

УДК 621.396

А.Д. АБРАМОВ, А.М. ВЕТОШКО, А.В. ФАТЕЕВ, К.А. ЩЕРБИНА

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

### АЛГОРИТМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ ШУМОПОДОБНОГО СИГНАЛА В НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ПОМЕХОВОЙ ОБСТАНОВКЕ

*В работе решение задачи обнаружения шумоподобного сигнала от точечного источника излучения в неопределенной помеховой обстановке проведено при использовании критерия отношения правдоподобия. Синтезирована удобная, в вычислительном отношении, технология обработки входных данных, которая обеспечивает оперативность получения результата, использует табулированную систему и позволяет управлять величиной ошибки первого рода. Результаты аттестационных исследований синтезированного теста, проведенные на уровне цифрового статистического моделирования для двухэлементной антенной системы, подтверждают результаты теоретических исследований.*

**Ключевые слова:** обнаружение, шумоподобный сигнал, точечный источник, критерий отношения правдоподобия, сигнально-помеховая обстановка, функция правдоподобия.

В комплексе проблем по обеспечению рационального построения радиотехнических систем пассивного типа особое значение занимают вопросы синтеза эффективных алгоритмов обнаружения шумоподобных сигналов в неопределенной помеховой обстановке, как одного из факторов получения достоверных сведений о наблюдаемом объекте при мониторинге заданной области пространства.

Основные недостатки используемых, на сегодняшний день, радиометрических комплексов хорошо известны практикам. Во-первых, достоверность идентификации существенно зависит от эталонирования измерений. Если дисперсия помех неизвестна (неопределенная помеховая обстановка), то неизбежно возникают проблемы в выборе величины порога обнаружения, а для исключения сингулярных решений приходится прибегать к регуляризации соответствующих интегральных уравнений правдоподобия [1,2]. Использование радиометров модуляционного типа не решает проблемы повышения эффективности указанных выше условий, поскольку часть энергетического потенциала входного сигнала практически не используется [3].

В настоящей работе решение задачи обнаружения шумоподобного сигнала от точечного источника излучения в неопределенной помеховой обстановке проведено при использовании критерия отношения правдоподобия. Синтезирована удобная, в вычислительном отношении, технология обработки входных данных, которая обеспечивает оперативность получения результата, использует табулированную систему и позволяет управлять величиной ошибки первого рода.

Пусть апертура антенной системы состоит из

2-х элементов, размещенных в точках  $x_1$  и  $x_2$  на расстоянии  $x_2 - x_1 = d$ . Считаем, что объект мониторинга может находиться в дальней зоне диаграммы направленности  $F_m(\theta)$  шириной  $Q$   $m$ -ой позиции апертуры.

Узкополосное колебание  $\dot{U}_m(t)$ , зарегистрированное на выходе линейного тракта обработки информации  $m$ -ой позиции апертуры в течении интервала времени  $t \in (0, T)$  запишем как:

$$\dot{U}_m(t) = \dot{s}(t, x_m) + \dot{n}_m(t), \quad m = 1, 2. \quad (1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \dot{s}(t, x_1) &= \int_0^Q \int k(f) \dot{F}_1(\theta) \dot{A}(\theta, f) \times \\ &\quad \times e^{j2\pi f(t - \frac{x_1 \theta}{c})} d\theta df, \\ \dot{s}(t, x_2) &= \int_0^Q \int k(f) \dot{F}_2(\theta) \dot{A}(\theta, f) \times \\ &\quad \times e^{j2\pi f(t - \frac{x_2 \theta}{c} - \frac{x_2 \theta_0}{c})} d\theta df \end{aligned}$$

сигнальные составляющие  $\dot{U}_1(t)$  и  $\dot{U}_2(t)$ , которые обусловлены собственным излучением объекта со спектрально-угловой плотностью  $\dot{A}(\theta, f)$  из зоны мониторинга [1-3]. Считаем, что диаграммы направленности  $\dot{F}_1(\theta)$  и  $\dot{F}_2(\theta)$  пассивной системы идентичны, рассчитаны для монохроматического сигнала

средней частоты  $f_0$  характеристика  $\dot{k}(f)$  линейного тракта приема каждой из позиций:

$$\dot{k}(f) = \begin{cases} \dot{k}(f), & f \in (f_0 - F, f_0 + F); \\ 0, & f \notin (f_0 - F, f_0 + F), \end{cases} \quad (2)$$

$\theta_0 = \sin Q_0$ ,  $Q_0$  - угол между направлением на источник излучения и нормалью к апертуре антенны,

$\theta_0 \in \theta$ . Спектрально-угловую плотность  $\dot{A}(\theta, f)$  излучения моделируем гауссовским процессом со статистическими характеристиками [4]:

$$\begin{aligned} \langle \dot{A}(\theta, f) \rangle &= 0, \\ \langle \dot{A}(\theta_1, f_1) \dot{A}^*(\theta_2, f_2) \rangle &= \\ &= B(f_1, \theta_1) \delta(f_1 - f_2) \delta(\theta_1 - \theta_2), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $B(\theta, f)$  - радиояркость объекта наблюдения;  $\delta(\theta, f)$  - символ Кронекера.

Наблюдения ведутся на фоне помех  $\dot{n}_m(t)$  - приведенный ко входу линейного тракта гауссовский процесс (шум канала) с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$\begin{aligned} R_m(t_1, t_2) &= \langle \dot{n}_m(t_1) \dot{n}_m^*(t_2) \rangle = \\ &= \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2) \delta(m - n). \end{aligned}$$

Взаимная корреляция между сигнальными и помеховыми компонентами проекта  $\dot{U}_m(t)$  отсутствует.

Нетрудно показать, что при указанных исходных данных гауссовский случайный процесс  $\dot{s}(t, x_m)$  определяется характеристиками:

$$\langle \dot{s}(t, x_m) \rangle = 0,$$

$$\begin{aligned} R_s(t_1 - t_2, x_1 - x_2) &= \langle \dot{s}(t_1, x_1) \dot{s}^*(t_2, x_2) \rangle = \\ &= \int_0^\infty \int_\theta \left| \dot{k}(f) \right|^2 \left| \dot{F}(\theta) \right|^2 \exp[j2\pi f(t_1 - t_2)] - \\ &\quad - \frac{(x_2 - x_1)(\theta - \theta_0)}{c} ] d\theta df. \end{aligned}$$

Здесь учтено, что для отдельных элементов апертуры антенны выполняется условие пространственно-временной узкополосности [4].

При ориентации на цифровые методы обработки колебаний, которые получены с выходов линейных трактов, статистическим материалом, подлежащим анализу, является совокупность  $K = 2FT$  мгновенных «откликов» апертуры на входное воздействие.

Пусть в момент времени

$$t_k = (k-1)\Delta t \quad (\Delta t = \frac{1}{2F}, k \in \overline{1, K})$$

сформирован двухмерный вектор наблюдений

$$U_k = s_k + n_k, \quad k \in \overline{1, K}, \quad (4)$$

где  $U_k^T = [U_1((k-1)\Delta t), U_2((k-1)\Delta t)]$ ,

$$s_k^T = [s((k-1)\Delta t, x_1), s((k-1)\Delta t, x_2)],$$

$$n_k^T = [n((k-1)\Delta t, x_1), n((k-1)\Delta t, x_2)],$$

"T" - знак транспонирования.

Исчерпывающее описание гауссовского векторного процесса (4) с нулевым математическим ожиданием  $\langle U_k \rangle = 0$  дает ковариационная матрица

$$\tilde{R} = \|R_{mn}\|, \quad m, n = 1, 2:$$

$$\tilde{R} = \langle U_k U_k^+ \rangle + R_0. \quad (5)$$

Здесь  $R_0 = 2\delta_0^2 I_2$ ,  $I_2 = \text{diag}(1, 1)$  - диагональная матрица размера  $(2 \times 2)$ ,  $2\delta_0^2$  - мощность помеховой компоненты  $\dot{n}((k-1)\Delta t, x_m)$ , символ "+" означает операцию сопряжения по Эрмиту.

Приведенное дискретное представление (54) позволяет пространственную ковариационную матрицу  $\tilde{R}$  факторизовать как:

$$\tilde{R} = \Lambda_0 \Psi \Lambda_0^+ + 2\sigma_0^2 I_2. \quad (6)$$

В последнем соотношении элемент  $a_0$  пеленгационного вектора  $\Lambda_0^T = (1, a_0)$  связан с направлением визирования  $\theta_0$  равенством

$$a_0 = \exp(j2\pi \frac{d}{\lambda_0} \theta_0),$$

$$\Psi = R_s(0, 0) = 2\delta_1^2, \quad \lambda_0 = \frac{c}{f_0}.$$

Отсюда вытекает, что поставленная задача может быть переформулирована так.

Требуется разработать процедуру, позволяющую на основании наблюдений

$$U^K = [U_1^T, U_2^T, \dots, U_K^T]$$

принимать решения с заданной степенью достоверности об обнаружении сигнала с направления  $\theta_0$  в параметрически-неопределенной помеховой обстановке (отсутствуют сведения о мощности помехи).

Решение задачи проведем на основе критерия отношения правдоподобия.

Для этого введем в рассмотрение гипотезу  $H_0$  : в наблюдениях отсутствует сигнал (гипотеза  $H_1$  - сигнал присутствует).

Тогда логарифм функции правдоподобия  $\ln P(U^k / H_1, a_0, R_0)$  относительно параметров  $a_0$  и  $R_0$  можно записать так [5]:

$$\ln P(U^k / H_1, a_0, R_0) = -2K \ln \pi - K \ln |R| - K S_p (R^{-1} S). \quad (7)$$

Здесь

$$S = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K U_k U_k^+ \quad (8)$$

– выборочная ковариационная матрица.

Представление о сравнимой правдоподобности наблюдений  $U^K$  в отношении проверяемой  $H_0$  и альтернативной  $H_1$  гипотез дает сопоставление функций правдоподобия  $P(U^K / H_0)$  и  $P(U^K / H_1)$ , в частности, логарифм их отношения  $\gamma$  [6]:

$$\gamma_0 = -\ln P(U^K / H_0) / P(U^K / H_1, a_0), \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} P(U^K / H_1, a_0) &= \\ &= \max_{R_0} P(U^K / H_1, a_0, R_0), \\ P(U^K / H_0) &= \max_{R_0} P(U^K / H_0, R_0). \end{aligned} \quad (10)$$

Придерживаясь методических принципов максимизации указанных условных плотностей вероятности, изложенных в работе [7], нетрудно показать, что критическая статистика  $\gamma_0$  имеет вид

$$\gamma_0 = (K-1) \times \left\{ 2 \ln \sum_{i=1}^2 v_i - \sum_{i=1}^2 \ln v_i - 2 \ln 2 \right\}, \quad (11)$$

где  $v_i (i=1,2)$  – собственные значения ковариационной матрицы  $S$ . Последняя при выполнении  $H_0$  имеет  $\chi^2$ -распределение.

В технологическом отношении процесс обнаружения сигнала в условиях параметрической неопределенности помеховой обстановки сводится к формированию по наблюдениям  $U_k (k=1, \overline{K})$  выборочной матрицы  $S$  по правилу (8), вычислению её собственных значений  $v_1$  и  $v_2$ , сравнения  $\gamma_0$  с порогом  $\chi_{\alpha,t}^2$ , который выбран из таблиц  $\chi^2$ -распределения по заданному уровню значимости  $\alpha$  и числу степеней свободы  $t=3$ .

При условии  $\gamma_0 > \chi_{\alpha,t}^2$  гипотеза  $H_0$  отвергается: верна  $H_1$ , в противном случае  $\gamma_0 < \chi_{\alpha,t}^2$ , но при-

нимается.

Для подтверждения теоретических выводов приводим результаты исследования, полученные на уровне статистического эксперимента.

Моделировалась обработка наблюдений, полученных на выходах двухэлементной антенной системы, каждая из позиций которой имела «карандашную» диаграмму направленности шириной  $2^\circ$ , отношение  $d/\lambda_0$  задавалось равным 1, а  $Q_0 = 2^\circ$ . Уровень значимости  $\alpha$  задавался равным  $\alpha = 10^{-2}$ .

По результатам проведения 1000 экспериментов определялось количество правильных решений для различных соотношений сигнал/шум  $M = \frac{2\delta_1^2}{2\delta_0^2}$ .

Выборочная ковариационная матрица  $S$  оценивалась по 1000 временным отсчетам.

Эффективность синтезированного правила обнаружения иллюстрирует зависимость вероятности правильного обнаружения  $P_{пр}$  (отношение числа правильных решений к общему числу экспериментов) от  $M$ , приведенная на рис. 1 (сплошная линия, соединяющая экспериментально полученные результаты). Для сопоставления здесь же показана рабочая характеристика при использовании для обнаружения традиционного алгоритма, оптимального по критерию Неймана-Пирсона, в условиях известной дисперсии помех (пунктирная линия).

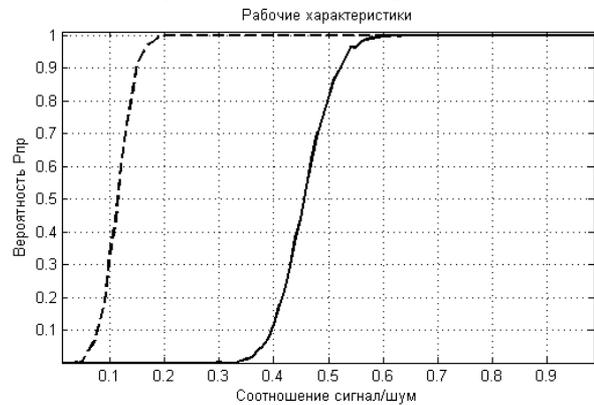


Рис. 1. Рабочие характеристики обнаружителя

### Заключение

Приведенные теоретические и экспериментальные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- синтезированное правило принятия решения (обнаружение шумоподобного сигнала) работоспособно в неопределенной помеховой обстановке;
- технология, реализующая тест, проста в вычислительном отношении, использует табулирован-

ную статистику и позволяет управлять величиной ошибки первого рода.

### Литература

1. Волосюк, В.К. *Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст]* / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко. – М.: Физматлит, 2008. – 704 с.

2. Волосюк, В.К. *Оптимальный аддитивный интерферометр и его потенциальная функциональная чувствительность [Текст]* / В.К. Волосюк, В.В. Павликов // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2011. – Т.11, №1. – С. 82-86.

3. Волосюк, В.К. *Статистический синтез одноантенных радиометрических приёмников модуляционного типа [Текст]* / В.К. Волосюк, В.В. Павликов // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2011. – Т.10, №3. – С. 285-294.

4. Фалькович, С.Е. *Оптимальный приём пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеиванием [Текст]* / С.Е. Фалькович, В.И. Пономарёв, Ю.В. Шкварко. – М.: Радио и связь, 1989. – 296 с.

5. Караваев, В.В. *Статистическая теория пассивной локации [Текст]* / В.В. Караваев, В.В. Сазонов. – М.: Радио и связь, 1987. – 240 с.

6. Репин, В.Г. *Статистический синтез при априорной неопределённости и адаптации информационных систем [Текст]* / В.Г. Репин, Г.П. Тарковский. – М.: Сов. радио, 1977. – 379 с.

7. Абрамов, А.Д. *Определение числа шумовых пространственно-временных сигналов методом проверки сложных гипотез по критерию отношения правдоподобия [Текст]* / А.Д. Абрамов // *Авиационно-космическая техника и технология: сб. научн. тр. Гос. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*. – Х.: 1996. – С. 407-411.

Поступила в редакцию 22.10.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. каф. производства радиоэлектронных систем ЛА Г.Я. Красовский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «ХАИ», Харьков.

### АЛГОРИТМ МАКСИМАЛЬНОЇ ПРАВДОПОДІБНОСТІ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ШУМОПОДІБНОГО СИГНАЛУ В НЕВИЗНАЧЕНІЙ ЗАВАДОВІЙ ОБСТАНОВЦІ

*О.Д. Абрамов, О.М. Ветошко, О.В. Фатеев, К.О. Щербина*

У роботі рішення задачі виявлення шумоподібного сигналу від точкового джерела випромінювання в невизначеній завадovій обстановці проведено при використанні критерію відношення правдоподібності. Синтезована зручна, в обчислювальному відношенні, технологія обробки вхідних даних, яка забезпечує оперативність отримання результату, використовує табульовану систему і дозволяє управляти величиною помилки першого рода. Результати атестаційних досліджень синтезованого тесту, проведені на рівні цифрового статистичного моделювання для двоелементної антенної системи, підтверджують результати теоретичних досліджень.

**Ключові слова:** виявлення, шумоподібний сигнал, точкове джерело, критерій відношення правдоподібності, сигнально-перешкодова обстановка, функція правдоподібності.

### ALGORITHM OF MAXIMUM LIKELIHOOD FOR DETECTION NOISE-LIKE SIGNAL IN IMPRECISE INTERFERENCE ENVIRONMENT

*A.D. Abramov, A.M. Vetoshko, A.V. Fateev, K.A. Shcherbina*

In the solution of detecting noise-like signal from a point source of radiation in the ambiguity, noise conditions conducted using likelihood ratio test. Synthesized convenient computationally processing technology input, which ensures rapid results, tabulated using the system and allows control error of the first magnitude. Result of certification studies synthesized closely the one conducted at the level of statistical modeling to digital two-element antenna the system, confirm the theoretical results.

**Keywords:** detection, noise-like signal, a point source, ratio test plausible similarity, the signal-noise conditions, likelihood function.

**Абрамов Александр Дмитриевич** – канд. техн. наук, с.н.с., доц. кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им.Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

**Ветошко Алексей Михайлович**– аспирант кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

**Фатеев Александр Владимирович**– аспирант кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

**Щербина Ксения Александровна**– аспирант кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: ks.sherbina@yandex.ru