

УДК 621.37:621.391

В.С. КУЗНИЧЕНКО

*Центральное казенное конструкторское бюро «Протон», Украина***ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ КОРРЕЛЯЦИОННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ OFDM СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ РАДИОМОНИТОРИНГА**

Предложен приближенный метод оценки точности определения временных параметров OFDM сигналов, основанного на их корреляционном анализе с учетом свойств циклической префиксной структуры. Аппроксимация спектра OFDM сигнала в частотной области ограниченным по частоте белым шумом позволила найти среднеквадратическую ошибку оценки временного интервала ортогональности. Путем линеаризации зависимости интервала ортогональности и величины разноса поднесущих частот получено выражение для среднеквадратической ошибки оценки величины разноса поднесущих частот.

Ключевые слова: OFDM сигналы, цифровая выборка сигнала, корреляционный анализ

Введение

В настоящее время для повышения эффективности систем связи широко применяют сложные сигналы с комбинированными видами модуляции в сочетании с методами сужения спектра и помехоустойчивым кодированием [1]. Обеспечение ортогональности поднесущих частот привело к созданию одного из наиболее перспективных видов сигналов – OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Сложность структуры таких сигналов является причиной существенных затруднений при решении задач радиомониторинга. Поэтому совершенствование методов автоматического цифрового анализа многочастотных многофазных сигналов является весьма актуальной задачей.

Традиционным методом первичного выявления параметров контролируемых сигналов в настоящее время является их анализ на основе алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ) [1]. Однако анализ сигналов сложной структуры (в частности, OFDM сигналов) в полосе стандартного канала тональной частоты (СКТЧ) 0,3 ÷ 3,4 КГц требует для обеспечения приемлемой точности оценок высокого качества цифрового представления выборок: $(2^{12} - 2^{14})$ уровней квантования при частоте дискретизации в 2 ÷ 3 раза превышающей частоту Найквиста). Это является причиной большого объема вычислительных затрат при обработке цифровых выборок и, как следствие, приводит к снижению точности обработки сигналов в реальном временном масштабе. В связи с этим, развитие программно-аппаратных средств цифровой обработки сигналов, ориентированных только на использование алгоритмов БПФ не всегда является оправданным. В [2] предложен метод автоматического цифрового ана-

лиза первичных параметров OFDM сигналов, основанный на корреляционных свойствах циклической префиксной структуры таких сигналов.

Целью статьи является разработка приближенного метода оценки точности определения временных параметров OFDM сигналов, основанного на их корреляционном анализе.

Результаты исследований

В [2] предложен корреляционный метод определения структурных временных параметров OFDM сигналов по принципу "скользящего временного окна". Суть его состоит в статистическом определении значения интервала времени между отрезками наиболее коррелированных (со знаком "+" или "-") отрезков цифровой выборки (оценка T - интервала ортогональности), а также периода появления "всплесков" корреляции в процессе перемещения окна наблюдения по отсчетам массива измерений (оценка T_p - интервала модуляции). Последовательность измеренных значений сигнала рассматривается в виде одномерного массива чисел: $\mathbf{Q} = \{q_0, q_1, \dots\}$. Для проведения корреляционного анализа формируются два вектора, характеризующие два временных окна наблюдения сигнала и содержащие по K неперекрывающихся элементов массива \mathbf{Q} :

$$\mathbf{Y0} = \{q_j, \dots, q_{j+K-1}\},$$

$$\mathbf{Y1} = \{q_{j+i+K}, \dots, q_{j+i+2K-1}\}.$$

Положение временных окон, соответствующих данным векторам, определяется последовательным изменением индекса $i = 0 \dots M$ при каждом из значений $j = 0 \dots L$.

При каждом значении индекса j производится формирование $M+1$ мерного вектора

$$\mathbf{V}_j = \{v_0^j, v_1^j, \dots, v_M^j\}, \quad (1)$$

элементы которого являются коэффициентами взаимной корреляции векторов $\mathbf{Y0}$ и $\mathbf{Y1}$:

$$v_i^j = \frac{\mathbf{Y0} \times \mathbf{Y1}}{|\mathbf{Y0}| \cdot |\mathbf{Y1}|}. \quad (2)$$

Так как получение аналитических выражений для плотности распределения (2) и соответствующих характеристик наталкивается на серьезные трудности, рассмотрим упрощенный подход к оценке корреляционных функций.

Для этого вернемся к непрерывной форме описания сигналов и рассмотрим две реализации сигнала во временных окнах, содержащие префикс $p(t)$ и некоррелированные помехи $m(t)$ и $n(t)$:

$$\begin{aligned} x(t) &= p(t) + n(t) \quad \text{при } 0 \leq t \leq T_{ок}, \\ y(t) &= p(t) + m(t) \quad \text{при } T \leq t \leq T + T_{ок}, \end{aligned}$$

где $p(t)$ – абсолютно идентичные префиксные части сигнала, $T_{ок} = t_d \cdot (K-1)$ – размер окна корреляционного анализа (2), t_d – интервал дискретизации сигнала, $p(t), n(t), m(t)$ – взаимно некоррелированные процессы.

Приближенно можно считать [3], что OFDM сигнал в частотной области аппроксимируется ограниченным по частоте белым шумом с полосой частот $B = (n-1) \cdot \Delta f$ и спектральной плотностью:

$$G_{pp}(f) = \begin{cases} \frac{P}{B}, & \text{при } f_{\min} \leq f \leq f + B; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

где P – средняя мощность несущей (объединенной мощности несущего сигнала и боковых полос), f_{\min} – значение первой поднесущей частоты сигнала, $\Delta f = 1/T$ – величина разнеса поднесущих частот OFDM сигнала.

В этом случае нормированная среднеквадратическая оценка взаимной корреляционной функции приближенно равна [4]:

$$\sigma^2(\hat{R}_{xy}(\tau)) \approx \frac{1 + \rho_{xy}(\tau)}{2 \cdot B \cdot T_{ок}}, \quad (3)$$

где $\hat{R}_{xy}(\tau)$ – оценка взаимной корреляционной функции для интервала времени τ .

Пусть $\hat{T} = T + \Delta t$ – оценка временного интервала ортогональности по максимуму взаимной корреляционной функции, Δt – ошибка, которую будем считать распределенной по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией $\sigma_{\Delta t}^2$.

Обозначим также через N и M – соответственно дисперсии шумов $n(t)$ и $m(t)$. Тогда при $M = N$ (3) примет следующий вид [4]:

$$\sigma^2(\hat{R}_{xy}(\tau)) \approx \frac{1}{2 \cdot B \cdot T_{ок}} \left(1 + \frac{(P+N)^2}{P^2 \cdot \rho_{pp}^2(\tau)} \right). \quad (4)$$

Максимальное значение взаимной ковариационной функции $\hat{R}_{xy}(\tau)$ будет наблюдаться при сдвиге $\tau = T$, определяющем относительное запаздывание при поступлении префикса в реализации $y(t)$.

Поэтому дисперсия оценки максимума взаимной корреляционной функции может быть получена из (4) при $\rho_{pp}(T) = 1$:

$$\sigma^2(\hat{R}_{xy}(T)) \approx \frac{1}{2 \cdot B \cdot T_{ок}} \left(2 + \frac{N^2}{P^2} + \frac{2 \cdot N}{P} \right). \quad (5)$$

Для случая ограниченного по частоте белого шума со спектральной шириной B в [4] получено следующее приближенное выражение для среднеквадратической ошибки оценки временного интервала T :

$$\sigma_{\Delta t} \approx \frac{0,93 \cdot \sqrt{\sigma(\hat{R}_{xy}(T))}}{\pi B}.$$

Тогда с учетом (5)

$$\sigma_{\Delta t} \approx \frac{0,21 \cdot \sqrt{2 + \frac{2 \cdot N}{P} + \frac{N^2}{P^2}}}{[(n-1) \cdot \Delta f]^2 \cdot \sqrt{t_d \cdot (K-1)}}. \quad (6)$$

При заданной среднеквадратической ошибке оценки временного интервала из (6) можно определить величину временного окна:

$$K \approx 1 + \frac{0,044 \cdot \left(2 + \frac{2 \cdot N}{P} + \frac{N^2}{P^2} \right)}{[(n-1) \cdot \Delta f]^3 \cdot t_d \cdot \sigma_{\Delta t}^2}. \quad (7)$$

Далее, путем линеаризации зависимости интервала ортогональности и величины разнеса поднесущих частот можно получить выражение для среднеквадратической ошибки оценки величины разнеса поднесущих частот:

$$\sigma_{\Delta f} \approx \frac{\sigma_{\Delta t}}{T^2} \approx \frac{0,21 \cdot \sqrt{2 + \frac{2 \cdot N}{P} + \frac{N^2}{P^2}}}{T^2 \cdot [(n-1) \cdot \Delta f]^2 \cdot \sqrt{t_d \cdot (K-1)}}. \quad (8)$$

Для использования полученных зависимостей необходимо определить диапазон изменения вероятности ошибки. Вероятность ошибки является функцией отношения средней энергии бит к мощно-

сти шума и используемого числа возможных уровней кодирования M .

Например, для ФМ сигналов с M кратной фазовой модуляцией общее выражение для вероятности ошибки бит имеет вид [5]:

$$P_b = \frac{\text{erf}(z)}{\log_2 M}, \quad (9)$$

где $\text{erf}(z)$ – функция ошибки,

$$z = \sin(\pi/M)(\sqrt{\log_2 M})(\sqrt{E_b/N_0}),$$

E_b/N_0 – отношение энергии одного бита к плотности мощности шума (отношение с/ш).

Формально отношение E_b/N_0 выражается как [5]:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{PB}{Nf_b},$$

где f_b – скорость следования бит в секунду.

Соответственно в дБ это отношение дает:

$$\frac{E_b}{N_0} = 10 \lg \frac{P}{N} + 10 \lg \frac{B}{f_b}.$$

На рис. 1 представлены результаты расчета зависимости (9) от отношения E_b/N_0 в дБ.

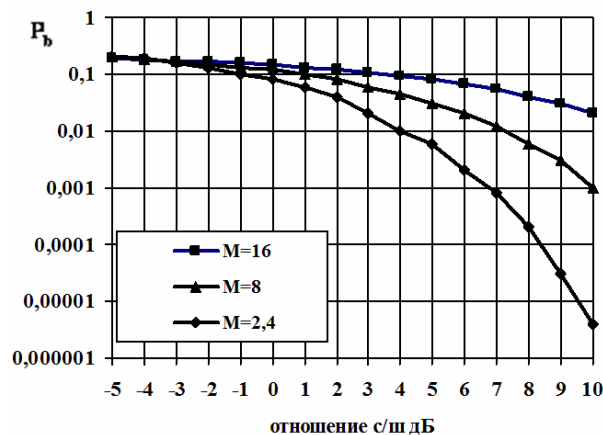


Рис. 1. Зависимость P_b от отношения E_b/N_0 в дБ

Анализ представленной зависимости показывает, что в диапазоне отношений E_b/N_0 от 0 до 10 дБ вероятность ошибочного приема бита является критичной для практического применения (от 10^{-6} до 0,01...0,1). При этом диапазоне отношений с/ш будут получены верхние границы точностных характеристик.

На рис. 2 представлены результаты расчета зависимости $\sigma_{\Delta t}/t_d$ (6) от отношения E_b/N_0 при частоте дискретизации $f_d=8000$ Гц

($t_d = 1,25 \times 10^{-4}$ с), $K=20$ для трех OFDM сигналов ($n=12$, $\Delta f=200$ Гц; $n=60$, $\Delta f=44,44$ Гц; $n=45$, $\Delta f=62,5$ Гц). Анализ показывает, что средневекторная

ошибка определения временных параметров OFDM сигналов (длительность интервала ортогональности) при отношении сигнал/шум 0...10 дБ имеет порядок половины величины интервала дискретизации.

Это говорит о том, что корреляционный метод обеспечивает довольно высокую точность определения временных параметров даже в зашумленных выборках

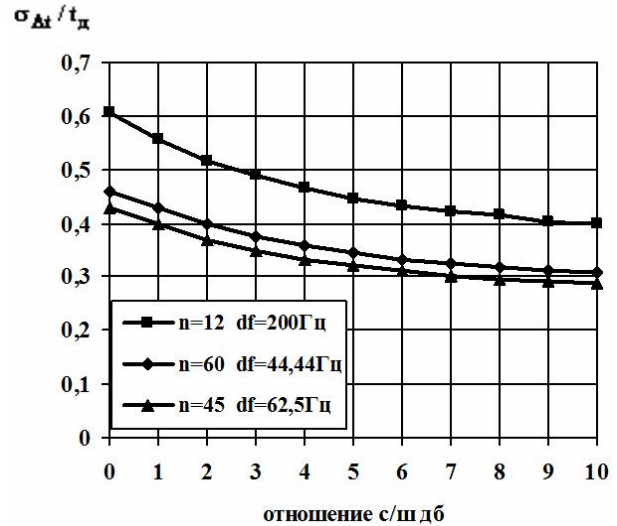


Рис. 2. Зависимость $\sigma_{\Delta t}/t_d$ от отношения E_b/N_0 в дБ

Результаты расчета зависимости величины окна корреляционного анализа K (выраженного в числе интервалов дискретизации) показывают, что для работы с широким диапазоном различных OFDM сигналов величину K следует выбирать до 20.

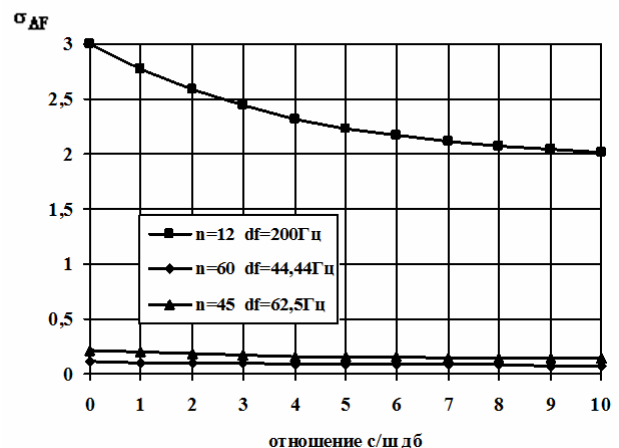


Рис. 3. Зависимость $\sigma_{\Delta f}$ (Гц) от отношения E_b/N_0 в дБ

На рис.3 представлены результаты расчета зависимости $\sigma_{\Delta f}$ (Гц) от отношения E_b/N_0 при частоте дискретизации $f_d=8000$ Гц ($t_d = 1,25 \times 10^{-4}$ с),

$K=20$ для трьох OFDM сигналів ($n=12$, $\Delta f=200$ Гц; $n=60$, $\Delta f=44,44$ Гц; $n=45$, $\Delta f=62,5$ Гц).

Аналіз показує, що середньоквадратична помилка визначення величини розносу частот $\sigma_{\Delta f}$ при відношенні сигнал/шум 0...10дБ для OFDM сигналів з $n=12$ не перевищує 3 Гц, а для сигналів з $n=45$ і $n=60$ не більше 0,25 Гц. При відношенні сигнал/шум 5дБ і більше результати проведеного статистичного моделювання з точністю до 5% збігаються з теоретичними.

Заключення

Основним результатом даної статті є отримання наближеного методу оцінки точності визначення величини інтервалу ортогональності OFDM сигналів і пов'язаного з ним параметра - величини розносу піднесених частот, яка надійно визначається в широкому діапазоні відношення сигнал/шум.

Дальнішим напрямком досліджень є використання отриманих результатів для побудови алгоритмів автоматичного розпізнавання списку частот і демодуляції OFDM сигналів

в системах радіомоніторингу при різних степенях априорної неопределенності в відношенні параметрів і типів сигналів.

Література

1. Широкополосные беспроводные сети передачи информации [Текст] / В. Вишневецкий, А. Ляхов, С. Портной, И. Шахнович. – М.: Техносфера, 2005. – 592 с.
2. Кузніченко, В.С. Цифровий кореляційний метод аналізу OFDM сигналів в системах автоматичного радіомоніторингу [Текст] / В.С. Кузніченко // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2010. – № 4 (16). – С. 256-260.
3. Shulze, H. Theory and Applications of OFDM and CDMA [Текст] / H. Shulze, C. Luders. – Germany: Ltd John Wiley&Sons, 2005. – 408 с.
4. Бендат, Дж. Прикладний аналіз випадкових даних [Текст] / Дж. Бендат, А. Пирсол; під ред. І.Н. Коваленко. – М.: Мир, 1989. – 541 с.
5. Томаси, У. Електронні системи зв'язу [Текст] / У. Томаси; пер.с англ. Н.Л. Бирюкова. – М.: Техносфера, 2007. – 1359 с.

Поступила в редакцію 1.06.2011

Рецензент: д-р тех. наук, проф. зав. каф. проектування радіоелектронних систем летальних апаратів В.І. Кортунов, Національний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Харків.

ОЦІНКА ТОЧНОСТІ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСОВИХ ПАРАМЕТРІВ OFDM СИГНАЛІВ У СИСТЕМАХ РАДІОМОНІТОРИНГУ

В.С. Кузніченко

Запропоновано наближений метод оцінки точності визначення часових параметрів OFDM сигналів, який засновано на їх кореляційному аналізі з урахуванням властивостей циклічної префіксної структури. Спектр OFDM сигналу в частотній області апроксимується обмеженим по частоті білим шумом, що дозволило знайти середньоквадратичну помилку оцінки часового інтервалу ортогональності. Шляхом лінеаризації залежності інтервалу ортогональності і величини рознесення піднесених частот отриманий вираз для середньоквадратичної помилки оцінки величини рознесення піднесених частот.

Ключові слова: OFDM сигнали, цифрова вибірка сигналу, кореляційний аналіз.

A ESTIMATION OF EXACTNESS OF CORRELATION DETERMINATION OF PARAMETERS OF SENTINELS OF OFDM OF SIGNALS IS IN SYSTEMS OF RADIOMONITIRING

V.S. Kuznichenko

Offered the approximate method estimations to accuracy of the determination temporary parameter OFDM signal, founded on their correlation analysis with provision for characteristic cyclic prefix structure. The Approximation of the spectrum OFDM signal in frequency area limited on frequency by white noise has allowed to find root-mean-square mistake of the estimation of the temporary interval to orthogonality. The Way to linearizations to dependencies of the interval to orthogonality and values of the carrying frequencies is received expression for root-mean-square mistake of the estimation of the value of the carrying frequencies.

Keywords: OFDM signals, digital sample of the signal, correlation analysis.

Кузніченко Вячеслав Семёнович – директор Центрального казенного конструкторського бюро «Протон», Харків, Україна.