable for the systems with multilevel hierarchy. Are analyzed several sources of error of calculation. The formulas are obtained for the methodical error estimation.

**Key words:** reliability, fault-tolerant multiprocessor systems, hierarchical systems, methodical error, statistical estimation, modeling.

**Романкевич Віталій Олексійович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», Київ, Україна, e-mail: romankev@scs.ntu-kpi.kiev.ua.

**Фесенюк Андрій Петрович** – аспірант кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», Київ, Україна, e-mail: andrew\_fesenyuk@ukr.net.