

УДК 621.396.96

А.А. ШМАТКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СПЕКЛ-СТРУКТУР ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ОБРАЗОВ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотрена задача анализа корреляционной функции спекл-структур интерференционных изображений, сформированных отраженным от шероховатой поверхности когерентным излучением, с применением методов статистического анализа пространственных случайных процессов. Установлены её основные статистические характеристики, позволяющие определить размер спеклов, а также связь с эффективной поверхностью рассеяния, которая, в свою очередь, содержит информацию о параметрах шероховатости поверхности. Теоретические выкладки подтверждаются экспериментальными данными. Результаты работы могут быть использованы при исследовании связи спектрально-корреляционных характеристик спекл-интерферометрических изображений с исследуемой поверхностью.

Ключевые слова: спекл-картина, спекл-структура, размер спеклов, интерференционное изображение, спекл-интерферометрический метод, шероховатая поверхность.

Введение

В работе исследованы статистические характеристики интерференционных изображений и их спекл-структур сформированных от шероховатой поверхности когерентным излучением в зоне Френеля, с использованием методов статистического анализа пространственных случайных процессов [1].

Всё больший интерес приобретают спекл-интерферометрические методы в области исследования свойств поверхности. Однако в большинстве литературных источников описание спекл-структур интерференционных изображений представлено, в значительной степени, путем физического обоснования формирования спекл-картин как результатов интерференции полей, сформированных на множестве элементов шероховатой поверхности, и практически отсутствует строгий теоретический анализ их спектрально-корреляционных характеристик [2 – 5]. Данная работа посвящена математическому анализу процесса формирования когерентной интерференционной картины в зоне Френеля, являющейся спекл-интерферометрическим изображением исследуемой поверхности в спектральной области и представляющая, в математическом плане, преобразование Френеля от её коэффициента рассеяния.

1. Теоретические исследования

Рассмотрим случай, изображенный на рис. 1, где область исследуемой (шероховатой) поверхности располагается в плоскости D , а сформированная интерференционная картина исследуется в области наблюдения D' .

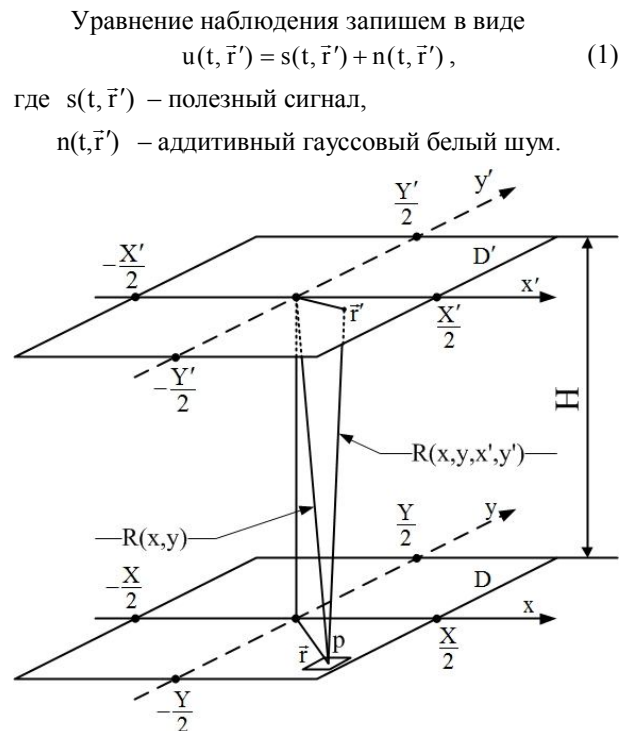


Рис. 1. Взаимное расположение исследуемой области (участка шероховатой поверхности) $\vec{r}(x, y) \in D$ и области наблюдения (чувствительной поверхности оптического фотоприемника) $\vec{r}'(x', y') \in D'$

Предположим, что в качестве приемника используется матричный фотоприемник, выполнен по технологии приборов с зарядовой связью (ПЗС), где шумы представляют собой искажения потоков пикселей. Рассчитаем корреляционную функцию аддитивного шума в области приема

$$R_n(t_1 - t_2, \bar{r}_1' - \bar{r}_2') = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2) \delta(\bar{r}_1' - \bar{r}_2'),$$

где

$$\delta(\bar{r}_1' - \bar{r}_2') = \delta(x_1' - x_2') \delta(y_1' - y_2').$$

Полезный сигнал в выражении (1) содержит информацию об исследуемой поверхности, его можно представить в следующем виде

$$s(t, \bar{r}') = \text{Re} \int_D \dot{F}(\bar{r}) \dot{s}_0(t, \bar{r}, \bar{r}') d\bar{r}, \quad (2)$$

где $\dot{F}(\bar{r})$ – комплексный коэффициент рассеяния,

$\dot{s}_0(t, \bar{r}, \bar{r}')$ – единичный сигнал, включающий в себя излученный сигнал $\dot{s}_{\text{em.}} = A \exp\{j\omega_0 t\}$, задержанный на время, необходимое для прохождения пути от источника когерентного излучения к исследуемой поверхности $R(x, y)$ и от точки на поверхности D до точки приема на поверхности D' $R(x, y, x', y')$, а также затухания сигнала связанное с расстояниями от источника к плоскости исследования и к плоскости наблюдения

$$\begin{aligned} \dot{s}_0(t, \bar{r}, \bar{r}') &= \dot{s}_{\text{em.}} \exp\{-j\omega_0 t_d\} \times \\ &\times \frac{1}{R(x, y)R(x, y, x', y')} = \\ &= \frac{A}{R(x, y)R(x, y, x', y')} \exp\{j\omega_0(t - t_d)\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$t_d = \frac{R(x, y) + R(x, y, x', y')}{c}. \quad (4)$$

Так как расстояния $R(x, y)$ и $R(x, y, x', y')$ существенно больше освещенной области и области регистрации перепишем уравнение (3) в виде

$$\dot{s}_0(t, \bar{r}, \bar{r}') = \frac{A}{H^2} \exp\{j\omega_0(t - t_d)\} \quad (5)$$

Расстояния $R(x, y)$ и $R(x, y, x', y')$, согласно геометрии, приведенной на рис. 1, определяются следующими выражениями

$$R(x, y) = \sqrt{H^2 + x^2 + y^2}, \quad (6)$$

$$R(x, y, x', y') = H \sqrt{1 + \frac{(x - x')^2}{H^2} + \frac{(y - y')^2}{H^2}}. \quad (7)$$

Предположим, что поля регистрируются в области Френеля, тогда выражение для расчета расстояния $R(x, y, x', y')$ (7) можно существенно упростить, если ограничиться рассмотрением только параксиальных лучей

$$\sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{z^2}} \approx 1 + \frac{x^2 + y^2}{2z^2}.$$

Тогда

$$R(x, y, x', y') = H + \frac{(x - x')^2}{2H} + \frac{(y - y')^2}{2H}. \quad (8)$$

Подставляя выражения (8), (6) и (4) в (5), получим

$$\begin{aligned} \dot{s}_0(t, \bar{r}, \bar{r}') &= \frac{A}{H^2} \exp\{j\omega_0 t - jk\sqrt{H^2 + x^2 + y^2} - \\ &- jkH - \frac{jk(x - x')^2}{2H} - \frac{jk(y - y')^2}{2H}\}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega_0}{c}.$$

Учитывая, что радиус пятен спекл-картины связан с корреляционной функцией, запишем корреляционную функцию по пространству (2)

$$\begin{aligned} R_s(t, \bar{r}, \bar{r}_1', \bar{r}_2') &= R_s(\bar{r}_1', \bar{r}_2') = \langle s(t, \bar{r}_1') s(t, \bar{r}_2') \rangle = \\ &= \langle \text{Re} \int_D \dot{F}(\bar{r}) \dot{s}_0(t, \bar{r}, \bar{r}_1') d\bar{r} \times \text{Re} \int_D \dot{F}(\bar{r}) \dot{s}_0(t, \bar{r}, \bar{r}_2') d\bar{r} \rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

С учетом формулы

$$\text{Re} \dot{A} \text{Re} \dot{B} = \frac{1}{2} \text{Re} \dot{A} \dot{B} + \frac{1}{2} \text{Re} \dot{A} \dot{B}^* \approx \frac{1}{2} \text{Re} \dot{A} \dot{B}^*$$

выражение для корреляционной функции (10) примет следующий вид

$$R_s(\bar{r}_1', \bar{r}_2') \approx \frac{1}{2} \text{Re} \iint_{DD} \langle \dot{F}(\bar{r}_1) \dot{F}^*(\bar{r}_2) \rangle \times \quad (11)$$

$$\times \dot{s}_0(t, \bar{r}_1, \bar{r}_1') \dot{s}_0^*(t, \bar{r}, \bar{r}_2') d\bar{r}_1 d\bar{r}_2,$$

$$\langle \dot{F}(\bar{r}_1) \dot{F}^*(\bar{r}_2) \rangle = \sigma^0(\bar{r}) \delta(\bar{r}_1 - \bar{r}_2), \quad (12)$$

где $\sigma^0(\bar{r})$ – эффективная поверхность рассеяния.

Подставим уравнение (12) в (11)

$$R_s(\bar{r}_1', \bar{r}_2') \approx \frac{1}{2} \text{Re} \int_D \sigma^0(\bar{r}) \dot{s}_0(t, \bar{r}, \bar{r}_1') \dot{s}_0^*(t, \bar{r}, \bar{r}_2') d\bar{r} \quad (13)$$

или с учётом (9) в виде

$$\begin{aligned} R_s(\bar{r}_1', \bar{r}_2') &\approx \frac{1}{2} \frac{A^2}{H^4} \text{Re} \int_X \sqrt{\sigma^0(x)} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{jk}{2H}(x_1'^2 - x_2'^2)\right\} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{jk}{2H}2x(x_2' - x_1')\right\} dx \times \\ &\times \int_Y \sqrt{\sigma^0(y)} \exp\left\{-\frac{jk}{2H}(y_1'^2 - y_2'^2)\right\} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{jk}{2H}2y(y_2' - y_1')\right\} dy. \end{aligned} \quad (14)$$

Рассмотрим интеграл, зависящий от переменной dx в предположении о медленности изменения ЭПР относительно экспоненты

$$\int_X \sqrt{\sigma^0(x)} \exp\left\{-\frac{jk}{2H}(x_1^2 - x_2^2)\right\} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{jk}{2H}2x(x_2' - x_1')\right\} dx \approx X \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{H} \frac{X}{2} \Delta x'\right).$$

Тогда

$$R_s(x_1', y_1', x_2', y_2') \approx \\ \approx XY \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{H} \frac{X}{2} \Delta x'\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{H} \frac{Y}{2} \Delta y'\right).$$

Средний характерный размер спеклов $\Delta x'$ и $\Delta y'$ определяется в местах первых нулей функций $\operatorname{sinc}\left(\frac{k}{H}(X/2)\Delta x'\right)$ и $\operatorname{sinc}\left(\frac{k}{H}(Y/2)\Delta y'\right)$. Согласно этому, средний поперечный размер пятна на спекл-интерференционной картине рассчитывается следующим образом

$$\Delta x' = \frac{H}{k} \frac{2\pi}{X} = \frac{\lambda H}{X}, \quad (15)$$

$$\Delta y' = \frac{H}{k} \frac{2\pi}{Y} = \frac{\lambda H}{Y}. \quad (16)$$

Таким образом, на основе анализа корреляционной функции спекл-интерферометрического изображения (13), установлены её основные статистические характеристики, позволяющие определить размер спеклов, а также связь с эффективной поверхностью рассеяния, которая, в свою очередь, содержит информацию о параметрах шероховатости поверхности.

2. Экспериментальные исследования характерных размеров спеклов

Согласно геометрической постановке задачи (рис. 1), была собрана лабораторная установка, со следующими техническими характеристиками: $H = 10\text{см}$; размер освещаемой области $X = Y = 0,2\text{мм}$; в качестве источника когерентного излучения был выбран полупроводниковый сине-фиолетовый лазер с длиной волны $\lambda = 405\text{нм}$. Согласно полученным формулам (15) и (16) был посчитан средний размер спеклов, он составил $\Delta x' = \Delta y' = 202,5\text{мкм}$. На рис. 2 изображена спекл-интерференционная картина, зарегистрированная в области приема D' . Для расчета реальных размеров спеклов на спекл-картине, необходимо рассчитать размер одного пикселя приемной матрицы. Для этого, при помощи оптического микроскопа с калибровочными эталонами длины, был сделан фотоснимок ПЗС-матрицы (рис. 3) и измерены её размеры, $X' = 4,64\text{мм}$, $Y' = 3,48\text{мм}$. Разрешение матрицы, в данном случае, 1600×1200 элементов. Рассчитанный размер одного пикселя составляет $2,9\text{мкм}$. На рис. 4

представлена функция распределения плотности вероятностей размеров спеклов, рассчитанная методом непараметрического сглаживания по исходной выборке из 28 измерений [6].

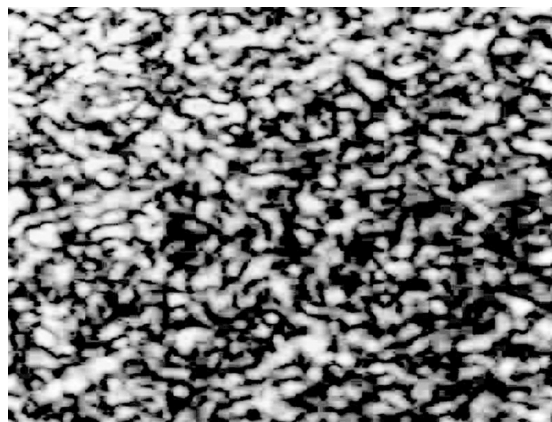


Рис. 2. Спекл-картина

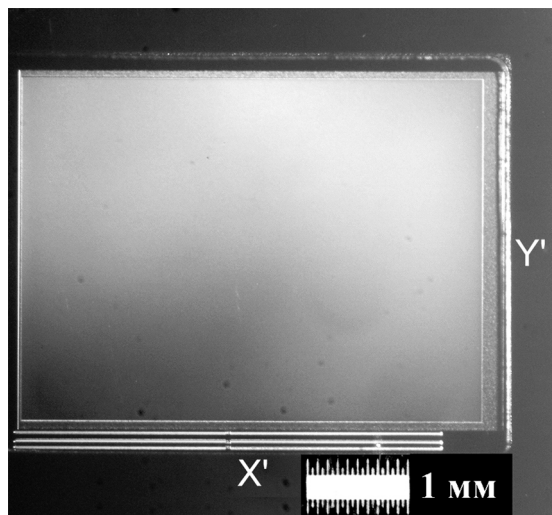


Рис. 3. ПЗС – матрица

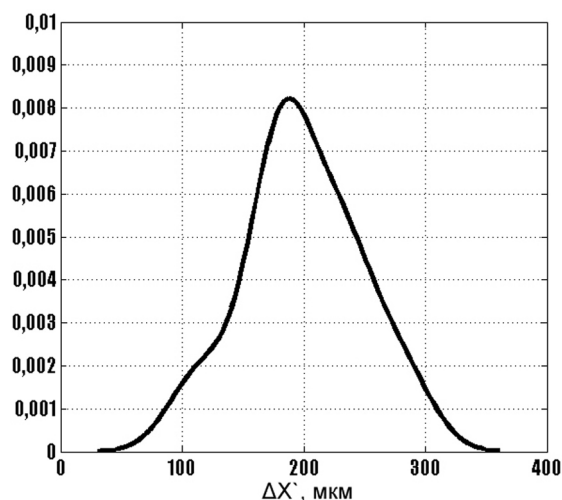


Рис. 4. Функция распределения плотности вероятностей

Заключення

Проведен математический анализ корреляционных характеристик спекл-интерференционных изображений сформированных отраженным от шероховатой поверхности когерентным излучением в зоне Френеля. Результаты теоретических выкладок были подтверждены проведенными экспериментальными исследованиями. Одна из возможных областей применения результатов анализа - это исследование и создание спекл-интерферометрических методов бесконтактных измерений характеристик статистически неровных поверхностей.

Литература

1. Волосяк, В.К. *Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст]* / В.К. Волосяк,

В.Ф. Кравченко. – М.: Физматлит, 2008. – С. 498-501.

2. Razumovsky, I.A. *Interference-optical Methods of Solid Mechanics [Text]* / I. A. Razumovsky. – Moscow: Springer, 2011. – P. 51-53.

3. Rabal, J.H. *Dynamic Laser Speckle and Applications [Text]* / H. J. Rabal, R. A. Braga Jr. – Brazil: CRC Press, 2009. – P. 9-12.

4. Клименко, И.С. *Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия [Текст]* / И.С. Клименко. – М.: Наука, 1985. – С. 103-113.

5. Короленко, П.В. *Оптика когерентного излучения [Текст]: учеб. пособие / П.В. Короленко. – М.: Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова, 1997. – С. 110-117.*

6. Bowman, A.W. *Applied Smoothing Techniques for Data Analysis [Text]* / A.W. Bowman, A. Azzalini. – New York: Oxford University Press, 1997. – 129 p.

Поступила в редакцию 29.10.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. каф. проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов И.В. Барышев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ СПЕКЛ-СТРУКТУР ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ШОРСТКОЇ ПОВЕРХНІ

О.О. Шматко

Розглянуто задачу аналізу кореляційної функції спекл-структур інтерференційних зображень, сформованих відбитим від шорсткої поверхні когерентним випромінюванням, із застосуванням методів статистичного аналізу просторових випадкових процесів. Встановлені її основні статистичні характеристики, що дозволяють визначити розмір спеклів, а також зв'язок з ефективною поверхнею розсіяння, яка, в свою чергу, містить інформацію про параметри шорсткості поверхні. Теоретичні викладки підтверджуються експериментальними даними. Результати роботи можуть бути використані при дослідженні зв'язку спектрально-кореляційних характеристик спекл-інтерферометричних зображень з досліджуваною поверхнею.

Ключові слова: спекл-картина, спекл-структура, розмір спеклів, інтерференційне зображення, спекл-інтерферометричний метод, шорстка поверхня.

STATISTICAL ANALYSIS SPECKLE STRUCTURE OF INTERFERENCE IMAGES ROUGH SURFACE

О.О. Shmatko

The problem of analysis of the correlation speckle patterns of interference images formed by reflected from a rough surface coherent radiation, the use of statistical analysis of spatial stochastic processes. Established its basic statistical data for determining the size of speckles and the relationship with the effective echoing area, which in turn provides information about the parameters of the surface roughness. Theoretical calculations are confirmed by experimental data. The results can be used to study link spectral-correlation characteristics of speckle interferometric images from the sample surface.

Key words: speckle pattern, speckle structure, size of speckles, interferometric images, speckle interferometric method, rough surface.

Шматко Александр Александрович – аспирант каф. проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: sasha_10@pochta.ru.