

УДК 621.391

М.В. БОНДАРЕНКО

ООО «Пульсар», Украина

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ЦИФРОВОГО СИГНАЛА В СИСТЕМАХ С АЦП И ЦАП В УСЛОВИЯХ ДЖИТТЕРА ТАКТОВОГО СИГНАЛА

Разработана модель формирования цифрового сигнала на выходе аналого-цифрового преобразователя (АЦП) в системе с цифровой обработкой сигнала. В качестве источника дискретизируемого аналогового сигнала модель предполагает цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП). Главной особенностью предлагаемой модели является учет нестабильности положения моментов переключения ЦАП и моментов формирования отсчетов АЦП (джиттер). Приведены отдельные выражения для напряжений шума, вызванного джиттером тактового сигнала ЦАП и АЦП, соответственно, полученные в предположении о малости джиттера.

Ключевые слова: аналого-цифровой преобразователь, цифро-аналоговый преобразователь, джиттер, линейная стационарная цепь, отношение сигнал/шум.

Введение

Технология цифрового диаграммообразования, применение которой в областях телекоммуникаций и радиолокации с каждым годом расширяется, интенсивно использует цифровую элементную базу. Постоянный рост степени интеграции схем цифровой обработки при снижении их удельной стоимости ведет к удешевлению систем и улучшению их потребительских свойств. Потенциальные возможности системы, зависящие от отношения сигнал шум, определяются качеством узлов формирования аналогового сигнала в трактах передатчика и качеством узлов преобразования сигнала из аналоговой формы в цифровую [1].

Одним из видов искажений, ограничивающих отношение сигнал шум в трактах ЦАП/АЦП, являются искажения вследствие нестабильной работы генератора тактовых импульсов и шумов в цепях синхронизации ЦАП и АЦП. Они проявляется в несовпадении значений истинного и реально взятого отсчетов напряжений на выходе АЦП. С ростом частоты формируемого входного сигнала из-за разницы момента времени, в котором реально производится переключение напряжения на выходе ЦАП (формирование дискретного отсчета АЦП), и момента времени, в котором это событие должно было произойти, уровень искажений растет, приводя к уменьшению отношения сигнал/шум. В результате моделирования было показано, что подобные искажения в результате нестабильности такта АЦП в цифровых антенных решетках приводят к появлению погрешностей пеленгации, не устранимых повышением энергетики сигнала [2].

Предлагаемые в [3] модели ЦАП и АЦП ограничиваются идеальными условиями периодической дискретизации, не учитывающими шумовую модуляцию временного положения моментов формирования отсчетов. В данной работе предлагается модель формирования цифрового сигнала на выходе АЦП в системе, использующей ЦАП для формирования входного аналогового дискретизируемого сигнала, и учитывающая «дрожание» (джиттер) моментов времени, в которые формируются отсчеты сигналов.

1. Основная часть

Рассмотрим процесс формирования аналогового сигнала и его дискретизации в системе, состоящей из цифро-аналогового преобразователя и аналого-цифрового преобразователя.

Будем рассматривать ЦАП как систему, состоящую из формирователя ступенчато изменяющегося напряжения и линейной стационарной цепи (ЛСЦ) с импульсной характеристикой $h(t)$. Линейная цепь моделирует инерционность ЦАП и ограниченность полосы частот канала распространения сформированного аналогового сигнала.

Запишем выражение для напряжения на выходе ЛСЦ в общем виде

$$u(t) = h(t) * \bar{U}(t), \quad (1)$$

где $\bar{U}(t)$ – сигнал на выходе формирователя ступенчато изменяющегося напряжения; $*$ – операция свертки.

Выражение для $\bar{U}(t)$ имеет вид

$$\bar{U}(t) = \bar{u}_0 \sigma(t) + \sum_{k=1}^{\infty} (\bar{u}_k - \bar{u}_{k-1}) \sigma(t - \bar{t}_k), \quad (2)$$

где \bar{u}_k – k -й отсчет ступенчатого напряжения; \bar{t}_k – момент времени формирования k -го отсчета; $\sigma(t)$ – ступенчатая функция

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad (3)$$

Далее считаем, что моменты времени \bar{t}_k переключения ступенчатого напряжения представляют собой сумму идеальных значений времени t_k и малого случайного временного сдвига τ_k (джиттера)

$$\bar{t}_k = t_k + \tau_k. \quad (4)$$

В силу свойств свертки [4], а также с учетом выражений (2) и (4) перепишем выражение (1) в виде

$$u(t) = (h(t) * \sigma(t))\bar{u}_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (h(t - t_k + \tau_k) * \sigma(t))(\bar{u}_k - \bar{u}_{k-1}). \quad (5)$$

Раскладывая выражение для импульсной характеристики $h(t)$ в ряд Тейлора в окрестностях точек дискретизации [5] по малому параметру τ_k и ограничиваясь первым порядком малости, можно записать

$$h(t - t_k + \tau_k) \approx h(t - t_k) + h'(t - t_k)\tau_k. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5) запишем окончательно выражение для напряжения на выходе ЛСЦ в виде

$$u(t) = u_{\hat{e}}(t) + u_{\theta}(t), \quad (7)$$

где $u_{\hat{e}}(t)$ – напряжение на выходе ЛСЦ в отсутствие джиттера («идеальное»)

$$u_{\hat{e}}(t) = (h(t) * \sigma(t))\bar{u}_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (h(t - t_k) * \sigma(t))(\bar{u}_k - \bar{u}_{k-1}); \quad (8)$$

$u_{\theta}(t)$ – напряжение шума на выходе ЛСЦ, вызванное джиттером

$$u_{\theta}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (h'(t - t_k) * \sigma(t))(\bar{u}_k - \bar{u}_{k-1})\tau_k. \quad (9)$$

Используя фильтрующее свойство дельта-функции [6], дискретизацию сигнала $u(t)$ в АЦП в условиях джиттера тактового сигнала можно представить в виде

$$U_n = \left[\int_{-\infty}^{\infty} u(t)\delta(t - \hat{t}_n - \hat{\tau}_n)dt + \eta_n \right], \quad (10)$$

где n – номер формируемого отсчета; $[...]$ – оператор квантования (далее для упрощения записи опускается); \hat{t}_n – идеальный момент времени взятия отсчета; $\hat{\tau}_n$ – малый случайный временной сдвиг (джиттер); $u(t)$ – напряжение на входе АЦП; η_n –

напряжение дополнительного (например, теплового) шума в АЦП в момент взятия n -го отсчета (далее для упрощения записи опускается); $\delta(t)$ – функция Дирака

$$\delta(x - x_0) = \begin{cases} +\infty, & x = x_0; \\ 0, & x \neq x_0; \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1.$$

Выполнив замену переменных, запишем выражение (10) в виде

$$U_n = \int_{-\infty}^{\infty} u(t + \hat{t}_n + \hat{\tau}_n)\delta(t)dt. \quad (11)$$

Раскладывая напряжение $u(t + \hat{t}_n + \hat{\tau}_n)$ в ряд Тейлора в окрестностях точек дискретизации [5] по малому параметру $\hat{\tau}_n$ и ограничиваясь первым порядком малости, можно записать

$$u(t + \hat{t}_n + \hat{\tau}_n) \approx u(t + \hat{t}_n) + \hat{\tau}_n u'(t + \hat{t}_n). \quad (12)$$

Учитывая (12) и фильтрующее свойство дельта-функции, запишем выражение для n -го отсчета на выходе АЦП

$$U_n = u(t + \hat{t}_n) + \hat{\tau}_n u'(t + \hat{t}_n). \quad (13)$$

Рассматривая в качестве входного напряжения АЦП напряжение на выходе ЛСЦ (7), найдем U_n , отбрасывая слагаемые, содержащие произведения второго порядка малости $\hat{\tau}_n \tau_k$,

$$U_n = u_{\hat{e}}(t + \hat{t}_n) + u_{\theta}(t + \hat{t}_n) + u'_{\hat{e}}(t + \hat{t}_n)\hat{\tau}_n, \quad (14)$$

где

$$u'_{\hat{e}}(t) = (h'(t) * \sigma(t))\bar{u}_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (h'(t - t_k) * \sigma(t))(\bar{u}_k - \bar{u}_{k-1}). \quad (15)$$

Окончательно, запишем выражение для n -го отсчета АЦП в виде

$$U_n = \tilde{U}_n + \hat{U}_n + \hat{U}_n, \quad (16)$$

где \tilde{U}_n – значение отсчета в отсутствие джиттера ЦАП и АЦП (идеальные условия, соответствуют условиям периодической дискретизации); \hat{U}_n – напряжение шума, вызванного джиттером тактового сигнала ЦАП,

$$\hat{U}_n = u_{\theta}(t + \hat{t}_n); \quad (17)$$

\hat{U}_n – напряжение шума, вызванного джиттером тактового сигнала АЦП,

$$\hat{U}_n = u'_{\hat{e}}(t + \hat{t}_n)\hat{\tau}_n. \quad (18)$$

В случае использования данного подхода для численного моделирования, пределы суммирования могут быть ограничены в соответствии с конкретным видом $h(t)$ и требуемой точностью.

Заключення

Разработанная модель при видимой простоте обладает универсальностью и позволяет описывать различные, часто встречающиеся в практическом применении, аппаратные структуры.

Адаптация модели под конкретные условия выполняется:

1) указанием конкретного вида импульсной характеристики;

2) указанием закона и моментов времени формирования ступенчато изменяющегося напряжения ЦАП (включая статистические свойства джиттера тактового сигнала ЦАП);

3) указанием моментов времени формирования отсчетов АЦП (включая статистические свойства джиттера тактового сигнала АЦП);

4) статистические характеристики дополнительного шума АЦП.

Учет джиттера в тракте формирования цифрового сигнала позволит создать гарантоспособные системы передачи данных.

Литература

1. Слюсар В.И. Цифровые антенные решетки: аспекты развития. / В.И. Слюсар // *Специальная техника и вооружение*. – 2002. – № 1,2. – С. 17-23.

2. Слюсар В.И. Влияние нестабильности такта АЦП на угловую точность линейной цифровой антенной решетки / В.И. Слюсар // *Радиоэлектроника*. – 1998. – Т. 41. – №6. – С. 77–80.

3. Оппенгейм А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шаффер. – М.: Техносфера, 2006. – 865 с.

4. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике / В.С. Владимиров. – М.: Наука, 1979 – С. 320.

5. Бахтияров Г.Д. Аналого-цифровые преобразователи / Г.Д. Бахтияров, В.В. Малинин, В.П. Школин; под ред. Г.Д. Бахтиярова. – М.: Сов. радио., 1980. – 280 с.

6. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. Гармонический анализ: учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 424 с.

Поступила в редакцию 5.02.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.И. Слюсар, главный научный сотрудник Центрального научно-исследовательского института вооружения и военной техники Вооруженных Сил Украины, Киев, Украина.

МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ЦИФРОВОГО СИГНАЛУ В СИСТЕМАХ З АЦП І ЦАП В УМОВАХ ДЖИТЕРУ ТАКТОВОГО СИГНАЛУ

М.В. Бондаренко

Розроблена модель формування цифрового сигналу на виході аналого-цифрового перетворювача (ЦАП) в системі з цифровою обробкою сигналу. За джерело дискретизованого аналогового сигналу модель передбачає цифро-аналоговий перетворювач (ЦАП). Головною особливістю запропонованої моделі є урахування нестабільності положення моментів переключення ЦАП і моментів формування відліків АЦП (джитер). Наведено роздільні вирази для напруги шуму, спричиненого джитером тактового сигналу ЦАП та АЦП, відповідно, отримані в припущенні о малості джитеру.

Ключові слова: аналогово-цифровий перетворювач, цифро-аналоговий перетворювач, джитер, лінійний стаціонарний ланцюг, відношення сигнал-шум.

DIGITAL SIGNAL FORMING MODEL BY SYSTEMS IN ADC AND DAC CLOCK JITTER CONDITIONS

M.V. Bondarenko

The digital signal forming model of system with analog-to-digital converter (ADC) and digital-to-analog converter (DAC) clock jitter is developed. As signal source the DAC is considered. The proposed model takes into account DAC switch time instability and ADC sample forming time instability (jitter). The separate expressions of noise signals for ADC and DAC clock jitter are brought. They were obtained with the assumption that jitter is small.

Keywords: analog-to-digital converter, digital-to-analog converter, jitter, linear stationary circuit, signal-to-noise ratio.

Бондаренко Максим Васильевич – начальник технического отдела, ООО «Пульсар», Днепропетровск, Украина, e-mail: max7701@mail.ru.