УДК 519.6:514.1

Л.Г. ЕВСЕЕВА[1], Г.Н. ЯСЬКОВ[2]

[1]***Полтавский университет потребительской кооперации, Украина***
[2]***Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Украина***

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРВАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПОРОШКОВОЙ МЕТАЛЛУРГИИ

Предлагается подход к решению проблемы уплотнения пористого тела, позволяющий при дальнейшем прессовании варьировать свойства сплава. Рассматривается задача оптимизации упаковки большого числа интервальных шаров в интервальной цилиндрической трубе. Строится интервальная математическая модель задачи на основе использования элементов интервальной геометрии. Решение основной задачи сводится к решению последовательности задач упаковки с фиксированным числом шаров. Задачи сформулированы как задачи математического программирования с нелинейными ограничениями. Предлагается подход к их решению на основе погружения интервальной математической модели в евклидово пространство. Предложена стратегия поиска оптимального решения задачи, основанная на использовании генерации начальных точек на основе решеточной упаковки методом имитационного моделирования, модифицированного метода ветвей и границ и метода возможных направлений.

Ключевые слова: *математическое моделирование, упаковка, оптимизация, интервальная геометрия, интервальная математическая модель, интервальная сфера, интервальный цилиндр.*

Введение

Порошковая металлургия – быстро развивающаяся область техники, так как пористые порошковые материалы широко используются в узлах трения, фильтрах, тепловых трубах, уплотнениях и изготавливаются из порошков со сферической формой частиц. Пористые железо- и меднографитовые подшипники изготавливают преимущественно в виде цилиндрических втулок.

Задачу формования порошков в заготовки цилиндрической формы рассматривается как оптимизационная задача упаковки шаров, которая относится к классу задач оптимизационного геометрического проектирования [1].

Математические модели и методы размещения шаров в цилиндре рассматривались в работах [2-3].

Однако, в большинстве случаев задачи упаковки рассматривались в идеализированной постановке, то есть без учета погрешностей. Развитие интервальной геометрии [4] позволяет выполнять моделирование задач упаковки геометрических объектов с учетом погрешностей метрических характеристик и параметров размещения объектов.

Целью данного исследования является интервальное моделирование и решение оптимизационной задачи упаковки большого числа интервальных шаров в интервальной цилиндрической трубе.

1. Постановка задачи

Пусть в евклидовом пространстве R^3 имеется семейство шаров S_k, $k \in J_n$, с радиусами

$$\tilde{r}_k = r \pm \nu_{r_k}, \tag{1}$$

где $r \in R^+$ – радиус шара S_k, $J_n = \{1, 2, ..., n\}$,

ν_{r_k} – соответствующая погрешность радиуса,

$\nu_{r_k} < \varepsilon \cdot r$, $k \in J_n$, $\varepsilon \in (0,1) \subset R^1$,

и цилиндрическая труба C, имеющая радиусы и высоту соответственно

$$r_{01} \pm \nu_{r_{01}}, r_{02} \pm \nu_{r_{02}}, h \pm \nu_h, \tag{2}$$

где $r_{01}, r_{02}, h \in R^+, \nu_{r_{01}}, \nu_{r_{02}}, \nu_h \in R^+$, $r_{01} > r_{02}$, $\nu_{r_{01}} < \varepsilon \cdot r_{01}, \nu_{r_{02}} < \varepsilon \cdot r_{02}$, $\nu_h < \varepsilon \cdot h$.

Пусть $r_{01} - \nu_{r_{01}} > r_{02} + \nu_{r_{02}}$, $h = 2r_k$, $k \in J_n$, $(r_{01} - r_{02}) - (\nu_{r_{01}} + \nu_{r_{02}}) = 2r_k$, $r_0 = r_{01} - r_{02}$.

Число ε зависит от конкретной прикладной или научной задачи и характеризует точность задания исходных данных.

Положение шара S_k и цилиндрической трубы C в пространстве определяется координатами их центров симметрии, которые принимаем за полюсы (начала собственных систем координат).

Обозначим через $S_k(\tilde{u}_k)$ шар S_k с параметрами размещения

$$\tilde{u}_k = (x_k \pm \nu_{x_k}, y_k \pm \nu_{y_k}, z_k \pm \nu_{z_k}) \in R^3, \qquad (3)$$

где

$$\nu_{x_k}, \nu_{y_k}, \nu_{z_k} \in R^+,\ \nu_{x_k} < \delta \cdot r, \nu_{y_k} < \delta \cdot r,\ \nu_{z_k} < \delta \cdot r,$$
$$\forall k \in J_n,\ \delta \in (0,1) \subset R^1,$$

через $C(\tilde{u}_0)$ – цилиндрическую трубу C с параметрами размещения

$$\tilde{u}_0 = (x_0 \pm \nu_{x_0}, y_0 \pm \nu_{y_0}, z_0 \pm \nu_{z_0}) \in R^3, \qquad (4)$$

где

$$\nu_{x_0}, \nu_{y_0}, \nu_{z_0} \in R^+,\ \nu_{x_0} < \delta \cdot r_0, \nu_{y_0} < \delta \cdot r_0,$$
$$\nu_{z_0} < \delta \cdot r_0.$$

Задача. Найти $u^* = (u_1^*, u_2^*, ..., u_n^*) \in R^{3n}$, такой, что $S_k(\tilde{u}_k) \subset C(\tilde{u}_0)$, $\forall k \in J_n$, без взаимных пересечений и при этом количество шаров $\gamma^* \in N$ было максимальным, а также и его погрешность $\nu_{\gamma^*} \in N$.

2. Интервальное моделирование задачи

Заметим, что задание метрических характеристик объектов в виде (1), (2), а параметров размещения в виде (3), (4) позволяет создать пары чисел вида $(\alpha, \nu_\alpha) \in R^2$, где $\nu_\alpha \in R^1$ – погрешность задания величины $\alpha \in R^1$. Тогда вещественное число α можно представить двумя числами – оценкой снизу и оценкой сверху, образующими интервальное число $\langle \alpha, \nu_\alpha \rangle = \langle A \rangle \in \mathbf{I_s R}$, где $\mathbf{I_s R}$ – расширенное пространство центрированных интервалов [4].

Исходя из этого, моделирование задачи (1) осуществим на основании использования интервальной геометрии [4].

В силу гомеоморфизма [4] R^2 и $\mathbf{I_s R}$ имеем:

$$R^2 \ni (x, \nu_x) \leftrightarrow \langle x, \nu_x \rangle = \langle X \rangle \in \mathbf{I_s R}. \qquad (5)$$

Основными средствами математического моделирования задач упаковки с учетом погрешностей составляют интервальные геометрические объекты и интервальные Φ-отображения [5-6].

Интервальной цилиндрической трубой назовем интервальное множество $\mathbf{C} \subset \mathbf{I_s^3 R} = \mathbf{I_s R} \times \mathbf{I_s R} \times \mathbf{I_s R}$

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_2 \bigcup \mathbf{C}_1^*, \mathbf{C}_1^* = (\mathbf{I_s^3 R} \setminus \mathrm{cl}\,\mathbf{C}_1) \bigcup \mathbf{fr}\,\mathbf{C}_1, \qquad (6)$$

где $\mathbf{C}_i$, $i = 1,2$, интервальные цилиндры [6],

$\mathbf{C}_i = \mathrm{int}\,\mathbf{C}_i \bigcup \mathbf{fr}\,\mathbf{C}_i$, $\mathbf{fr}\,\mathbf{C}_i$ – интервальная граница, $\langle R_{01} \rangle > \langle R_{02} \rangle$, $\langle H_1 \rangle = \langle H_2 \rangle$.

В качестве математических моделей шара $S_k(\tilde{u}_k)$, $k \in J_n$, с метрическими характеристиками $\tilde{r}_k$ и параметрами размещения $\tilde{u}_k$ и цилиндрической трубы $C(\tilde{u}_0)$, заданной соотношениями (2) и (4), на основе (5) принимаем интервальный шар [5] $\mathbf{S}_k(\langle U_k \rangle) \subset \mathbf{I_s^3 R}$ с интервальными метрическими характеристиками $\mathbf{m}_k = \{\langle R_k \rangle\} = \{\langle r_k, \nu_{r_k} \rangle\}$ и параметрами размещения $\langle U_k \rangle = (\langle X_k \rangle, \langle Y_k \rangle, \langle Z_k \rangle)$, и интервальную цилиндрическую трубу $\mathbf{C}(\langle U_0 \rangle) \subset \mathbf{I_s^3 R}$ (6) с интервальными метрическими характеристиками $\mathbf{m}_0 = \{\langle R_{01} \rangle, \langle R_{02} \rangle, \langle H \rangle\}$ и интервальными параметрами размещения $\langle U_0 \rangle = (\langle X_0 \rangle, \langle Y_0 \rangle, \langle Z_0 \rangle)$.

Здесь и далее $\langle X_k \rangle = \langle x_k, \nu_{x_k} \rangle$, $\langle Y_k \rangle = \langle y_k, \nu_{y_k} \rangle$, $\langle Z_k \rangle = \langle z_k, \nu_{z_k} \rangle$, $k \in \{0\} \bigcup J_n$.

Тогда поставленная задача сводится к задаче: найти $(\langle U_1 \rangle, ..., \langle U_n \rangle) \in \mathbf{I_s^{3n} R}$, чтобы все $\mathbf{S}_k$, транслированные на $\langle U_k \rangle$, находились внутри $\mathbf{C}$ (в смысле понятия интервальной принадлежности) и интервальное количество шаров $\langle \Gamma \rangle \in \mathbf{I_s R}$ при этом было максимальным.

В качестве средства аналитического описания взаимодействия интервальных объектов используем интервальные Φ-отображения [5-6].

Так, выполнение интервального неравенства $\Phi_{0k}(\langle U_0 \rangle, \langle U_k \rangle) > \mathbf{0}$, $\forall k \in J_n$, гарантирует выполнение принадлежности $\mathbf{S}_k(\langle U_k \rangle) \subset \mathbf{C}(\langle U_0 \rangle)$ в смысле понятия интервальной принадлежности элементов.

Построим $\Phi_{0k}(\langle U_0 \rangle, \langle U_k \rangle)$ – интервальное Φ-отображение $\mathbf{S}_k(\langle U_k \rangle)$ и $\mathbf{C}(\langle U_0 \rangle)$.

$$\Phi_{0k}(\langle U_0 \rangle, \langle U_k \rangle) = \min_{t=1,2,3,4} \{\chi_{0k}^t(\langle U \rangle)\}, \qquad (7)$$

$$\chi_{0k}^1(\langle U \rangle) = -\overline{(\langle Z_k \rangle - \overline{\langle Z_0 \rangle})} + \langle H \rangle - \overline{\langle \nu_h + \nu_{r_k}, 0 \rangle} - \overline{\langle R_k \rangle},$$
$$\chi_{0k}^2(\langle U \rangle) = \langle Z_k \rangle - \overline{\langle Z_0 \rangle} - \overline{\langle \nu_h + \nu_{r_k}, 0 \rangle} - \overline{\langle R_k \rangle},\ k \in J_n,$$
$$\chi_{0k}^3(\langle U \rangle) = (\langle R_{01} \rangle - \overline{\langle R_k \rangle} - \langle \nu_{r_{02}} + \nu_{r_k}, 0 \rangle)^2 - \overline{\langle \Psi_{0k} \rangle},$$
$$\chi_{0k}^4(\langle U \rangle) = \langle \Psi_{0k} \rangle - \overline{(\langle R_{02} \rangle + \langle R_k \rangle + \langle \nu_{r_{02}} + \nu_{r_k}, 0 \rangle)^2},$$
$$\langle \Psi_{0k} \rangle = (\langle X_k \rangle - \overline{\langle X_0 \rangle})^2 + (\langle Y_k \rangle - \overline{\langle Y_0 \rangle})^2,$$

где

$\mathbf{0} = \langle 0, 0 \rangle$, $\overline{\langle X \rangle} = \overline{\langle x, \nu_x \rangle} = \langle x, -\nu_x \rangle \in \mathbf{I_s R}$ – сопряжение элемента $\langle X \rangle \in \mathbf{I_s R}$, $\langle U \rangle = \langle U_k \rangle - \overline{\langle U_0 \rangle} \in \mathbf{I_s^3 R}$.

В (7) и далее минимальное и максимальное значения интервала понимаются в смысле отношения порядка, введенного в пространстве $\mathbf{I_s R}$ [4].

Известно [5], что интервальные шары $\mathbf{S}_i(\langle U_i \rangle)$ и $\mathbf{S}_j(\langle U_j \rangle)$, $i, j \in J_n$, $i < j$, не пересекаются при

$\Phi_{ij}(\langle U_i\rangle,\langle U_j\rangle) > \mathbf{0}$, где $\Phi_{ij}(\langle U_i\rangle,\langle U_j\rangle)$ – интервальное Φ-отображение

$$\Phi_{ij}(\langle U_i\rangle,\langle U_j\rangle) = \langle\Psi_{ij}\rangle - \overline{\langle R_{ij}\rangle^2}, \quad (8)$$

$$\langle\Psi_{ij}\rangle = (\langle X_j\rangle - \overline{\langle X_i\rangle})^2 + (\langle Y_j\rangle - \overline{\langle Y_i\rangle})^2 + (\langle Z_j\rangle - \overline{\langle Z_i\rangle})^2$$

$$\langle R_{ij}\rangle = \langle R_i\rangle + \langle R_j\rangle + \langle \nu_{r_i} + \nu_{r_j}, 0\rangle .$$

С учетом (5)-(8) интервальная математическая модель интервальной оптимизационной задачи 2 может быть представлена следующим образом

$$\Gamma(\langle U^*\rangle) = \langle\gamma^*, \nu_{\gamma^*}\rangle = \max \Gamma(\langle U\rangle), \quad (9)$$

$$\Gamma(\langle U\rangle) = \sum_{k=1}^{n} F(\langle U_k\rangle) = \left\langle \sum_{k=1}^{n} f_1(u_k), \sum_{k=1}^{n} f_2(\nu_{u_k}) \right\rangle, \quad (10)$$

$$\mathbf{D}: \begin{cases} \Phi_{0k}(\langle U_0\rangle,\langle U_k\rangle) \ge \mathbf{0},\ k \in J_n \\ \Phi_{ij}(\langle U_i\rangle,\langle U_j\rangle) \ge \mathbf{0},\ i,j \in J_n,\ i<j. \end{cases} \quad (11)$$

где

$$f_1(u_k) = \begin{cases} 1, \text{если } \mathbf{p}_3(\mathbf{S}_k(\langle U_k\rangle)) \subset \mathbf{p}_3(\mathbf{D}), \\ 0, \text{если } \mathbf{p}_3(\mathbf{S}_k(\langle U_k\rangle)) \not\subset \mathbf{p}_3(\mathbf{D}), \end{cases}$$

$$f_2(\nu_{u_k}) = \begin{cases} 1, \text{если } \mathbf{r}_3(\mathbf{S}_k(\langle U_k\rangle)) \subset \mathbf{r}_3(\mathbf{D}), \\ 0, \text{если } \mathbf{r}_3(\mathbf{S}_k(\langle U_k\rangle)) \not\subset \mathbf{r}_3(\mathbf{D}), \end{cases}$$

$(\langle U_1\rangle,\langle U_2\rangle,\dots,\langle U_n\rangle) \in \mathbf{I}_s^{3n}\mathbf{R}$, $\mathbf{0} = \langle 0,0\rangle$, $\mathbf{D} \subset \mathbf{I}_s^m\mathbf{R}$, $\langle U_k\rangle = \langle u_k, \nu_{u_k}\rangle = (\langle X_k\rangle,\langle Y_k\rangle,\langle Z_k\rangle) \in \mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$, $\forall k \in J_n$, $\mathbf{p}_3(\langle U\rangle) = (x,y,z) \in R^3$, $\mathbf{r}_3(\langle U\rangle) = (\nu_x,\nu_y,\nu_z) \in R^3$, $\langle U\rangle = (\langle X\rangle,\langle Y\rangle,\langle Z\rangle) \in \mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$, $\mathbf{p}_3(\langle U\rangle): \mathbf{I}_s^3\mathbf{R} \to R^3$ и $\mathbf{r}_3(\langle U\rangle): \mathbf{I}_s^3\mathbf{R} \to R^3$ [4] – интервальные отображения, $\gamma^* \in N$ – максимальное число упакованных шаров, $\nu_{\gamma^*} \in N$ – его погрешность, $\mathbf{D}$ – интервальная область допустимых решений, определяемая соотношениями (7) – (8).

3. Метод решения

Осуществим погружение [1] интервальной математической модели (9) – (11) в евклидово пространство. Получаем при этом математическую модель двухкритериальной задачи упаковки:

$$\max_{(U_n,\gamma,\nu_\gamma)\in D\subset R^{6n+2}} (\gamma, \nu_\gamma), \quad (12)$$

где $D = H_m(\mathbf{D})$, $(\gamma,\nu_\gamma) = \mathbf{H}(\langle\Gamma\rangle)$, $\mathbf{D} \subset \mathbf{I}_s^m\mathbf{R}$,

$D \subset R^{6n+2}$, H – гомеоморфизм [4],

$$U_n = (x_1, \nu_{x_1}, y_1, \nu_{y_1}, \dots, x_n, \nu_{x_n}, y_n, \nu_{y_n}, z_n, \nu_{z_n}) \in R^{6n}.$$

Один из подходов к решению задачи (12) состоит в переходе к последовательности однокритериальных задач евклидова пространства:

$$\gamma_1 = \min_{(U_n,\gamma,\nu_\gamma)\in D\subset R^{6n+2}} \gamma, \quad (13)$$

$$\nu_\gamma^{(1)} = \min_{(U_n,\gamma,\nu_\gamma)\in D\subset R^{6n+2}} \nu_\gamma; \quad (14)$$

$$\gamma_2 = \min_{(U_n,\gamma,\nu_\gamma)\in D^*\subset R^{6n+2}} \gamma, \quad (15)$$

где

$$D^* = \{(U_n,\gamma,\nu_\gamma) \in D \,|\, \nu_\gamma = \nu_\gamma^{(1)}\}.$$

Введем в рассмотрение задачу:

$$\min_{(U_n,\gamma,\nu_\gamma)\in D'\subset R^{6n+2}} \nu_\gamma, \quad (16)$$

$$D' = \{(U_n,\gamma,\nu_\gamma) \in D \,|\, \gamma \le \gamma'\},\ \gamma' \in [\gamma_1,\gamma_2].$$

Общая стратегия решения такова:

1) задача (13) разбивается на большое количество подзадач $\Omega_1,\Omega_2,\dots,\Omega_n$ [3], каждая из которых $\Omega_k, k \in J_n$, является задачей упаковки шара $\mathbf{p}_3(\mathbf{S}_k) \subset R^3$ в область $\mathbf{p}_3(\mathbf{C}) \subset R^3$ минимальной высоты $H_k \le H$ при условии, что Ω_{k-1} уже решена. При решении используются методы генерации начальных точек на основе решеточной упаковки методом имитационного моделирования, модифицированного метода ветвей и границ и метода возможных направлений;

2) решаем задачу (14) аналогично (13) для шаров $\mathbf{r}_3(\mathbf{S}_k) \subset R^3$ и области $\mathbf{r}_3(\mathbf{C}) \subset R^3$;

3) находим множество Парето и решение задачи (16) методом последовательной оптимизации.

4. Экспериментальная часть

Полагаем, для изготовления втулки размерами $r_{01} = 18$, $r_{02} = 9$, $H = 23$ используется порошок, гранулы которого имеют радиус $r = 0.315$, причем погрешности исходных данных удовлетворяют условиям (3), (5), (7) с $\varepsilon = \delta = 0{,}01$.

В результате получен интервал $[73627, 86125]$, куда гарантированно попадает значение функции цели. На основании изоморфизма [4] ему соответствует точка

$$\mathbf{H}^{-1}([73627, 86125]) = \langle 79876, 6249\rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}.$$

Проведен анализ полученного результата с помощью верхней и нижней оценок целевой функции:

$$\gamma^+ = 86125,\ \gamma^- = 73681,$$

где γ^-, γ^+ – результаты решения соответствующих оптимизационных задач в евклидовом пространстве.

Заключение

Построенная интервальная математическая модель задачи уплотнения порошка реализована в евклидовом пространстве как двухкритериальная. Данный подход позволяет вычислить границы количества порошка при заданных границах входных параметров задачи. Разработанная программа [7] применяется на участке порошковой металлургии Полтавского государственного предприятии «Производственное объединение «Знамя».

Литература

1. *Стоян Ю.Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев // К.: Наук. думка, 1986. – 267 с.*
2. *Mueller G.E. Numerically packing spheres in cylinders / G.E. Mueller // Powder Technology 159. – 2006. – P. 105-110.*
3. *Yaskov G.N. Random packing of identical spheres into a cylindrical container / G.N. Yaskov // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2008. – Вип. 1 (68). – С. 128-130.*
4. *Стоян Ю.Г. Введення в інтервальну геометрію: Навчальний посібник / Ю.Г. Стоян – Х.: ХНУРЕ, 2006. – 98 с.*
5. *Grebennik I. Modelling of Interaction of the n-D Spheres withing Interval Spaces / I. Grebennik, L. Evseyeva, T. Romanova // Telecommunications and Radio Engineering. – 2007. – Vol. 66, №. 3 – P. 273-281.*
6. *Евсеева Л.Г. Математическое моделирование взаимодействий интервальных цилиндрических объектов / Л.Г. Евсеева, Т.Е. Романова, С.Б. Шеховцов // Радиоэлектроника и информатика. – 2006. – № 1. – С. 31-35.*
7. *Стоян Ю.Г. Компьютерная программа "Имитационное моделирование свойств сплава" / Ю.Г. Стоян, Л.Г. Евсеева, Г.Н. Яськов. – № 27362; 23.01.09.*

Поступила в редакцию 12.02.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедры автоматизации и компьютерных технологий И.А. Фурман, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко, Украина.

ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРВАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В ПОРОШКОВІЙ МЕТАЛУРГІЇ

Л.Г. Євсеєва, Г.М. Яськов

Пропонується підхід до розв'язання проблеми ущільнення пористого тіла, що надає можливість при подальшому пресуванні вар'ювати властивості сплаву. Розглядається задача оптимізації упакування великого числа інтервальних куль в інтервальній циліндричній трубі. Будується інтервальна математична модель задачі на основі використання інтервальної геометрії. Розв'язання основної задачі зводиться до розв'язання послідовності задач упаковки з фіксованим числом куль. Задачі сформульовані як задачі математичного програмування з нелінійними обмеженнями. Пропонується підхід до їх розв'язання на основі занурення інтервальної математичної моделі в евклідів простір. Запропоновано стратегію пошуку оптимального розв'язку задачі, що базується на використанні генерації початкових точок на основі решіткової упаковки методом імітаційного моделювання, модифікованого методу меж та гілок та методу можливих напрямків.

Ключові слова: математичне моделювання, упаковка, оптимізація, інтервальна геометрія, інтервальна математична модель, інтервальна куля, інтервальний циліндр.

APPLICATION OF INTERVAL MODELLING TO POWDER METALLURGY

L.G. Yevseeva, G.M. Yaskov

An approach to solving a problem of tamping a porous body which allows to influence on alloy properties when afterwards pressing is suggested. An optimization problem of packing a large number of interval spheres into a cylindrical tube is considered. An interval mathematical model is constructed on the ground of interval geometry elements. Solving of the main problem is reduced to solving a sequence of problems of packing fixed numbers of spheres. The problems are defined as mathematical programming ones with nonlinear constraints. An approach to solve the problems is suggested on the ground of immerging the interval mathematical model into the Euclidean space. A search strategy of an optimal solution of the problem based on generation of initial points making use of the lattice packing by a simulation method, a modified branch-and-bound algorithm and a modified feasible direction method is suggested.

Keywords: mathematical modelling, packing, optimization, interval geometry, interval mathematical model, modelling, interval solid sphere, interval cylinder.

Евсеева Людмила Григорьевна – канд. физ.-мат. наук, доцент, проф. кафедры высшей математики и физики, Полтавский университет потребительской кооперации Украины, Полтава, Украина, e-mail: yevseeva@satel.com.ua.

Яськов Георгий Николаевич – канд. техн. наук, научн. сотр. отд. моделирования и оптимального проектирования, Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, Украина, e–mail: yaskov@ipmach.kharkov.ua.