

УДК 629.7.025.6

М.В. ЦЕХОВСКОЙ¹, Н.Д. КОШЕВОЙ¹, Е.М. КОСТЕНКО², А.В. ПАВЛИК¹,
В.А. КНЫШ¹

¹ *Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

² *Полтавская государственная аграрная академия, Украина*

ДИАГРАММЫ КОМБИНАТОРНЫХ ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследованы свойства комбинаторных планов многофакторного эксперимента. Предложен способ представления комбинаторных планов многофакторного эксперимента (МФЭ), учитывающих порядок выполнения опытов, в виде диаграмм специального вида. Диаграммы отражают последовательность проведения опытов и реализацию частных планов МФЭ. Описан процесс формирования диаграмм и исследованы их свойства. Показано их применение для декомпозиции планов МФЭ. Компактное представление комбинаторных планов МФЭ позволит упростить процесс преобразований планов и сделать его более наглядным.

Ключевые слова: фактор, эксперимент, план, преобразование, диаграмма.

Введение

Постановка проблемы. Одним из наиболее перспективных средств решения задачи повышения эффективности экспериментальных исследований являются методы планирования эксперимента. Применение планирования эксперимента делает поведение экспериментатора целенаправленным и организованным, существенно способствует повышению производительности его труда и надежности полученных результатов. В последние годы резко возрос интерес к комбинаторным планам многофакторного эксперимента (МФЭ). Это связано с тем, что многие задачи в технике, фармакологии, сельском хозяйстве являются типичными комбинаторными задачами [1]. Для этого класса планов МФЭ задача планирования эксперимента заключается в нахождении оптимального сочетания факторов. При решении этих задач, имеющих большое число факторов, возникает необходимость поиска новых форм представления комбинаторных планов МФЭ, которые, отражали бы свойства этих планов и были удобны при их преобразованиях.

Анализ последних исследований и публикаций. Задача оценки количества типовых вариантов оптимальных планов МФЭ и определения их вида относится к классу перечислительных задач.

При представлении планов МФЭ в настоящее время традиционно используются таблицы [2]. Каталоги планов МФЭ, построенные в виде таблиц приведены в работах [3, 4]. Недостатком табличного способа представления является сложность работы с таблицами больших размеров. Например, планы

полного МФЭ с n факторами имеют размер $2^n \times n$. Способ компактного представления планов МФЭ предложен Марковой в работе [5], но существенных преимуществ он не дает. При поиске оптимальных комбинаторных планов МФЭ, учитывающих стоимость изменения уровней факторов существенным является порядок выполнения опытов [6]. Преобразования таблиц для этой задачи достаточно трудоемкий процесс. Среди известных методов визуализации и способов графической иллюстрации следует отметить диаграммы Венна [7], которые показывают математические, теоретико-множественные или логические отношения между множествами и событиями. К сожалению, известные способы представления планов не учитывают специфику комбинаторных планов МФЭ.

Цель работы. Разработать способ представления комбинаторных планов МФЭ.

Основные результаты исследований

При построении оптимальных или близких к ним планов МФЭ, как отмечалось выше, важен порядок проведения опытов. Для наглядности преобразований и отражения свойств планов МФЭ, особенно для количества факторов 5 и более, предлагается представлять планы МФЭ в виде диаграмм специального вида, процесс формирования значений которых приведен на рис. 1. Каждая ячейка диаграммы соответствует определенному сочетанию уровней факторов. Для упрощения изображения диаграмм в дальнейшем значения уровней факторов

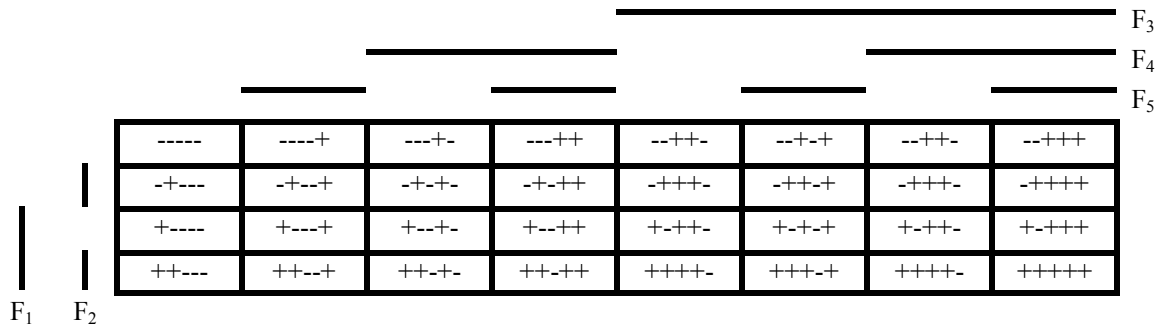


Рис. 1. Формирование диаграммы МФЭ

будем обозначать линией над соответствующим столбцом или строкой, если рассматриваемый фактор имеет значение +1 и отсутствием линии, если рассматриваемый фактор имеет значение -1.

Рассмотрим применение диаграмм для операций декомпозиции планов МФЭ.

Декомпозицией плана эксперимента

$$\Pi(F_1, \dots, F_{i-1}, F_i, F_{i+1}, \dots, F_k)$$

по фактору F_i называется представление плана эксперимента следующим образом:

$$\begin{aligned} &\Pi(F_1, \dots, F_{i-1}, F_i, F_{i+1}, \dots, F_k) / F_i = \\ &= \Pi(F_1, \dots, F_{i-1}, -1, F_{i+1}, \dots, F_k) \cup \\ &\cup \Pi(F_1, \dots, F_{i-1}, +1, F_{i+1}, \dots, F_k) = \\ &= F_i^{-1} \Pi_1(F_1, \dots, F_{i-1}, F_{i+1}, \dots, F_k) \cup \\ &\cup F_i^{+1} \Pi_2(F_1, \dots, F_{i-1}, F_{i+1}, \dots, F_k). \end{aligned}$$

Планы эксперимента, которые получаются в результате выделения в нем опытов с определенным фиксированным значением факторов, участвующих в декомпозиции, называются частными планами эксперимента.

Аналогично определяется декомпозиция по двум и более факторам:

$$\begin{aligned} &\Pi(F_1, \dots, F_{i-1}, F_i, F_{i+1}, \dots, F_{j-1}, F_j, F_{j+1}, \dots, F_k) / F_i F_j = \\ &= \Pi(F_1, \dots, F_{i-1}, -1, F_{i+1}, \dots, F_{j-1}, -1, F_{j+1}, \dots, F_k) \cup \\ &\cup \Pi(F_1, \dots, F_{i-1}, -1, F_{i+1}, \dots, +1, F_j, F_{j+1}, \dots, F_k) \cup \cup \Pi(F_1, \dots, \\ &\dots, F_{i-1}, +1, F_{i+1}, \dots, F_{j-1}, -1, F_{j+1}, \dots, F_k) \cup \cup \Pi(F_1, \dots, \\ &F_{i-1}, +1, F_{i+1}, \dots, F_{j-1}, +1, F_{j+1}, \dots, F_k) = \\ &= F_i^{-1} F_j^{-1} \Pi_1(F_1, \dots, F_{i-1}, F_{i+1}, \dots, F_{j-1}, F_{j+1}, \dots, F_k) \cup \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\cup F_i^{-1} F_j^{+1} \Pi_2(F_1, \dots, F_{i-1}, F_{i+1}, \dots, F_j, F_{j+1}, \dots, F_k) \cup \\ &\cup F_i^{+1} F_j^{-1} \Pi_3(F_1, \dots, F_{i-1}, F_{i+1}, \dots, F_{j-1}, F_{j+1}, \dots, F_k) \cup \\ &\cup F_i^{+1} F_j^{+1} \Pi_4(F_1, \dots, F_{i-1}, F_{i+1}, \dots, F_{j-1}, F_{j+1}, \dots, F_k). \end{aligned}$$

В результате декомпозиции плана $\Pi(F_1, \dots, F_k)$ по t факторам образуется 2^t частных планов эксперимента, содержащих 2^{k-t} опытов каждый. В свою очередь к каждому из частных планов можно применить декомпозицию по другим факторам. Такая декомпозиция называется многоуровневой.

Среди диаграмм, построенных описанным способом, выделим два вида диаграмм М-диаграммы и Д-диаграммы. В М-диаграммах в ячейках указывается порядковый номер опыта, который выполняется с заданными уровнями значений факторов. Поставим в соответствие М-диаграмме упорядоченное в порядке возрастания множество порядковых номеров опытов, указанных в ячейках диаграммы, обозначенное $V(\Pi)$. Очевидно, что для полного k -факторного эксперимента $V(\Pi(F_1, \dots, F_k)) = \{1, 2, \dots, 2^k\}$.

Д-диаграммы используются при композиции и декомпозиции планов МФЭ. В ней указываются факторы, участвующие в преобразовании плана МФЭ и вид частного плана, который при этом реализуется.

Например, план МФЭ, М-диаграмма которого приведена на рис. 2 в результате декомпозиции по факторам F_2, F_5 разбивается на М и Д-диаграммы, приведенные на рис. 3 и 4.

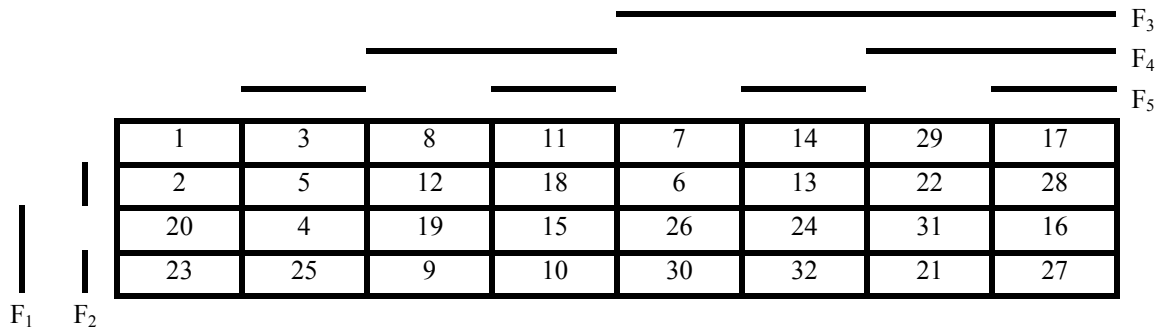


Рис. 2. М-диаграмма плана МФЭ $\Pi(F_1, \dots, F_5)$

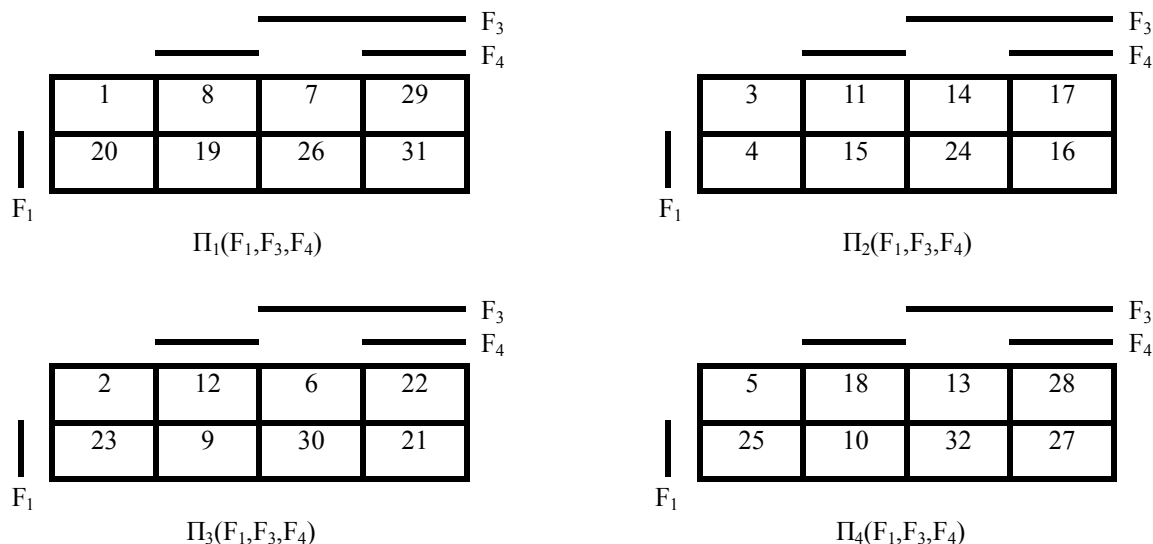
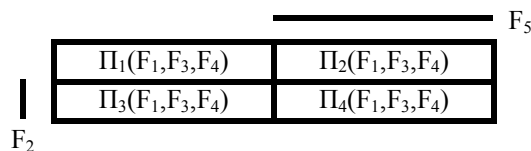


Рис. 3. М-диаграммы частных планов МФЭ

Рис. 4. Д-диаграмма плана МФЭ $\Pi(F_1, \dots, F_5)/F_2F_5$

Множества порядковых номеров опытов частных планов эксперимента, полученных в результате декомпозиции плана МФЭ, обладают следующими свойствами:

$$V(\Pi_1(F^*)) \cup V(\Pi_2(F^*)) \cup \dots \cup V(\Pi_z(F^*)) = V(\Pi(F));$$

$$V(\Pi_i(F^*)) \cap V(\Pi_j(F^*)) = \emptyset;$$

$$i = 1, \dots, z; j = 1, \dots, z; i \neq j,$$

где $z = 2^t$,

F – множество факторов плана МФЭ,

F^* – множество факторов, входящих в частный план эксперимента.

Операция композиции планов МФЭ является обратной операцией декомпозиции. В результате нее из 2^t частных планов эксперимента с k -т факторами, содержащих 2^{k-t} опытов каждый формируется план МФЭ с k факторами.

Заклучение

Предложен способ представления комбинаторных планов МФЭ, учитывающих порядок выполнения опытов, в виде диаграмм специального вида. Компактное представление комбинаторных планов МФЭ позволит упростить процесс преобразований планов и сделать его более наглядным. Следующим этапом исследований является применение описанного подхода к расширенному множеству операций над комбинаторными планами.

Работа выполнена за бюджетные средства, выделенные в соответствии с Грантом Президента Украины №Ф32/261-2011.

Литература

1. Маркова, Е.В. Комбинаторные планы в задачах многофакторного эксперимента [Текст] / Е.В. Маркова, А.Н. Лисенков. – М.: Наука, 1979. – 347 с.
2. Радченко, С.Г. Устойчивые методы оценивания статистических моделей [Текст]: моногр. / С.Г. Радченко. – К.: ПП «Санспарель», 2005. – 504 с.
3. Голикова, Т.И. Каталог планов второго порядка [Текст] / Т.И. Голикова, Л.А. Панченко, М.З. Фридман. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1974. – 387 с.
4. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей [Текст]: справ. изд. / В.З. Бродский, Л.И. Бродский, Т.И. Голикова, Е.П. Никитина; ред. В.В. Налимова. – М.: Металлургия, 1982. – 750 с.
5. Маркова, Е.В. Комбинаторные планы и теория графов [Текст] / Е.В. Маркова // Вопросы кибернетики: Некоторые вопросы планирования эксперимента / Е.В. Маркова, В.П. Козырев. – М.: Науч. совет по комплексной проблеме "Кибернетика" АН СССР, 1972. – С. 3-12.
6. Кошевой, Н.Д. Применение комбинаторного анализа при выборе оптимальных планов многофакторного эксперимента [Текст] / Н.Д. Кошевой,

С.Г. Бестань, В.А. Дергачев // Теорія і практика перебудови економіки: зб. наукових праць Черкаського Державного технологічного університету. – Черкаси, 2001. – С. 224 – 227.

7. Grünbaum, Branko. The Construction of Venn Diagrams [Text] / Branko Grünbaum // The College Mathematics Journal. – 1984. – Vol. 15, № 3. – P. 238 – 247.

Поступила в редакцію 30.01.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., заведуючий кафедрой информатики А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ДІАГРАМИ КОМБІНАТОРНИХ ПЛАНІВ БАГАТОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

М.В. Цеховський, М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, Г.В. Павлик, В.О. Книш

Досліджено властивості комбінаторних планів багатофакторного експерименту. Запропоновано спосіб подання комбінаторних планів багатофакторного експерименту (БФЕ), що враховують порядок виконання дослідів, у вигляді діаграм спеціального виду. Діаграми відображають послідовність проведення дослідів і реалізацію часткових планів БФЕ. Описано процес формування діаграм і досліджені їхні властивості. Показано їхнє застосування для декомпозиції планів БФЕ. Компактне подання комбінаторних планів БФЕ дозволить спростити процес перетворень планів і зробити його більш наочним.

Ключові слова: фактор, експеримент, план, перетворення, діаграма.

DIAGRAMS OF MULTIFACTORIAL EXPERIMENT COMBINATORY PLANS

M.V. Tsekhovskiy, N.D. Koshevoj, E.M. Kostenko, A.V. Pavlik, V.O. Knish

Properties of experiment combinatory plans are investigated. The way of multifactorial experiment combinatory plans representation (MFE), considering the order of experiences performance, in the form of special kind diagrams is offered. The diagram reflect sequence of carrying out of experiences and realization of MFE private plans. Process of diagrams formation is described and their properties are investigated. Their application for plans MFE decomposition is shown. Compact representation of combinatory plans MFE will allow to simplify process of plans transformations and to make its more evident.

Key words: the factor, experiment, the plan, transformation, the diagram.

Цеховской Максим Владимирович – канд. техн. наук, ст. научн. сотр., доцент кафедры авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: Tsehovsky@rambler.ru.

Кошевой Николай Дмитриевич – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: kafedraapi@rambler.ru.

Костенко Елена Михайловна – канд. техн. наук, доцент, проректор по учебно-педагогической и инновационной работе Полтавской Государственной аграрной академии, Полтава, Украина, e-mail: Kostenko@pdaa.com.ua.

Павлик Анна Владимировна – ассистент кафедры авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: pavlan2@ukr.net.

Кныш Валентин Александрович – канд. техн. наук, доцент кафедры авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: kafedraapi@rambler.ru.