

УДК 51: 004.738.5

А.С. КУЛИК, А.Г. ЧУХРАЙ, Е.С. ВАГИН, С.И. ПЕДАН

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ФОРМАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕРАЦИИ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОМПЛЕКСА ИНТЕРАКТИВНЫХ WEB-ТЕСТОВ ПО МАТЕМАТИКЕ**

*Рассмотрен один из подходов к формализации генерации заданий, входящих в комплекс интерактивных web-тестов по математике. Определены основные требования к формализации генерации заданий. Описан процесс разработки моделей и алгоритмов генерации на примере заданий, входящих в состав комплекса тестов по математике для Великобританских школьников. Описан способ тестирования полученных моделей посредством реализации тестирования программных прототипов заданий.*

**Ключевые слова:** формализация генерации, модели заданий, задания по математике для школьников.

**Введение**

Обучающие компьютерные программы по математике (ОКПМ) в настоящее время пользуются все большей популярностью как средства передачи знаний и умений педагогов ученикам. Вместе с ростом популярности растут также и требования к современной ОКПМ. Пройдя этапы своего развития, такие программы превратились из простейшего тестирующего программного обеспечения и электронных учебников в современные интеллектуальные обучающие среды [3,4].

Одним из перспективных научных направлений развития ОКПМ стало направление, связанное с автоматической генерацией заданий, выполняемых учениками [5]. Сложностями при этом являются как необходимость генерации задания, проверяющего нужные компоненты компетенции ученика и имеющего решение, так и требование приемлемости задания с педагогической точки зрения. Последнее зачастую связано с ограничениями вычислений без калькулятора, единственности ответа, получения ответа в целых числах и т.п.

В статье описан опыт авторов по разработке формализованных моделей для генерации заданий ОКПМ, полученный в ходе двух выполненных проектов: при разработке web-сайта интерактивных тестов по математике для подготовки выпускников общеобразовательных школ к внешнему независимому оцениванию [6] и разработке комплекса интерактивных web-тестов по математике для школьников Великобритании [2].

Предварительный анализ заданий, которые необходимо реализовать программно в рамках комплекса интерактивных web-тестов по математике, выявил наиболее распространенные ситуации, которые могут привести к неправильному функциониро-

ванию системы. К ошибкам в функциональности можно отнести некорректную генерацию параметров условий заданий, наличие самого ответа уже в условии (явное или косвенное), неверное оценивание правильно введенного ответа, а также ряд ситуаций, приводящих к невозможности нахождения верного решения. Будем называть все условия, содержащие перечисленные выше ошибки, некорректными, а не содержащие – корректными.

Отдельно было выдвинуто требование параметризации заданий. При этом генерируемые параметры не должны включать такие величины, при которых ответ может выйти иррациональным, либо содержащим большое количество знаков после десятичного разделителя. Это связано с тем, что при выполнении части заданий запрещено использование калькулятора.

В некоторых заданиях предполагается ввод оценочного ответа. Другими словами, ответ должен быть введен приблизительно. Таким образом, возникла задача предусмотреть в этих заданиях границы допустимого ввода для верного ответа. Задача выбора допустимого отклонения при вводе ответа должна быть решена для каждого задания в отдельности.

Так как конечной целью работы является представление комплекса заданий в виде программного продукта, доступного посредством сети Интернет, необходимо предусмотреть все множество исключительных ситуаций, которые могут возникнуть на этапе проектирования программных средств. Кроме того, одной из возникающих перед разработчиком проблем является реализация генерации величин параметров таким образом, чтобы их впоследствии можно было отобразить графически. При этом визуально эти величины должны быть распознаваемы или могли быть подвержены качественной или ко-

личественной оценке (в зависимости от рассматриваемого задания).

В целом, к каждому заданию из выборки был применен индивидуальный подход, включающий построение математической модели задания с учетом его особенностей.

Подводя итог, можем выделить следующие подзадачи, которые определяют особенности процесса построения математических моделей для комплекса web-тестов по математике:

- условия заданий должны быть сгенерированы таким образом, чтобы максимально повторять свои прототипы, входящие в ежегодные сборники заданий «Key Stage 3» [1];

- параметры, входящие в задания, должны генерироваться автоматически, благодаря чему каждый пользователь получит свой уникальный набор тестовых заданий;

- генерация величин параметров должна быть реализована таким образом, чтобы формировать только корректные условия;

- при генерации величин параметров необходимо учитывать, разрешено ли использование калькулятора при его решении;

- при математическом описании способа генерации необходимо учитывать возможность программной реализуемости такого подхода;

- при математическом описании способа генерации необходимо учитывать такой фактор, как возможность последующей проверки правильности ответа;

- в ряде заданий при математическом моделировании необходимо учесть то, что генерируемые параметры должны быть представлены графически.

### 1. Формализация генерации заданий

Для конструктивизма дальнейшего изложения рассмотрим методику формализации генерации на конкретном примере.

Пусть условие задания следующее: «В опросе приняли участие  $X$  людей. На вопрос “Какую газету вы приобрели сегодня?” были получены такие ответы: утреннюю газету приобрели  $x_1$  людей, дневную газету –  $x_2$  людей и  $x_3$  людей вовсе не купили никакой газеты. Необходимо закончить построение секторной диаграммы, которая бы отражала эту информацию. В исходном состоянии на секторной диаграмме уже отображен один сектор» [1]. Введем еще три величины –  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$ . Эти величины будут соответствовать внутренним углам секторов на секторной диаграмме для величин  $x_1$ , и  $x_3$  соответственно. Так как вся секторная диаграмма

должна представлять собой полный круг, то сумма внутренних углов секторов должна быть равна  $360^\circ$ .

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 360^\circ; \tag{1}$$

С другой стороны, сумма количества людей во всех категориях опрошенных должна соответствовать общему числу опрошенных:

$$\sum_{i=1}^n x_i = X; \tag{2}$$

Также должны соблюдаться такие отношения между величинами:

$$\frac{\alpha_1}{x_1} = \frac{\alpha_2}{x_2} = \dots = \frac{\alpha_n}{x_n} = \frac{360^\circ}{X} = k; \tag{3}$$

В формулах (1), (2) и (3) величина  $n$  – количество категорий в опросе. Величины параметров  $\alpha_i$  должны быть ненулевыми целыми положительными числами для того, чтобы обеспечить удобство построения секторов диаграммы графически при помощи манипулятора. Величины параметров  $x_i$  должны быть также ненулевыми положительными целыми числами, так как эти величины характеризуют количество респондентов.

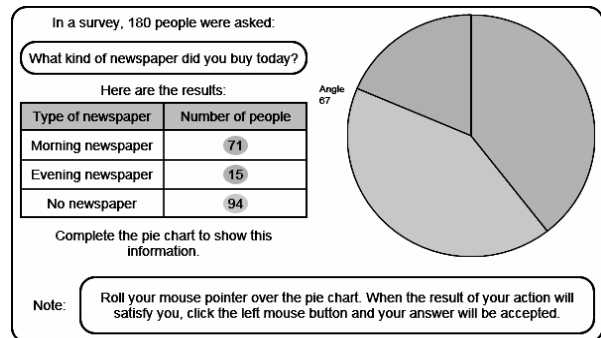


Рис. 1. Тестовое задание на построение секторной диаграммы

Для проверки умения строить сектора диаграммы достаточно предложить учащемуся построить один сектор. Построение более одного сектора приведет к проверке тех же знаний и умений, как и при построении одного сектора на диаграмме. В таком случае можно ограничиться  $n=3$ . Опишем метод генерации задания для такого случая математически. Так как любые два угла на секторной диаграмме не должны быть равны между собой, чтобы не упрощать решение задачи, предположим, что  $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$ . Тогда для выполнения этого неравенства необходимо выбирать  $\alpha_1$  меньший  $120^\circ$  и  $\alpha_2$  меньший  $180^\circ$ . Если обозначить операцию округления числа как  $[...]$ , тогда:

$$\forall \alpha_1 \in \{1, \dots, 119\}, \forall \alpha_2 \in \{\alpha_1 + 1, \dots, 179\}$$

$$\alpha_3 = 360 - \alpha_1 - \alpha_2;$$

$$\forall \alpha_2 < \alpha_3,$$

$$\forall x_1 \in \{1, \dots, \alpha_1 - 1\}$$

$$k = \alpha_1 / x_1,$$

$$x_2 = \alpha_2 / k,$$

$$x_3 = \alpha_3 / k;$$

$$\text{если } \left| \left[ x_2 \right] - x_2 \right| < 10^{-3}, \text{ то } x_2 = \left[ x_2 \right];$$

$$\text{если } \left| \left[ x_3 \right] - x_3 \right| < 10^{-3}, \text{ то } x_3 = \left[ x_3 \right];$$

$$\text{если } x_2 = \left[ x_2 \right] \wedge x_3 = \left[ x_3 \right], \text{ то}$$

$$S = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, x_1, x_2, x_3) - \text{кортеж пара-}$$

метров, удовлетворяющих заданному условию.

В результате применения такого метода генерации получим все возможные варианты параметров, дающих корректное условие. Таких вариантов будет 5573 для целых  $k$  и 11069 для любых  $k$ .

Таким образом, параметризация позволяет значительно увеличить число возможных вариантов задания. На рис. 1 приведен пример одного из вариантов задания для  $n=3$ ,  $k=2$ ,  $x_1=71$ ,  $x_2=15$ ,  $x_3=94$ ,  $\alpha_1=142^\circ$ ,  $\alpha_2=30^\circ$ ,  $\alpha_3=188^\circ$  и  $X=180$ , полученный при программной генерации, опирающейся на описанный метод.

В ряде заданий генерация не осложнена строгими ограничениями и взаимосвязями параметров. Для некоторых заданий использовался метод генерации (расчета) всех компонентов ответа с частичным. Например, для задания на рис. 2, в котором необходимо дописать пропущенные цифры в числах, составляющих верное равенство, генерируются только два слагаемых таких, что их сумма – трехзначное число.

Look at the calculation below.

Write the correct digits in the boxes.

	2	6	+	7	□	4	=	8	6	□
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Рис. 2. Тестовое задание на построение верного равенства

## 2. Прототип обучающей системы

Для того чтобы оценить качество построенных математических моделей, было решено разработать прототип обучающей системы, представляющий собой задания в виде Silverlight-роликов, встраиваемых в web-документ. Условия заданий должны генерироваться автоматически по алгоритмам, основанным на математических моделях.

На рис. 3 показаны два задания, входящие в выборку заданий, для которых были построены математические модели. Прототип каждого задания включает в себя ролик с самим заданием, а также текстовое поле, показывающее, засчитан ответ пользователя как верный или как неверный.

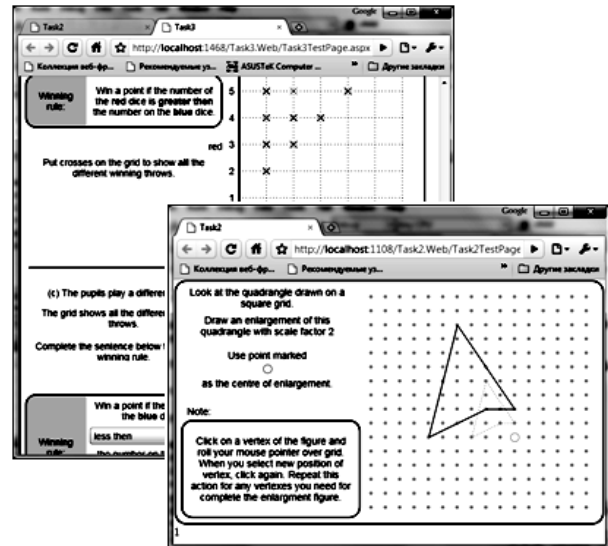


Рис. 3. Внешний вид прототипов заданий

При помощи прототипов заданий отслеживалось наличие ошибок, возникающих в процессе прохождения тестов. Затем определялось место их возникновения. Источником возникновения ошибок может быть как программный код, так и математические модели. Таким образом, была проведена верификация как правильности кода, так и построения математических моделей. В конечном итоге, тестирование работы прототипа позволило устранить большое число допущенных на предыдущих этапах ошибок.

## Заключение

В ходе анализа и формализации генерации заданий, отобранных для формирования комплекса web-тестов по математике, были выделены основные параметры, входящие в состав каждого из них. Для величин каждого из параметров был определен свой диапазон генерации. Это позволило разработать такие модели и алгоритмы генерации, которые обеспечивают формирование корректных условий заданий. При этом учитывалось то, что элементы заданий должны быть представлены пользователю в понятном графическом виде.

Для тестирования и выявления ошибок, допущенных при формализации, были разработаны прототипы каждого из заданий в виде интерактивных роликов, разработанных при помощи технологии Microsoft Silverlight.

Перспективной задачей является разработка интеллектуального ОКПМ, включающего в себя рассмотренные задания.

### Литература

1. *Mathematics. Program of study for key stage 3 and attainment targets.* [Электронный ресурс] / Режим доступа: [www.qca.org.uk/curriculum](http://www.qca.org.uk/curriculum).
2. Сайт з розробленими авторами інтерактивними web-тестами з математики [Електронний ресурс] / Режим доступа: <http://zno-kharkiv.org.ua/cimt/>
3. Kulik A. *Development of the automated laboratory practical work at the course «Modeling of systems»*

/ A. Kulik, A. Chukhray, S. Pedan, P. Anzenberger // *Interactive Computer Aided Learning Conference, Villach, Austria, Sept. 24-26, 2008.*

4. VanLehn K. *The Behavior of Tutoring Systems* [Электронный ресурс] / K. VanLehn. – Режим доступа: [www.citeseer.nj-nec.com](http://www.citeseer.nj-nec.com).

5. Corbett A. *Koedinger Intelligent Tutoring Systems* [Электронный ресурс] / A. Corbett, R. Kenneth // *Handbook of Human-Computer Interaction.* - Pennsylvania, USA, 1997. - P. 849-874. – Режим доступа: <http://citeseerx.ist.psu.edu>.

6. Kulik A. *Models and software for intelligent web-based testing system in mathematics* / A. Kulik, A. Chukhray, S. Rakov, S. Pedan // *The East-West Fuzzy Colloquium.* - Zittau, Germany, 2008. – P. 63-72.

Поступила в редакцию 28.01.2010

**Рецензент:** д-р педагог. наук, проф. С.А. Раков, зам. директора Украинского центра оценивания качества образования, Украина.

### ФОРМАЛІЗАЦІЯ ГЕНЕРАЦІЇ ЗАВДАНЬ ДЛЯ КОМПЛЕКСУ WEB-ТЕСТІВ З МАТЕМАТИКИ

*А.С. Кулік, А.Г. Чухрай, Є.С. Вагін, С.І. Педан*

Розглянуто один з підходів до формалізації генерації завдань, що входять до комплексу інтерактивних web-тестів з математики. Визначені основні вимоги до формалізації генерації завдань. Описано процес розробки моделей й алгоритмів генерації завдань на прикладі завдань, що входить до складу комплексу тестів з математики для школярів Великої Британії. Описано спосіб тестування отриманих моделей за допомогою реалізації тестування програмних прототипів завдань.

**Ключові слова:** формалізація генерації, моделі завдань, завдання з математики для школярів.

### FORMALIZATION OF GENERATION OF TASKS FOR COMPLEX OF MATHEMATICAL WEB-TESTS

*A.S. Kulik, A.G. Chukhray, Ye.S. Vagin, S.I. Pedan*

One of the approaches to formalization of generation of tasks included to a complex of interactive mathematical web-tests is listed. The main requirements to formalization of generation of tasks are defined. Process of models development and algorithms generation on examples of tasks included to a complex of mathematical tests for pupils of Great Britain is described. The way of received models testing by realization of tasks program prototypes is described.

**Keywords:** formalization of generation, models of tasks, mathematical tasks for pupils.

**Кулик Анатолій Степанович** – д-р техн. наук, проф., декан факультета систем управління летательних апаратів, зав. кафедрою систем управління летательних апаратів, Национальний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна, e-mail: [kulik@d3.khai.edu](mailto:kulik@d3.khai.edu).

**Чухрай Андрей Григорьевич** – канд. техн. наук, зам. декана факультета систем управління летательних апаратів по НИР, доц. кафедри систем управління летательних апаратів, Национальний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна, e-mail: [chukhray@d3.khai.edu](mailto:chukhray@d3.khai.edu).

**Вагін Евгений Сергеевич** – магістр кафедри систем управління летательних апаратів, Национальний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна, e-mail: [TzipTwork@gmail.com](mailto:TzipTwork@gmail.com).

**Педан Станислав Игоревич** – аспірант кафедри систем управління летательних апаратів, Национальний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна, e-mail: [stasickx@gmail.com](mailto:stasickx@gmail.com).