УДК 519.6+517

**В.А. РВАЧЁВ, Т.В. РВАЧЁВА**

***Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***

# ОБ ЭРМИТОВОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ С ПОМОЩЬЮ АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ

*Рассмотрена эрмитова интерполяция с помощью базисных функций обобщенного ряда Тейлора для бесконечно дифференцируемых функций на основе атомарных функций – специальных решений с компактным носителем обыкновенных линейных функционально-дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и линейными отклонениями независимой переменной, обладающих хорошими аппроксимационными свойствами. В качестве базисных функций эрмитовой интерполяции предлагается выбрать базис пространства $UP_n$ линейных комбинаций сдвигов атомарной функции up(x); для случая n = 3 построены указанные базисные функции. Предложенная интерполяция может быть использована для приближенного определения оптимальных параметров управления иерархической многоуровневой системой.*

***Ключевые слова:*** *иерархическая многоуровневая система, эрмитова интерполяция, атомарная функция, обобщенный ряд Тейлора.*

## Введение

Исследование многоуровневых иерархических систем управления является одним из важных направлений системного анализа [1 – 5]. В работе [6] для приближенного нахождения оптимальных параметров управления для иерархической многоуровневой системы было предложено использовать эрмитову интерполяцию атомарными функциями.

В [6] была рассмотрена следующая задача. Задана целевая функция верхнего уровня

$$f(x_{max}(u), y_{max}(v), u, v, p_1, p_2),$$

зависящая от внешних параметров $p_1, p_2$, где $x_{max}(u)$, $y_{max}(v)$ находятся в результате максимизации целевых функций нижнего уровня

$$g(x,u) \xrightarrow[x]{} \max, \; h(y,v) \xrightarrow[y]{} \max.$$

Требуется указать метод определения оптимальных параметров $u, v$ как функций внешних параметров $p_1, p_2$.

Как отмечено в [6], с точки зрения сокращения объема и времени вычислений удобно получить явные формулы для вычисления $x_{max}(u), y_{max}(v)$ с помощью интерполяции. При этом имеет смысл использовать эрмитову интерполяцию, то есть интерполяцию с использованием как значений функции в каких-то точках, так и производных заданных порядков в этих точках. Это объясняется тем, что зная значения функций $x_{max}(u), y_{max}(v)$ в каких-то точках и используя теорию функций, заданных неявно, легко можно вычислить производные этих функций в соответствующих точках.

Следовательно, использование эрмитовой интерполяции для решения такой задачи позволяет сократить число узлов интерполяции, необходимое для достижения заданной точности, то есть сократить число применений алгоритма нахождения максимума функций нижнего уровня.

При эрмитовой интерполяции интерполянт $\tilde{f}(x)$ функции $f(x)$ выглядит следующим образом:

$$\tilde{f}(x) = \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=0}^{s} f^{(i)}(x_k)\psi_{i,k}(x), \qquad (1)$$

где $x_k$, $k = 1,...,m$ – узлы интерполяции, $\psi_{i,k}(x)$ – базисные функции интерполяции. Для функций $\psi_{i,k}(x)$ должны выполняться условия:

$$(\psi_{i,k}(x_p))^{(l)} = \delta_i^l \delta_k^p, \quad k,p = 1,...,m, \; i,l = 0,...,s. \qquad (2)$$

В настоящей статье предложен метод построения эрмитовой интерполяции с помощью функций из пространства $UP_n$.

## Построение базисных функций эрмитовой интерполяции

Пространства $UP_n$ – пространства функций, определенных на $[-1,1]$, вида

$$\varphi(x) = \sum_k c_k \operatorname{up}(x - k2^{-n}),$$

где функция

$$\operatorname{up}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{\sin t2^{-k}}{t2^{-k}} dt \; –$$

решение с компактным носителем функциональнодифференциального уравнения

$$y'(x) = 2y(2x+1) - 2y(2x-1).$$

В работе [7] было доказано, что размерность пространства $UP_n$ равна $2^{n+1}+n+1$

В качестве базисных функций эрмитовой интерполяции $\psi_{i,k}(x)$ предлагается выбрать некоторый базис пространства $UP_n$.

Как показано в [7], в качестве базиса в пространстве $UP_n$ можно выбрать базисные функции обобщенного ряда Тейлора, введенного В.А. Рвачевым в [8]. В этой работе показано, что если функция $f$ принадлежит классу $H_\rho$, где $\rho \in [1;2)$, т.е. если $f \in C^\infty[-1,1]$ и

$$\exists \rho \in [1,2) : \| f^{(k)} \|_{C[-1,1]} \le c(f)\rho^k 2^{\frac{k(k+1)}{2}}, \; k = 0,1,2,\ldots,$$

то $f$ раскладывается в так называемый обобщенный ряд Тейлора:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k \in N_n} f^{(n)}(x_{n,k})\varphi_{n,k}(x),$$

где:

$$N_n = \{-2^{n-1}, -2^{n-1}+1, \ldots, 2^{n-1}-1, 2^{n-1}\}, \; n \ne 0;$$

$$N_0 = \{-1,0,1\};$$

$$x_{n,k} = \frac{k}{2^{n-1}}, \; n \ne 0, \; k \in N_n; \; x_{o,k} = k, \; k \in N_0,$$

а функции $\varphi_{n,k}(x) \in H_1$ – базисные функции обобщенного ряда Тейлора – однозначно определяются из условий:

$$(\varphi_{n,k}(x_{m,s}))^{(m)} = \delta_n^m \delta_s^k. \qquad (3)$$

Назовем точку $x_{n,k}$ собственной точкой функции $\varphi_{n,k}(x)$.

Для дальнейшего изложения нам будет удобнее обозначать базисные функции $\varphi_{n,k}$ так, чтобы сразу была видна ее собственная точка: пусть

$$\hat{\varphi}_{n,\frac{k}{2^{n-1}}}(x) = \varphi_{n,k}(x).$$

Пусть функция определена и $n$ раз дифференцируема на отрезке $[-1,1]$. Будем строить ее эрмитову интерполяцию функциями из пространства $UP_n$.

Выберем в качестве узлов эрмитовой интерполяции (1) точки $x_k = \frac{k}{2^l}$, $k = -2^l, -2^l+1, \ldots, 2^l-1, 2^l$ отрезка $[-1,1]$ (всего $2^{l+1}+1$ узлов). В каждом узле будем задавать функцию и ее производные до порядка $n$ включительно. Тогда интерполянт $\tilde{f}$ функции $f$ будет выглядеть следующим образом:

$$\tilde{f}(x) = \sum_{k=-2^l}^{2^l} \sum_{i=o}^{n} f^{(i)}\left(\frac{k}{2^l}\right)\psi_{i,k}(x).$$

В дальнейшем нам будет удобнее пользоваться обозначением

$$\hat{\psi}_{i,\frac{k}{2^l}}(x) = \psi_{i,k}(x).$$

Общее число базисных функций интерполяции будет $(2^{l+1}+1)(n+1)$; отсюда, с учетом размерности пространства $UP_n$, получим, что для $l$ должно выполняться соотношение

$$(2^{l+1}+1)(n+1) = 2^{n+1}+n+1,$$

откуда

$$2^n = 2^l(n+1). \qquad (4)$$

Следовательно, эрмитова интерполяция такого вида может быть построена только в случаях, когда $2^n/(n+1)$ представляет собой степень двойки.

Очевидно, самый простой случай получим при $n=1$. В этом случае из (4) получим $l=0$ и, следовательно, узлами интерполяции будут точки $-1$, $0$ и $1$; в каждом из этих узлов будут задаваться значения функции и ее первой производной. Легко видеть, что в этом случае базисные функции интерполяции будут представлять собой соответствующие базисные функции обобщенного ряда Тейлора:

$$\hat{\psi}_{i,k}(x) = \hat{\varphi}_{i,k}(x), \; i = 0,1, \; k \in N_i,$$

поскольку из условий (3) на функции $\hat{\varphi}_{i,k}(x)$ сразу следует выполнение нужных условий (2) для $\hat{\psi}_{i,k}(x)$.

Построим базисные функции эрмитовой интерполяции для случая $n=3$. При этом узлами интерполяции будут точки отрезка $[-1;1]$ вида $\frac{k}{2}$.

Начнем построение функций $\hat{\psi}_{i,\frac{k}{2}}(x)$ с функций

$$\hat{\psi}_{0,-\frac{1}{2}}(x) \text{ и } \hat{\psi}_{1,-\frac{1}{2}}(x).$$

Введем функции

$$g_{0,-\frac{1}{2}}(x) = \hat{\varphi}_{3,-\frac{1}{4}}(x) - \hat{\varphi}_{3,-\frac{3}{4}}(x),$$

$$g_{1,-\frac{1}{2}}(x) = \hat{\varphi}_{3,-\frac{1}{4}}(x) + \hat{\varphi}_{3,-\frac{3}{4}}(x).$$

Можно показать, что функции $\hat{\varphi}_{3,-\frac{1}{4}}(x)$ и $\hat{\varphi}_{3,-\frac{3}{4}}(x)$ имеют вид [9]:

$$\hat{\varphi}_{3,-\frac{1}{4}}(x) =$$

$$
=\begin{cases}
\frac{17}{288}up(x+\frac{7}{4})-\frac{707}{6912}up(x+\frac{3}{2})+\frac{503}{6912}up(x+1)-\\
-\frac{299}{6912}up(x+\frac{1}{2})-\frac{17}{288}up(x+\frac{1}{4})+\frac{1343}{6912}up(x)-\\
-\frac{17}{288}up(x-\frac{1}{4})-\frac{5003}{6912}up(x-\frac{1}{2})+up(x-\frac{5}{8})+\\
+\frac{23}{96}up(x-\frac{3}{4}),\quad x\in[-1,-\frac{1}{2}),\\
-\frac{23}{96}up(x+\frac{5}{4})+\frac{1331}{6912}up(x+1)-\\
-\frac{299}{6912}up(x+\frac{1}{2})-\frac{17}{288}up(x+\frac{1}{4})+\frac{515}{6912}up(x)+\\
+\frac{13}{72}up(x-\frac{1}{4})-\frac{5003}{6912}up(x-\frac{1}{2})+up(x-\frac{5}{8})+\\
+\frac{23}{96}up(x-\frac{3}{4}),\quad x\in[-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}),\\
-up(x+\frac{9}{8})+\frac{4787}{6912}up(x+1)-\frac{13}{72}up(x+\frac{3}{4})-\\
-\frac{299}{6912}up(x+\frac{1}{2})+\frac{17}{288}up(x+\frac{1}{4})+\frac{515}{6912}up(x)-\\
-\frac{1547}{6912}up(x-\frac{1}{2})+\frac{23}{96}up(x-\frac{3}{4}),\quad x\in[-\frac{1}{4},0),\\
0,\quad x\in[0,1],
\end{cases}
$$

$$\hat{\varphi}_{3,-\frac{3}{4}}(x)=$$

$$
=\begin{cases}
-\frac{23}{96}up(x+\frac{7}{4})+\frac{1547}{6912}up(x+\frac{3}{2})-\frac{515}{6912}up(x+1)-\\
-\frac{17}{288}up(x+\frac{3}{4})+\frac{299}{6912}up(x+\frac{1}{2})+\frac{13}{72}up(x+\frac{1}{4})-\\
-\frac{4787}{6912}up(x)+up(x-\frac{1}{8}),\quad x\in[-1,-\frac{3}{4}),\\
-up(x+\frac{13}{8})+\frac{5003}{6912}up(x+\frac{3}{2})-\frac{13}{72}up(x+\frac{5}{4})-\\
-\frac{515}{6912}up(x+1)+\frac{17}{288}up(x+\frac{3}{4})+\frac{299}{6912}up(x+\frac{1}{2})-\\
-\frac{1331}{6912}up(x)+\frac{23}{96}up(x-\frac{1}{4}),\quad x\in[-\frac{3}{4},-\frac{1}{2}),\\
-up(x+\frac{9}{8})+\frac{4787}{6912}up(x+1)-\frac{13}{72}up(x+\frac{3}{4})-\\
-\frac{17}{288}up(x+\frac{5}{4})-\frac{1343}{6912}up(x+1)+\frac{17}{288}up(x+\frac{3}{4})+\\
+\frac{299}{6912}up(x+\frac{1}{2})-\frac{503}{6912}up(x)+\frac{707}{6912}up(x-\frac{1}{2})-\\
-\frac{17}{288}up(x-\frac{3}{4}),\quad x\in[-\frac{1}{2},0),\\
0,\quad x\in[0,1].
\end{cases}
$$

Непосредственно проверяется, что

$$g_{0,-\frac{1}{2}}(-\frac{1}{2})=\frac{1}{16};\quad g'_{0,-\frac{1}{2}}(-\frac{1}{2})=0;$$

$$g_{1,-\frac{1}{2}}(-\frac{1}{2})=0;\quad g'_{1,-\frac{1}{2}}(-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}.$$

Из определения $g_{0,-\frac{1}{2}}(x)$ и $g_{1,-\frac{1}{2}}(x)$ и условий (3) для $\varphi_{n,k}(x)$ следует, что

$$g''_{0,-\frac{1}{2}}(\frac{k}{2})=g'''_{0,-\frac{1}{2}}(\frac{k}{2})=0,\quad k=-2,-1,0,1,2;$$

$$g_{0,-\frac{1}{2}}(k)=g'_{0,-\frac{1}{2}}(k)=0,\quad k=-1,0,1;$$

то же справедливо и для функции $g_{1,-\frac{1}{2}}(x)$.

Кроме того, очевидно, что

$$g_{0,-\frac{1}{2}}(\frac{1}{2})=g'_{0,-\frac{1}{2}}(\frac{1}{2})=g_{1,-\frac{1}{2}}(\frac{1}{2})=g'_{1,-\frac{1}{2}}(\frac{1}{2})=0.$$

Из полученных условий следует, что $\hat{\psi}_{0,-\frac{1}{2}}(x)$ и $\hat{\psi}_{1,-\frac{1}{2}}(x)$ могут быть построены следующим образом:

$$\hat{\psi}_{0,-\frac{1}{2}}(x)=16g_{0,-\frac{1}{2}}(x);$$

$$\hat{\psi}_{1,-\frac{1}{2}}(x)=4g_{1,-\frac{1}{2}}(x).$$

Базисные функции интерполяции $\hat{\psi}_{0,\frac{1}{2}}(x)$ и $\hat{\psi}_{1,\frac{1}{2}}(x)$ получим, отразив функции $\hat{\psi}_{0,-\frac{1}{2}}(x)$ и $\hat{\psi}_{1,-\frac{1}{2}}(x)$ соответственно четным и нечетным образом:

$$\hat{\psi}_{0,\frac{1}{2}}(x)=\hat{\psi}_{0,-\frac{1}{2}}(-x);$$

$$\hat{\psi}_{1,\frac{1}{2}}(x)=-\hat{\psi}_{1,-\frac{1}{2}}(-x).$$

Для построения оставшихся базисных функций интерполяции нам потребуются базисные функции обобщенного ряда Тейлора

$$\hat{\varphi}_{i,\frac{k}{2}}(x),\ i=0,...,3,\ k=-2,-1,0,1,2.$$

Приведем явные выражения для этих функций:

$$\hat{\varphi}_{0,0}(x)=up(x),\ \hat{\varphi}_{0,-1}(x)=up(x+1),$$

$$\hat{\varphi}_{0,1}(x)=up(x-1),$$

$$\hat{\varphi}_{1,0}(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}up(x)+up(x-\frac{1}{2}),\quad x\in[-1,0],\\ \frac{1}{2}up(x)-up(x+\frac{1}{2}),\quad x\in[0,1],\end{cases}$$

$$\hat{\varphi}_{1,-1}(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}up(x+1)-up(x+\frac{3}{2}),\quad x\in[-1,0],\\ 0,\quad x\in[0,1],\end{cases}$$

$$\hat{\varphi}_{1,1}(x)=-\hat{\varphi}_{1,-1}(-x),$$

$$\hat{\varphi}_{2,0}(x)=\begin{cases}\frac{13}{72}up(x)-\frac{1}{2}up(x-\frac{1}{2})+up(x-\frac{3}{4}), x\in[-1,0],\\ \frac{13}{72}up(x)-\frac{1}{2}up(x+\frac{1}{2})+up(x+\frac{3}{4}), x\in[0,1],\end{cases}$$

$$\hat{\varphi}_{2,-1}(x)=\begin{cases}\frac{13}{72}up(x+1)-\frac{1}{2}up(x+\frac{3}{2})+up(x+\frac{7}{4}),\\ \quad x\in[-1,0],\\ 0,\quad x\in[0,1],\end{cases}$$

$\hat{\varphi}_{2,1}(x)=\hat{\varphi}_{2,-1}(-x)$,

$$\hat{\varphi}_{2,-\frac{1}{2}}(x)=\begin{cases}up(x-\frac{1}{4})-\frac{49}{72}up(x)+\frac{13}{72}up(x+\frac{1}{2})-\\ -\frac{13}{72}up(x+1)+\frac{13}{72}up(x+\frac{3}{2}), x\in[-1,-\frac{1}{2}),\\ \frac{13}{72}up(x-\frac{1}{2})-\frac{13}{72}up(x)+\frac{13}{72}up(x+\frac{1}{2})-\\ -\frac{49}{72}up(x+1)+up(x+\frac{5}{4}),\quad x\in[-\frac{1}{2},0),\\ 0,\quad x\in[0,1],\end{cases}$$

$\hat{\varphi}_{2,\frac{1}{2}}(x)=\hat{\varphi}_{2,-\frac{1}{2}}(-x)$,

$$\hat{\varphi}_{3,0}(x)=\begin{cases}-\frac{17}{288}up(x)+\frac{13}{72}up(x-\frac{1}{2})-\frac{1}{2}up(x-\frac{3}{4})+\\ +up(x-\frac{7}{8}),\quad x\in[-1,0],\\ \frac{17}{288}up(x)-\frac{13}{72}up(x+\frac{1}{2})+\frac{1}{2}up(x+\frac{3}{4})-\\ -up(x+\frac{7}{8}),\quad x\in[0,1],\end{cases}$$

$$\hat{\varphi}_{3,-1}(x)=\begin{cases}\frac{17}{288}up(x+1)-\frac{13}{72}up(x+\frac{3}{2})+\\ +\frac{1}{2}up(x+\frac{7}{4})-up(x+\frac{15}{8}),\quad x\in[-1,0],\\ 0,\quad x\in[0,1],\end{cases}$$

$\hat{\varphi}_{3,1}(x)=-\hat{\varphi}_{3,-1}(-x)$,

$$\hat{\varphi}_{3,-\frac{1}{2}}(x)=\begin{cases}up(x-\frac{3}{8})-\frac{1}{2}up(x-\frac{1}{4})+\frac{35}{288}up(x)-\\ -\frac{17}{288}up(x+\frac{1}{2})+\frac{17}{288}up(x+1)-\\ -\frac{17}{288}up(x+\frac{3}{2}),\quad x\in[-1,-\frac{1}{2}),\\ \frac{17}{288}up(x-\frac{1}{2})-\frac{17}{288}up(x)+\\ +\frac{17}{288}up(x+\frac{1}{2})-\frac{35}{288}up(x+1)+\\ +\frac{1}{2}up(x+\frac{5}{4})-up(x+\frac{11}{8}),\quad x\in[-\frac{1}{2},0),\\ 0,\quad x\in[0,1],\end{cases}$$

$\hat{\varphi}_{3,\frac{1}{2}}(x)=-\hat{\varphi}_{3,-\frac{1}{2}}(-x)$.

Базисные функции интерполяции $\hat{\psi}_{i,\frac{k}{2}}(x)$, не построенные выше, будем строить из имеющихся базисных функций обобщенного ряда Тейлора $\hat{\varphi}_{i,\frac{k}{2}}(x)$, «подправляя» значения этих функций и их первых производных в точках $\pm\frac{1}{2}$ с тем, чтобы полученные функции удовлетворяли условиям (2). Для этого мы будем использовать уже построенные $\hat{\psi}_{i,\pm\frac{1}{2}}(x),\quad i=0,1.$ А именно, положим

$$\hat{\psi}_{m,0}(x)=\hat{\varphi}_{m,0}(x)-(\hat{\varphi}_{m,0}(-\frac{1}{2})\hat{\psi}_{0,-\frac{1}{2}}(x)+$$

$$+\hat{\varphi}'_{m,0}(-\frac{1}{2})\hat{\psi}_{1,-\frac{1}{2}}(x))-(\hat{\varphi}_{m,0}(\frac{1}{2})\hat{\psi}_{0,\frac{1}{2}}(x)+$$

$$+\hat{\varphi}'_{m,0}(\frac{1}{2})\hat{\psi}_{1,\frac{1}{2}}(x)),\quad m=0,1,2,3;$$

$$\hat{\psi}_{m,-1}(x)=\hat{\varphi}_{m,-1}(x)-(\hat{\varphi}_{m,-1}(-\frac{1}{2})\hat{\psi}_{0,-\frac{1}{2}}(x)+$$

$$+\hat{\varphi}'_{m,-1}(-\frac{1}{2})\hat{\psi}_{1,-\frac{1}{2}}(x)),\quad m=0,1,2,3;$$

$$\hat{\psi}_{m,1}(x)=(-1)^m\hat{\psi}_{m,-1}(-x),\quad m=0,1,2,3;$$

$$\hat{\psi}_{k,-\frac{1}{2}}(x)=\hat{\varphi}_{k,-\frac{1}{2}}(x)-(\hat{\varphi}_{k,-\frac{1}{2}}(-\frac{1}{2})\hat{\psi}_{0,-\frac{1}{2}}(x)+$$

$$+\hat{\varphi}'_{k,-\frac{1}{2}}(-\frac{1}{2})\hat{\psi}_{1,-\frac{1}{2}}(x)),\quad k=2,3;$$

$$\hat{\psi}_{k,\frac{1}{2}}(x)=(-1)^k\hat{\psi}_{k,-\frac{1}{2}}(-x),\quad k=2,3.$$

Непосредственно проверяется, что таким образом построенные базисные функции интерполяции удовлетворяют условиям (2).

## Заключение

Рассмотрена эрмитова интерполяция с помощью базисных функций обобщенного ряда Тейлора для бесконечно дифференцируемых функций на основе атомарных функций – специальных решений с компактным носителем обыкновенных линейных функционально-дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и линейными отклонениями независимой переменной. В качестве базисных функций интерполяции предлагается выбрать базис пространства $UP_n$, а именно линейные комбинации базисных функций обобщенного ряда Тейлора. Для случаев $n=1$ и $n=3$ указаны явные выражения базисных функций интерполяции через базисные функции обобщенного ряда Тейлора.

Рассмотренная интерполяция может быть использована для определения оптимальных параметров управления иерархической многоуровневой системой и позволяет сократить объем вычислений за счет сокращения числа узлов интерполяции, необходимого для достижения заданной точности.

## Литература


*1. Новосельцев В.И. Теоретические основы системного анализа / В.И. Новосельцев. – М.: Майор, 2006. – 591 с.*

*2. Месарович М. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Месарович, Мако Такахара. – М.: Мир, 1973. – 344 с.*

*3. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 487 с.*

*4. Волкова В.Н. Теория систем и системный анализ в управлении организациями / В.Н. Волкова, А.А. Емельянов. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 846 с.*

*5. Сорока К.О. Основи теорії систем і системного аналізу / К.О. Сорока. – Х.: Тимченко, 2005. – 286 с.*

*6. Рвачёв В.А. Методы определения оптимальных параметров управления иерархической многоуровневой системой / В.А. Рвачёв // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2008. – № 4 (31). – С. 47-50.*

*7. Рвачёв В.А. Финитные решения функционально-дифференциальных уравнений / В.А. Рвачёв // Успехи математических наук. – 1990. – Вып. 1(271). – С. 77–103.*

*8. Рвачёв В.А. Обобщенные ряды Тейлора для бесконечно дифференцируемых функцй / В.А. Рвачёв // Мат. методы анализа динамических систем. – 1982. – Вып.6. – С. 99-102.*

*9. Рвачёва Т.В. Об асимптотике базисных функций обобщенного ряда Тейлора / Т.В. Рвачёва // Вісник ХНУ, сер. «Математика, прикладна математика і механіка». – 2003. – № 602. – С. 94-104.*


*Поступила в редакцию 12.11.2010*

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф., проф. каф. высшей математики А.Г. Николаев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

### ПРО ЕРМІТОВУ ІНТЕРПОЛЯЦІЮ ЗА ДОПОМОГОЮ АТОМАРНИХ ФУНКЦІЙ

***В.О. Рвачов, Т.В. Рвачова***

Розглянуто ермітову інтерполяцію за допомогою базисних функцій узагальненого ряду Тейлора для нескінченно диференційованих функцій на базі атомарних функцій – спеціальних розв'язків з компактним носієм звичайних лінійних функціонально-диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами та лінійними відхиленнями аргументу, що мають добрі апроксимаційні властивості. В якості базисних функцій ермітової інтерполяції пропонується вибрати базис простору $UP_n$ лінійних комбінацій зсувів базисної функції up(x); для випадку n = 3 побудовано вказані базисні функції. Запропонована інтерполяція може бути використана для наближеного визначення оптимальних параметрів керування ієрархічною багаторівневою системою.

**Ключові слова:** ієрархічна багаторівнева система, ермітова інтерполяція, атомарна функція, узагальнений ряд Тейлора.

### ON THE HERMITE INTERPOLATION WITH THE HELP OF THE ATOMIC FUNCTIONS

***V.O. Rvachov, T.V. Rvachova***

The Hermite interpolation is considered with the help of basic functions of the generalized Taylor series for infinitely differentiable functions based on atomic functions which are the special solutions with a compact support of ordinary linear functional differential equations with constant coefficients and linear deviations of argument which possess good approximation properties. The basis of the space $UP_n$ of linear combinations of the shifts of the atomic function up(x) is proposed as basic functions of the Hermite interpolation; for the case n=3 the basic functions mentioned are built. The interpolation proposed can be used for the approximate determination of the optimal control parameters for an hierarchic multilevel systems.

**Key words**: hierarchic multilevel system, Hermite interpolation, atomic function, the generalized Taylor series.

**Рвачёв Владимир Алексеевич –** д-р физ.-мат. наук, проф., главный научный сотрудник кафедры высшей математики, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, e-mail: rvachov@gmail.com.

**Рвачёва Татьяна Владимировна –** канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, e-mail: rvachova@gmail.com.