УДК 519.85

О.С. ПІЧУГІНА

Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка, Україна

КОМБІНАТОРНІ ПІДХОДИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ МІНІМІЗАЦІЇ ЧАСУ ВИКОНАННЯ ПРОГРАМНОГО ПАКЕТУ

Розглянуто три постановки задачі виконання програмного пакету за найкоротший час, що зводяться до задач одновимірного й двовимірного впакування прямокутників у напівнескінчену смугу. Відповідна задача одновимірного впакування представлена оптимізаційною моделлю на переставленнях і поліспо-лученнях. Запропоновано алгоритм точного розв'язання задачі, що ґрунтуються на побудові правиль-них відсікань із використанням властивостей комбінаторних множин і многогранників таких як вер-шинна розташованість переставлень, критерій суміжності вершин та незвідна система обмежень переставного многогранника.

Ключові слова: *програмний пакет, пакет задач, багатозадачність, розпаралелювання процесів, упакування прямокутників у напівнескінчену смугу, одновимірне та двовимірне впакування, евклідова комбінаторна множина, комбінаторний многогранник, вершинно розташована множина, загальна множина перестав-лень, загальна множина полісполучень, правильне відсікання, суміжність вершин, система обмежень мно-гогранника.*

Вступ

На сьогоднішній день проблема оптимізації часу виконання програмних завдань стоїть досить гостро, адже незважаючи на підвищення потужностей сучасних ЕОМ, масштабність сучасних задач, що розв'язуються з їх використанням, і вимоги до часу виконання зростають значно швидше.

Цим пояснюється, поряд з удосконалюванням безпосередньо комп'ютерної техніки, особлива увага, що приділяється створенню різноманітних алгоритмів розпаралелювання і оптимізації обчислювальних процесів, розробка нових чисельних методів тощо.

Основна частина

У даній роботі розглянуто проблему мінімізації часу виконання набору програмних завдань. Підхід, що при цьому використано, – математичне моделювання даної задачі в вигляді оптимізаційної задачі евклідової комбінаторної оптимізації [1] із подальшим використанням при її розв'язанні комбінаторних властивостей множин і многогранників.

<u>Постановка задачі.</u> Є програмний пакет (ПП), що складається з задач (програмних завдань, ПЗ) $S=\{S_i\}_{i\in J_n}$ ($J_n=\{1,\dots,n\}$), кожна з яких вимагає певних ресурсів (наприклад, часу, пам'яті тощо). Треба виконати весь пакет якнайшвидше, якщо одночасно може виконуватися декілька з них (реалізована багатозадачність).

Розглянемо проблему виконання ПП у кількох постановках.

<u>Постановка 1.</u> Нехай ПЗ пакету потребують заданих обсягів пам'яті й часу: $S_i \to (q_i, h_i)_{i\in J_n}$ (q_i – потреба в пам'яті, h_i – час виконання задачі S_i ($i\in J_n$)). Ресурси пам'яті – Q. Треба встановити порядок виконання пакету, щоб ресурсів пам'яті вистачило, а час виконання був якнайменшим.

Ілюстрація наведена на рис. 1, з якого видно, що дана задача – це задача двовимірного впакування орієнтованих прямокутників у смугу P ширини Q.

Евристично було знайдено розв'язок

$$y^{(1)}=(y_i)_{i\in J_8}=(1,2,3,4,5,6,7,8),$$

що виконується за час H_b^1 (y_i – номер задачі ($i\in J_8$)).

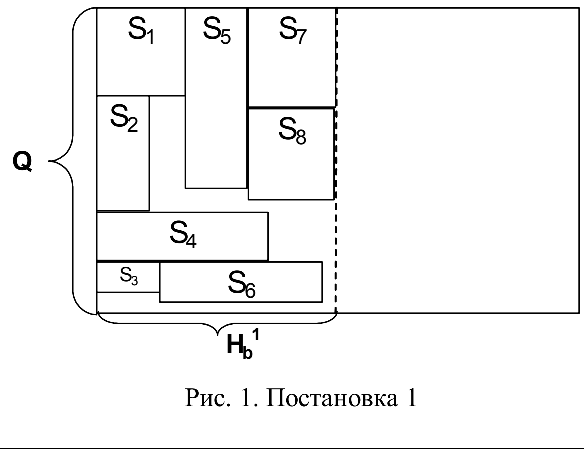

Рис. 1. Постановка 1

Постановка 2. Нехай обчислення організовуються в L потоків P_l ($l \in J_L$), під кожен з яких виділяється певний обсяг пам'яті Q_l ($l \in J_L$), $\sum_{l=1}^{L} Q_l \le Q$. Встановити, які задачі в якому потоці треба виконати, щоб час виконання пакету був мінімальним за умови, що в потоках задачі виконуються послідовно.

Даний випадок проілюстровано на рис. 2. Організовано $L = 3$ потоки, причому потік P_3 настільки малоспроможний, що дозволив виконання лише задачі S_3. У даному випадку можна розглядати задачу одновимірного впакування прямокутників $S' = \{S'_i\}_{i \in J_n}$ довжини h_i в L смуг P_l ($l \in J_L$) із додатковим обмеженням на ширину прямокутників q_i ($i \in J_n$), що розміщаються в смуги Q_l ($l \in J_L$).

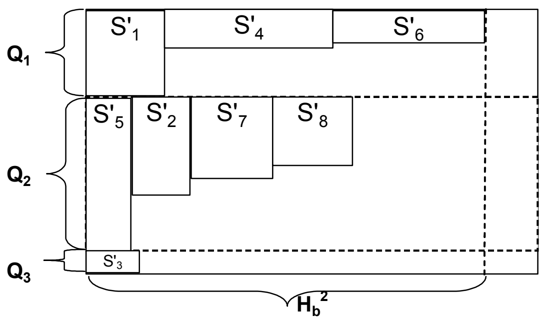

Рис. 2. Постановка 2

Евристично знайдено розв'язок (рис. 2)

$$y^{(2)} = (y_{lj})_{\substack{l \in J_L \\ j \in I_l}} = ((1,4,6),(2,5,7,8),(3)),$$

$$I = (I_1, I_2, I_3) = (J_3, J_4, J_1).$$

(y_{lj} - номер задачі, що виконується j-ою в P_l, $l \in J_L$, $j \in I_l$), довжина зайнятої частини смуги H_b^2. Як видно, ПП виконується за більший час порівняно з випадком 1 ($H_b^2 > H_b^1$).

Постановка 3. Нехай обчислення також організовуються в L потоків, під кожен з яких виділяється обсяг пам'яті, напевно достатній для виконання кожного завдання, тобто $\max_i(q_i) \le \min_l Q_l$. Встановити, як організувати обчислення, щоб час виконання ПП був якнайменшим, якщо в кожному потоці задачі виконуються послідовно.

Задачі ПП розглядаємо як прямокутники довжини h_i і ширини q_i ($i \in J_n$). У даному випадку на ширину прямокутників увагу не звертаємо, тому дана задача являє собою задачу одновимірного упакування прямокутників $S'' = \{S''_i\}_{i \in J_n}$ довжини h_i ($i \in J_n$) в L смуг P_l ($l \in J_L$) із метою мінімізації зайнятої частини смуги.

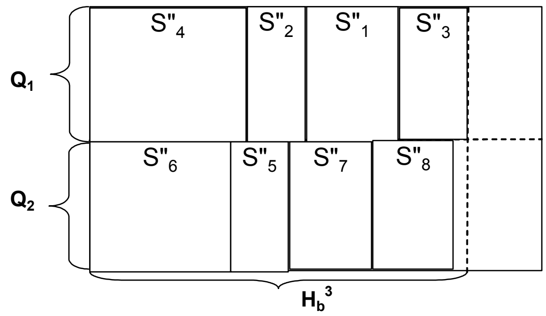

Рис. 3. Постановка 3

На рис. 3 проілюстровано варіант для двох смуг ($L = 2$). Незважаючи на те що потоків інформації лише 2, евристика дозволила знайти розв'язок

$$y^{(3)} = (y_{lj})_{\substack{l \in J_L \\ j \in I_l}} = ((1,2,3,4),(5,6,7,8)), I = (I_1, I_2) = (4,4)$$

довжини H_b^3 : $H_b^1 < H_b^3 < H_b^2$.

Зауваження. Якщо в постановці 2 вилучити умову послідовності виконання задач у потоках, тобто в кожному P_l можливе двовимірне впакування (тобто це випадок розповсюдження постановки 1 на декілька потоків), час виконання пакету може бути зменшено порівняно з H_b^2 : $H_b^1 < H_b^4 < H_b^2$ (рис. 4).

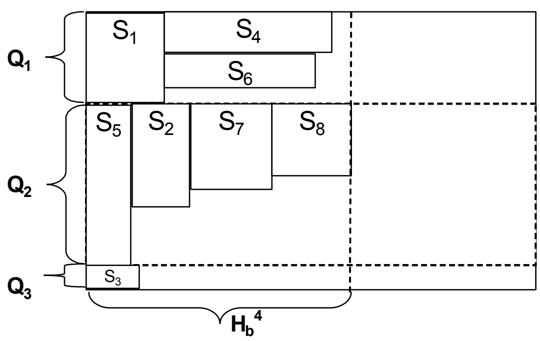

Рис. 4. Комбінована постановка 1 і 2

Розглянемо детально задачу виконання програмного пакету, якщо реалізовано розпаралелювання обчислювального процесу в L потоків достатньої потужності для виконання кожного ПЗ, тобто зупинимося на постановці 3. Особливістю її є не тільки зведення до задачі одновимірного впакування, але й можливість її моделювання в вигляді лінійної комбінаторної задачі з подальшим застосуванням апарату евклідової комбінаторної оптимізації [1].

Розглянемо мультимножину

$$G=\{g_j\}_{j\in J_\eta} \quad g_j \le g_{j+1},\ j\in J_{\eta-1}, \qquad (1)$$

основою якої $S(G)=\{e_j\}_{j\in J_k}$ є різні її елементи $\left(e_j<e_{j+1},\ j\in J_{k-1}\right)$, а первинною специфікацією $\left[G\right]=\{\eta_j\}_{j\in J_k}$ - її кратності ($\eta=|G|=\sum_{i=1}^{I}\eta_i$).

Далі для мультимножин використовуватимемо запис [1]:

$$G=\{e_j^{\eta_j}\}_{j\in J_k}. \qquad (2)$$

Уведемо в розгляд ряд евклідових комбінаторних множин – загальну множини переставлень, сполучень та поліСполучень. Сукупність упорядкованих η-вибірок з мультимножини G вигляду (1), (2) є загальною множиною переставлень $P_{\eta k}(G)$, а невпорядкованих n-вибірок з G ($n\le\eta$) – загальною множиною n-сполучень $C_{\eta k}^{n}(G)$. Здійснюємо занурення $P_{\eta k}(G)$ в R^η, тобто $\forall x\in P_{\eta k}(G)$ ставимо у взаємооднозначну відповідність точку евклідового арифметичного простору R^η (образ $P_{\eta k}(G)$ – це множина $E_{\eta k}(G)\subset R^\eta$). Для проведення аналогічної операції на сполученнях, не обмежуючи загальності, вважаємо, що координати сполучень упорядковані по неспаданню:

$$\forall x\in C_{\eta k}^{n}(G) \quad x_j\le x_{j+1}, j\in J_{n-1}.$$

Образом $C_{\eta k}^{n}(G)$ в буде R^n загальна евклідова множина сполучень $S_{\eta k}^{n}(G)$. Таким чином

$$\forall x\in S_{\eta k}^{n}(G)\subset R^n : x_j\le x_{j+1}, j\in J_{n-1}. \qquad (3)$$

Нехай тепер у мультимножині G виділено $L>1$ підмультимножин $G_l=\{g_{lj}\}_{j\in J_{\eta_l}}$ ($l\in J_L$), елементи яких також упорядковано подібно до (1):

$$g_{lj}\le g_{l(j+1)}, j\in J_{\eta_l-1} \ \ (l\in J_L), \text{ тоді}$$

$$G=\{G_l\}_{l\in J_L}, \eta_l=\left|G_l\right| \ (l\in J_L),\ \eta=|G|=\sum_{l=1}^{L}\eta_l .$$

Через елементи основ $S\left(G_l\right)=\{e_{lj}\}_{j\in J_{k_l}}$ ($e_{lj}<e_{l(j+1)}, j\in J_{k_l-1}$) і первинних специфікацій $\left[G_l\right]=\{\eta_{lj}\}_{j\in J_{k_l}}$ кожна мультимножина G_l по аналогії з (2) представляється так:

$$G_l=\{e_{lj}^{\eta_{lj}}\}_{j\in J_{k_l}} \ \ (l\in J_L). \qquad (4)$$

$S_{\eta_l k_l}^{n_l}(G_l)$ - загальна множина n_l-сполучень з G_l ($n_l\le\eta_l$) ($l\in J_L$). Декартовий добуток цих множин є множиною $\bar{n}$-поліСполучень з $G=\{G_l\}_{l\in J_L}$ ($\bar{n}=(n_l)_{l\in J_L}$) і позначується $S_{\bar{\eta}\bar{k}}^{\bar{n}}(G)=S_{\eta_1 k_1}^{n_1}(G_1)\times\ldots\times S_{\eta_L k_L}^{n_L}(G_L)$, $\bar{\eta}=(\eta_l)_{l\in J_L}$, $\bar{k}=(k_l)_{l\in J_L}$. Очевидно, що для елементів поліСполучень виконано:

$$\forall x\in S_{\bar{\eta}\bar{k}}^{\bar{n}}(G) \ x=(x_l)_{l\in J_L};\ x_l=\left(x_{lj}\right)_{j\in J_{n_l}};$$

$$x_{lj}\le x_{l(j+1)}, j\in J_{n_l-1} \ (l\in J_L). \qquad (5)$$

Нехай початкове впакування x^0 було знайдено евристично (наприклад, упакування прямокутників здійснювалося з найбільшого по довжині прямокутника до найменшого, наступний прямокутник розташовувався в найменш заповнену смугу):

$$x^0=\left(\left(x_{lj}\right)_{j\in J_{n_l}}\right)_{l\in J_L},\ \sum_{l=1}^{L}n_l=n, \qquad (6)$$

де n_l – кількість прямокутників у смузі P_l ($l\in J_L$), x_{lj} - довжина j-го прямокутника в P_l ($j\in J_{n_l}, l\in J_L$).

Неважко помітити, що прямокутники в смугах можна вважати впорядкованими по неспаданню довжин:

$$x_{lj}\le x_{l(j+1)}, j\in J_{n_l}\left(l\in J_L\right). \qquad (7)$$

Якщо ввести в розгляд мультимножини

$$H=\{h_i\}_{i\in J_n}=\{e_j^{n_j}\}_{j\in J_k}, \sum_{j=1}^{k}n_j=n; h_j\le h_{j+1},\ j\in J_{n-1};$$

$$H=\{H_l\}_{l\in J_L},\ H_l=\{x_{lj}\}_{j\in J_{n_l}}=\{e_{lj}^{n_{lj}}\}_{j\in J_{k_l}}\left(l\in J_L\right), \qquad (8)$$

1) x^0, з одного боку, як і будь-яке інше впакування, являє собою переставлення елементів H:

$$x^0\in E_{nk}(H)\subset R^n; \qquad (9)$$

2) з іншого боку, враховуючи (6), (7), x^0 являє собою і поліСполучення:

$$x^0\in S_{\bar{n}\bar{k}}^{\bar{n}}(H). \qquad (10)$$

Проблема полягає в тому, що можливих упакувань може бути як завгодно багато, вектор x^0, що задовольняє (9), (10) – єдиний, оскільки він прив'язаний до конкретного розподілу прямокутників по смугах.

Для уникнення цієї проблеми при формулюванні загальної математичної моделі задачі в мультимножину H (див. (8)) додамо фіктивні нулі, кількість яких залежатиме й від складу H, і від якості початкового впакування x^0. Зайнята частина смуги P при цьому:

$$H_b = \max_{l\in J_L}\sum_{j=1}^{n_L} x_{lj} = \max_{l\in J_L} A_l,\ A_l = \sum_{j=1}^{n_L} x_{lj}\ (l\in J_L). \quad (11)$$

Даний підхід застосовано в [2] при формуванні моделі одновимірного впакування в декілька смуг заданої довжини з метою максимізації зайнятої їхньої частини.

Не обмежуючи загальності можна вважати, що:

А) смуги впорядковані по незростанню зайнятої їхньої частини $A_l (l\in J_L)$:

$$A_l \le A_{l+1},\ i\in J_{L-1}; \quad (12)$$

тоді

$$H_b = A_L; \quad (13)$$

Б) довжини прямокутників являють собою цілі числа з найменшим спільним дільником 1:

$$h_j \in N\ (j\in J_n),\ \underset{j\in J_n}{НСД}(h_j) = 1, \quad (14)$$

чого завжди можна досягти введенням множника.

Мета – мінімізувати довжину зайнятої частини смуг набуває вигляду:

$$z = H_L \to \min. \quad (15)$$

Знайдемо величину

$$H_{min} = \left\lceil \frac{S}{L} \right\rceil,\ S=\sum_{j=1}^{n} h_j, \quad (16)$$

яка служить нижньої оцінкою цільової функції (15), величина H_b – верхня її оцінка ($\lceil a \rceil$ – заокруглення вверх до найближчого цілого, не меншого за a).

Задача – покращити (зменшити) поточний рекорд у порівнянні з H_b ($A_L < H_b$), що з врахуванням (14) може бути формалізовано так:

$$A_L \le \lfloor H_b - 1 \rfloor = H'_b. \quad (17)$$

Якщо $H_{min} > H'_b$, подальше покращення рекорду неможливе, оптимальне упакування знайдено.

Виходячи з умови (12) і досягнутого рекорду цільової функції, можна дати оцінку величин $A_l\ (l\in J_L)$:

$$A_l \ge \left\lceil \frac{S-(L-l)\cdot H'_b}{l} \right\rceil = H^l_{min}\ (l\in J_L). \quad (18)$$

Знайдемо мінімальну $\overline{n}_l\ (l\in J_L)$ і максимальну $\overline{\overline{n}}$ кількість прямокутників в кожній смузі:

$$\overline{n}_l : \sum_{j=1}^{\overline{n}_l-1} h_{n-j+1} < H^l_{min},\ \sum_{j=1}^{\overline{n}_l} h_{n-j+1} \ge H^l_{min}, l\in J_L;$$
$$\overline{\overline{n}} : \sum_{j=1}^{\overline{\overline{n}}} h_j \le H'_b,\ \sum_{j=1}^{\overline{\overline{n}}+1} h_j > H'_b. \quad (19)$$

Очевидно, в (19) $\overline{n}_l = \min_{l\in J_L} \overline{n}_l$, оскільки найменша кількість найбільших прямокутників може розміщатися в першій смузі.

$$n^l_0 = \overline{\overline{n}} - \overline{n}_l \ge 0 \ – \quad (20)$$

кількість фіктивних нулів, що додається у P_l $(l\in J_L)$.

Задачу сформулюємо подібно до (9), (10) на переставленнях та полісполученнях.

1. Загальна кількість змінних у переставленні:

$$N = L\cdot \overline{\overline{n}}. \quad (21)$$

Кількість фіктивних нулів, що додається в мультимножину H вигляду (8) – $n_0 = N - n$.

Уведемо позначення: $J^0_n = J_n \bigcup \{0\}$.

Сформуємо мультимножину

$$H^0 = \left\{h^0_i\right\}_{i\in J_N} = \{e_j^{n_j}\}_{j\in J^0_k} = H \bigcup \left\{0^{n_0}\right\},$$
$$\left|S(H^0)\right| = k+1 = K. \quad (22)$$

Шукане впакування x є елементом переставлень з H^0:

$$x \in E_{NK}(H^0) \subset R^N. \quad (23)$$

2. Елемент x_l – упакування P_l, за рахунок (7), являтиме собою $\overline{\overline{n}}$-сполучення з мультимножини $\overline{H}_l$, одержаної з H додаванням n^0_l нулів:

$$\overline{H}_l = \left\{h^l_i\right\}_{i\in J_{N_l}} = \{e_j^{n^l_j}\}_{j\in J^0_k} = H \bigcup \left\{0^{n^l_0}\right\},$$
$$\left|S(\overline{H}_l)\right| = k+1 = K,\ l\in J_L; \quad (24)$$

$$x_l \in S^{\overline{\overline{n}}}_{N_l K}(\overline{H}_l),\ l\in J_L;$$
$$x \in S^{\overline{\overline{\overline{n}}}}_{\overline{N}\overline{K}}(\overline{H}) = S^{\overline{\overline{n}}}_{N_l K}(\overline{H}_l)\times\ldots\times S^{\overline{\overline{n}}}_{N_L K}(\overline{H}_L); \quad (25)$$

$$\overline{H} = (\overline{H}_l)_{l\in J_L},\ \overline{N} = (N_l)_{l\in J_L},$$
$$\overline{\overline{\overline{n}}} = (\overline{\overline{n}})_{l\in J_L},\ \overline{K} = (K)_{l\in J_L}. \quad (26)$$

З іншого боку, x є полісполученням із $\overline{H}$:

$$x \in S^{\overline{\overline{\overline{n}}}}_{\overline{N}\overline{K}}(\overline{H}) \subset R^N. \quad (27)$$

А) Довжини зайнятої частини смуг (11) тепер визначаються так:

$$A_l = \sum_{j=1}^{\overline{\overline{n}}} x_{lj},\ l\in J_L, \quad (28)$$

Цільова функція (15) набуває вигляду:

$$z = H_L = \sum_{j=1}^{\overline{\overline{n}}} x_{Lj} \to \min. \quad (29)$$

3. Задачу сформулюємо як лінійну умовну на переставленнях і полісполученнях. Додаткові обмеження записуємо в нових позначеннях:

А) умова (12) упорядкування зайнятої частини смуг, ураховуючи (28), набуває вигляду:

$$\sum_{j=1}^{\overline{\overline{n}}} x_{lj} \le \sum_{j=1}^{\overline{\overline{n}}} x_{(l+1)j},\ l \in J_{L-1}\ ; \tag{30}$$

Б) додаткове обмеження (17) на довжину найбільш заповненої смуги в покращенні розв'язку перетворюється на:

$$H_L = \sum_{j=1}^{\overline{\overline{n}}} x_{Lj} \le H_b'\ . \tag{31}$$

В) нижні оцінки довжин зайнятих частин смуг (18) набуває вигляду:

$$\sum_{j=1}^{\overline{\overline{n}}} x_{lj} \ge H_{min}^{l}\ \ (l \in J_L\ ), \tag{32}$$

де H_{min}^{l} $(l \in J_L\ )$ визначається з (18).

Математична модель задачі: (23), (26), (29)-(32).

Ураховуючи кратні перші елементи H^0 незвідна система обмежень переставного многогранника $\Pi_{NK}(H^0) = conv(E_{NK}(H^0))$ матиме вигляд [3]:

$$\begin{cases} x_i \ge h_1^0 = e_0 = 0,\ i \in J_N, \\ \sum_{i\in\omega} x_i \ge \sum_{j=1}^{|\omega|} h_j^0, \forall \omega \subseteq J_{N-1} \setminus J_{n_0}, \\ \sum_{j=1}^{N} x_j = \sum_{j=1}^{N} h_j^0 = S. \end{cases} \tag{33}$$

Аналітичний опис загального многогранника сполучень $Q_{\eta k}^{n}(G) = conv(C_{\eta k}^{n}(G))$, відповідно і многогранника полісполучень відомий лише для окремих його класів [4].

Є алгоритм побудови системи загального многогранника сполучень, що використовує його властивості, але на великій вимірності вимагає достатньо обчислювальних ресурсів [5].

При розв'язанні задачі впакування, представленій у даній роботі, пропонується формувати симплекс $Q'^{\overline{\overline{n}}}_{N_l K}(\overline{H}_l)$, що містить кожну множину сполучень $S_{N_l K}^{\overline{\overline{n}}}(\overline{H}_l)$ з якої формується упакування в одну смугу P_l $(l \in J_L)$ і відповідний многогранник $Q_{N_l K}^{\overline{\overline{n}}}(\overline{H}_l)$.

$$x_1^l \ge h_1^l = e_0 = 0,\ x_{\overline{\overline{n}}}^l \le h_{N_l}^l = e_k,$$
$$x_i^l \le x_{i+j}^l - \Delta_i^{j(l)},\ i \in J_{\overline{\overline{n}}-1},\ j \in J_{\overline{\overline{n}}-i}, \tag{34}$$
$$\Delta_i^{j(l)} = \min_{i' \in J_{\overline{\overline{n}}-j} \setminus J_{i-1}} (\delta_{i'}^{j(l)}), \delta_i^{j(l)} = h_{i+j}^l - h_i^l.$$

Пропонується розв'язати релаксовану задачу (29)-(32),(35),(36), де

$$x \in \Pi_{NK}(H^0) \subset R^N\ , \tag{35}$$

$$x \in Q_{\overline{NK}}^{\overline{\overline{\overline{n}}}}(\overline{H}) = Q_{N_1 K}^{\overline{\overline{n}}}(\overline{H}_1) \times \ldots \times Q_{N_L K}^{\overline{\overline{n}}}(\overline{H}_L)\ . \tag{36}$$

Оскільки допустима многогранна область D є вершинно розташованою, тобто не містить допустимих точок усередині многогранника, для уточнення початкового впакування використовуємо метод комбінаторного відсікання на переставленнях [6] (нехай точка, що при цьому одержується, x'). Із цією метою переходимо до суміжних із x' вершин вершин D, будуємо через них правильне відсікання, розв'язуємо одержану лінійну задачу. Зауважимо, що при розв'язанні реальних задач для одержання довільної вершини D доцільно використати метод послідовного під'єднання обмежень (МППО) [1], який дозволяє залучати лише незначну частину обмежень переставного многогранника, основну же частину системи обмежень складатимуть додаткові обмеження (30)-(32), а також L груп обмежень $Q_{\overline{NK}}^{\overline{\overline{\overline{n}}}}(\overline{H})$ вигляду (34). Такий підхід дозволяє використати як властивості переставлень, так і властивості полісполучень, відповідно одержати розв'язок швидше. Ітераційний процес побудови відсікань продовжується до одержання нового впакування, яке буде оптимальним, або буде доведено несумісність задачі (в цьому випадку оптимальним розв'язком буде x^0).

Висновки

У роботі наведено класифікацію постановок задач виконання програмних пакетів за найкоротший час та проведено аналогію їх із задачами одновимірного та двовимірного впакування орієнтованих прямокутників у напівнескінчену смугу. Для випадку, коли завдання програмного пакету організовано в декілька незалежних потоків достатньої потужності, побудовано математичну модель оптимізації виконання пакету завдань у вигляді умовної лінійної задачі на переставленнях і полісполученнях. Запропоновано алгоритм точного розв'язання задачі як уточнення евристичного розв'язку методом комбінаторного відсікання на переставленнях і з використанням властивостей полісполучень.

Література

1. Стоян Ю.Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю.Г. Стоян, О.О. Ємець – К.: ІСДО, 1993. – 188 с.

2. Пічугіна О.С. Застосування властивостей комбінаторних множин в розв'язанні задач одновимірного упакування / О.С. Пічугіна // Тези доповідей IV науково-практичної конференції з міжнародною участю МОДС' 2009. – К., 2009. – С. 263-266.

3. Недобачій С.І. Моделі, методи і алгоритми в задачах евклідової комбінаторної оптимізації: Дис. канд. фіз.-мат. наук: 01.05.02 / С І. Недобачій // Полтавський держ. технічний ун-т ім. Юрія Кондратюка. – Х., 1999. – 150 с.

4. Пичугина О.С. Методы и алгоритмы решения некоторых задач оптимизации на множествах сочетаний и размещений: Дис. канд. физ.-мат. наук: 01.05.02 / О.С. Пичугина // Харьковский гос. технический ун-т радиоэлектроники. – Х., 1996. – 169 с.

5. Пічугіна О.С. Аналітичне та експериментальне дослідження властивочтей многогранника сполучень / О.С. Пічугіна, І.А. Ніканорова // Тези 61-ої наукової конф. викладачів, випускників, наукових працівників, аспірантів та студентів ПНТУ. – Т.2. – Полтава, 2009. – С. 97-98.

6. Емец О.А. Модификация метода комбинаторного отсечения в задачах оптимизации на вершинно расположенных множествах / О.А. Емец, Е.М. Емец // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – №5. – С. 129-136.

Поступила в редакцию 12.02.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедри О.Л. Ляхов, Полтавський національний технічний університет, Полтава, Україна.

КОМБИНАТОРНЫЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОГРАММНОГО ПАКЕТА

О.С. Пичугина

Рассмотрены три постановки задачи выполнения программного пакета за минимальное время, которые сводятся к задачам одномерной и двумерной упаковки прямоугольников в полубесконечную полосу. Соответствующая задача одномерной упаковки представлена оптимизационной моделью на перестановках и полисочетаниях. Предложен алгоритм точного решения задачи, основанный на построении правильных отсечений с использованием таких свойств комбинаторных множеств и многогранников как вершинная расположенность перестановок, критерий смежности вершин и несводимая система ограничений перестановочного многогранника.

Ключевые слова: программный пакет, пакет задач, многозадачность, распараллеливание процессов, упаковка прямоугольников в полубесконечную полосу, одномерная и двумерная упаковки, евклидовое комбинаторное множество, комбинаторный многогранник, вершинно расположенное множество, общее множество перестановок, общее множество полисочетаний, правильное отсечение, смежность вершин, система ограничений многогранника.

THE COMBINATORIAL APPROACHES TO DECISION OF TIME MINIMIZATION PROBLEM OF SOFTWARE PACKAGE RUNNING

O.S. Pichugina

The paper considers problem of software package performing for minimum time at three statements, reduced to one-dimensional and two-dimensional rectangle-packing problem into half-infinite strip. For the one-dimensional packing problem a mathematical model as optimization problem on permutations and polycombinations is constructed. The elaborated algorithm of exact solution of the problem uses building correct cutting on permutations, vertices' location of permutation set, criterion of adjacent vertex, permutation polyhedron system of restrictions and other investigated combinatorial characteristics.

Keywords: software package, package of problems, multitasking, parallel processes, rectangle-packing problem into half-infinite strip, one-dimensional and two-dimensional packing problem, the Euclidean combinatorial set, a combinatorial polyhedron, vertices' location set, the general set of permutations, the general set of polycombinations, correct cutting, adjacent vertex, the system of polyhedron restrictions.

Пічугіна Оксана Сергіївна – канд. фіз.-мат. наук, доц., доц. кафедри прикладної математики, інформатики та математичного моделювання, Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка, Полтава, Україна, e-mail: pichugina_os@mail.ru.