

УДК 004.31, 621.31

М.В. ЧЕРКАСЬКИЙ, Т.І. ТКАЧУК

Національний університет «Львівська політехніка», Україна

ХАРАКТЕРИСТИКИ СКЛАДНОСТІ ПРИСТРОЇВ МНОЖЕННЯ

Розглядаються оптимізовані структури комбінаційних матричних пристроїв множення спеціалізованих процесорів. Оцінка та оптимізація синтезованих структур проведена на основі характеристик складності *H*-моделі алгоритму. Використання в процесі аналізу комбінаційних схем (пристроїв множення) характеристик складності *H*-моделі алгоритму дозволяє визначати напрямки ефективного застосування проєктованих пристроїв. Описаний спосіб обчислення структурної складності на основі поділу схеми на вузли з однорідною структурою зв'язків суттєво зменшує об'єм розрахунків. Знайшла підтвердження теза про взаємозалежність часової та структурної складностей, показано, що мінімізація часової, апаратної та зв'язкової складностей супроводжується зростанням структурної.

Ключові слова: матричні пристрої множення, *H*-модель алгоритму, характеристики складності.

Вступ

Пристрої множення є необхідним елементом спеціалізованих комп'ютерних систем оброблення сигналів. За кількістю літературних джерел, присвячених їх синтезу, вони займають одне з перших місць в арифметичній схемотехніці. Разом з тим бурхливий розвиток нової елементної бази та нових комп'ютерних технологій вимагає нових підходів до проєктування і оптимізації цього класу апаратно виконуваних алгоритмів. В статті наводяться декілька схем комбінаційних матричних перемножувачів, та аналізуються їх характеристики складності на основі *H*-моделі алгоритму [1]. Підкреслюється також важливість використання способів покращення сприйняття схем.

1. *H*-модель алгоритму

H-модель алгоритму (**H** – **Hardware**; апаратна модель) призначена для синтезу, аналізу та оптимізації комбінаційних обчислювальних засобів. Можливість її побудови не суперечить першій аксіомі комп'ютерних алгоритмів – алгоритм може бути реалізований апаратними засобами [1].

Визначення: *H*-модель алгоритму це п'ятірка:

$$H: \langle A, Q, q_0, q_f, G \rangle, \quad (1)$$

де *A* – кінцева множина символів зовнішнього алфавіту;

Q – кінцева множина станів *H*-моделі;

q_0 і q_f – початковий і кінцевий стани ($q_0, q_f \in Q$);

G – конфігурація апаратних засобів моделі;

$$G = (X, U), \quad (2)$$

де *X* – множина елементарних перетворювачів;

U – множина з'єднань.

Властивості. *H*-модель алгоритму також, як і *SH*-модель, має п'ять властивостей [1]:

- дискретність;
- детермінованість;
- елементарність;
- масовість;
- ієрархічність.

Характеристики складності – це точно сформульовані вимоги, яким повинний задовольняти проєктований пристрій. Бажана якість обчислювального пристрою (*H*-моделі) може бути задана чотирма взаємозв'язаними характеристиками складності [2].

Часова складність для комбінаційних схем – це кількість елементарних перетворювачів, що належать максимальному критичному шляху розповсюдження сигналу схеми.

Апаратна складність – потужність множини елементарних перетворювачів схеми.

Зв'язкова складність – потужність множини зв'язків схеми.

Структурна складність – степінь нерегулярності матриці інцидентів схеми.

Задачею досліджень є проведення аналізу декількох варіантів двох відомих схем комбінаційних матричних пристроїв множення двійкових чисел за наведеними у списку характеристиками складності. В результаті аналізу сформулюємо рекомендації щодо практичного їх використання, зв'язавши математичні характеристики пристроїв із вимогами користувача.

2. Нульовий шар

Для синтезу будь-яких схем точного множення двійкових чисел, насамперед генерують матрицю, яку називають нульовим шаром схеми множення (рис. 1).

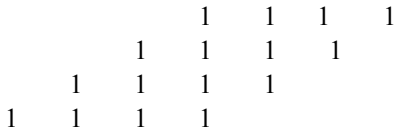


Рис. 1. Нульовий шар схеми множення

Ця матриця є результатом порозрядної кон'юнкції двох двійкових множників. Цей нульовий шар є основою для апаратного синтезу різноманітних структур, які мають власні не співпадаючі, та споживчі характеристики складності. Для спрощення функціонального проектування пристроїв множення доцільно користуватися максимальними для заданої розрядної сітки двійковими множниками. Використання матриці заповненої тільки одиницями сприяє мінімізації помилок в наступному процесі згортання до значення добутку. Зауважимо, що структура комірок (схем кон'юнкцій), та система з'єднань нульового шару не змінюється залежно від алгоритму згортання. Серед багатьох існуючих алгоритмів згортання матриці оберемо два: з горизонтальним та діагональним переносом.

3. Матричний пристрій множення з горизонтальним переносом

Пристрій виконано у вигляді матриці з'єднаних між собою комірок (рис. 2, а).

Це комбінаційна схема, управління її обмежено подачею на вхід двох n-розрядних співмножників. Структурна складність такої схеми рівна нулю ($S=0$), за рахунок того, що в структурі з'єднань спостерігається однорідність. Структура комірки матриці приведена на рис. 2, б, де a_i – розряд множника А, b_j – розряд множника В; S – вхід часткової суми від попередньої комірки, S' – вихід часткової суми від суматора, c – перенос на вході однорозрядного суматора комірки, c' – перенос на виході комірки.

Схема кон'юнкції нульового шару розміщена в межах комірки. На рис. 2, в, наведені контури матриці, та максимальний критичний шлях розповсюдження сигналу. Він складається з двох горизонтальних та одної вертикальної ліній, з поміткою кількості елементарних перетворювачів, що належать відрізкам шляху.

В сумі вони дорівнюють значенню часової складності: $L=3n - 2$.

Апаратна та з'єднувальна складності матриці дорівнюють: $A=n^2, U=2n^2$.

Схема (рис.2а) складна для сприйняття, її можна спростити не змінюючи внутрішнього змісту. На схемі разом із зв'язками переносів та часткових сум показані лінії нульового шару. Останні не вносять змін у підрахунок структурної складності схеми, лише переважують її вигляд.

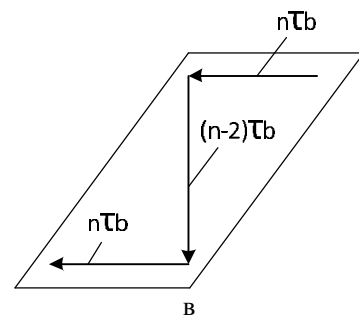
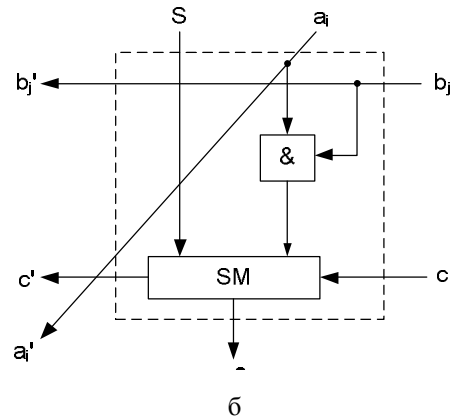
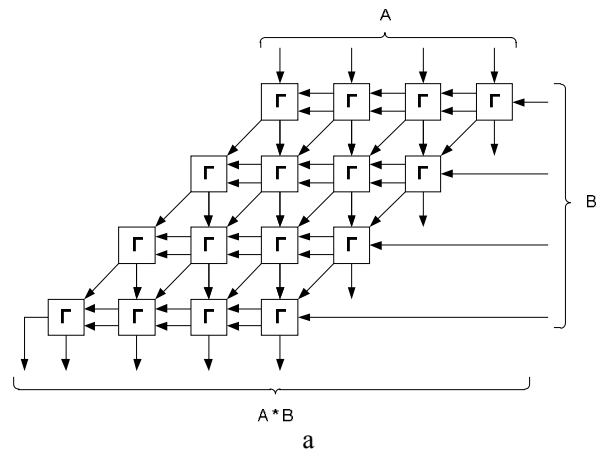


Рис. 2. а – перемножувач з горизонтальним переносом, б – структура комірки матриці (комірка Гілда), в – максимальний шлях розповсюдження сигналу

Тому, для спрощення аналізу і подальшої модифікації схеми, доцільно не показувати на рисунку лінії нульового шару. На рисунку (рис. 3) показана схема без вхідних ліній нульового шару, але матриця кон'юнкцій збережена у комірках Гілда. Внутрішня структура комірки та максимальний критичний шлях сигналу такі самі, як показано на рис. 2, б, в.

З метою зменшення часової складності вихідну матрицю можна модернізувати:

По-перше, вхідні комірки першого горизонтального ряду можна замінити схемами кон'юнкції, як показано на рисунку (рис. 4. а). В результаті зменшується часова, апаратна та зв'язкова складність, але збільшується структурна.

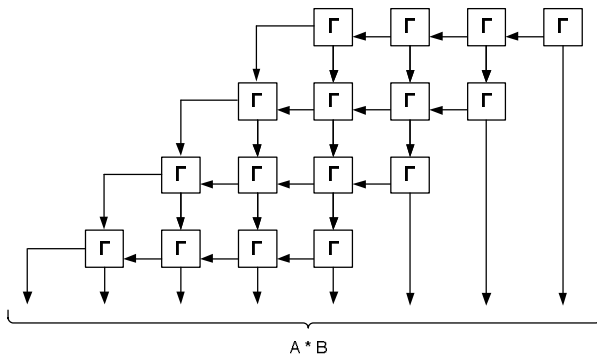


Рис. 3. Схема пристрою множення без вхідних ліній нульового шару

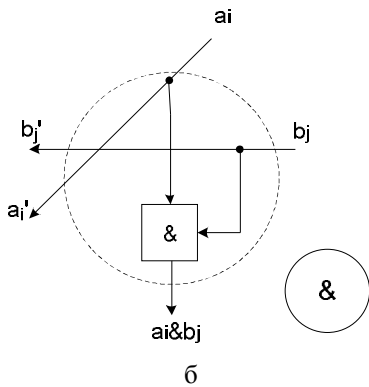
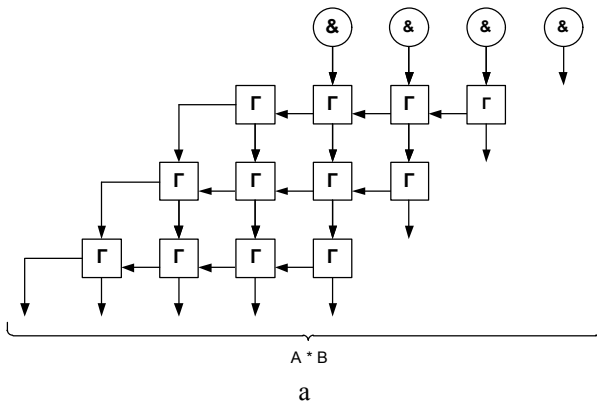


Рис. 4. а – схема пристрою множення із заміною першого ряду комірок матриці схемами кон'юнкцій, б – структура комірки кон'юнкції

По-друге, правий діагональний ряд комірок, можна замінити напівсуматорами, у зв'язку з тим, що на входи цих комірок не подаються сигнали переносу з попередніх комірок, так як її не існує.

Модернізована схема, та внутрішня структура комірок напівсуматора (Н) зображені на рисунку (рис. 5, а, б). Внутрішня структура комірки Гілда та комірки кон'юнкції такі самі, як і в попередньому випадку (рис. 2, б, рис. 4, б).

Підрахунки структурної складності полегшуються, якщо розбити структуру на модулі. Варіанти такого розбиття зображені на рисунку (рис.6а, б), відповідно до схем (рис. 4, а, рис. 5, а). На блок-схемах додатково зображений регістр (rg), на який передається результат.

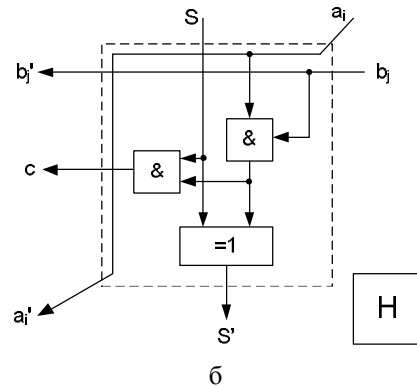
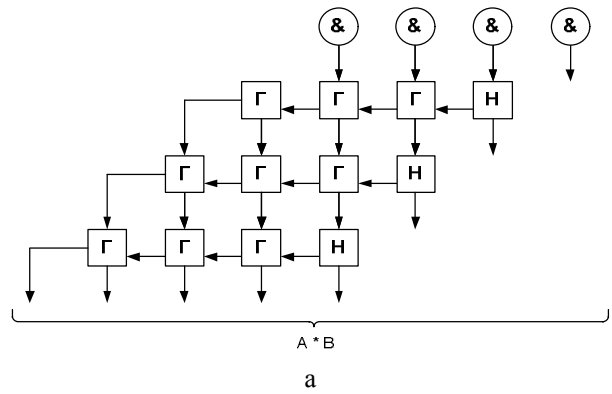


Рис. 5. а – схема пристрою множення із заміною правого діагонального ряду схемою напівсуматора, б – структура комірки напівсуматора

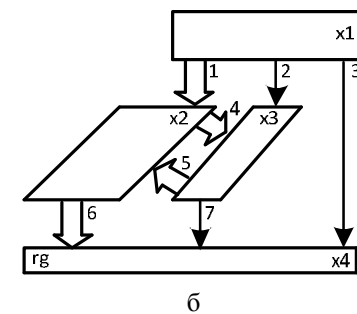
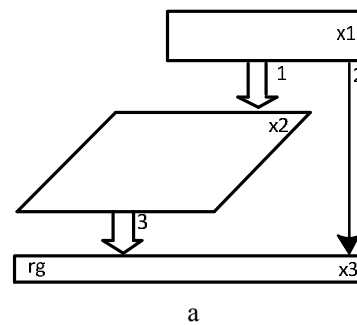


Рис. 6. Блок-схема пристрою множення: а – із комірками кон'юнкцій, б – із комірками напівсуматорами

В процесі розбиття виконується умова: кожний модуль повинен мати всередині однорідну структуру зв'язків, тому їх структурна складність дорівнює нулю. Таке розбиття означає перехід на вищий ієрархічний рівень представлення схеми. Зменшується

кількість вузлів та з'єднань. Схема вже не містить однакових вузлів. Спрощується обчислення структурної складності.

Наступним кроком, у підрахунку структурної складності, є побудова графів кожної із розглянутих структур і аналіз матриць інцидентій.

На рисунку (рис. 7а, б) зображені графи, побудовані згідно з блок-схемами (рис. 6а, б).

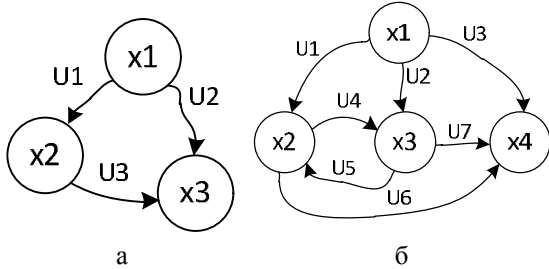


Рис. 7. Граф схеми пристрою множення, зображеного: а – на рис. 6, а; б – на рис. 6, б

	U1	U2	U3
X1	1	1	
X2	-1		1
X3		-1	-1

Рис. 8. Матриця інцидентій до графу (рис. 7, а)

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7
X1	1	1	1				
X2	-1			1	-1	1	
X3		-1		-1	1		1
X4			-1			-1	-1

Рис. 9. Матриця інцидентій до графу (рис. 7, б)

Структурну складність обчислюємо за допомогою матриці інцидентій за виразом [2]:

$$S = -E \cdot \log_2 \frac{E}{x \cdot u} \quad (3)$$

де E - кількість елементів матриці інцидентій системи; x·u - розмір матриці.

Отже провівши всі необхідні обчислення, ми можемо сформуванати таблицю характеристик складності для розглянутих пристроїв множення з горизонтальним переносом (табл. 1).

Розглянуті схеми множення з горизонтальним переносом розрізняються за всіма характеристиками складності. Вибір однієї з них повністю залежить від напрямку використання. Для реалізації у крупносерійних виробках, у яких пристрій множення використовується як самостійний, слабо зв'язаний з іншими вузлами системи, може бути рекомендовані варіанти, наведені на рисунках (рис. 4, а, або рис. 5, а). Ці варіанти мають підвищену швидкодію але збільшену структурну складність. Варіант (рис. 3) привабливий для спрощених, мало розрядних процесорів з малою структурною складністю.

Таблиця 1

Аналіз складності схем пристрою множення з горизонтальним переносом

схема	L	A	U	S
рис. 3	3n-2	n ²	2n ²	0
рис. 4а	3n-4	n ² -n	2n ² -n	3,5
рис. 5а	3n-6	(n-1) ²	2n ² -n	14

4. Матричний пристрій множення з діагональним переносом

На відміну від попереднього, пристрій з діагональним переносом має неоднорідну структуру. Вона складається з матриці комірок Гілда, до якої приєднаний додатковий n розрядний суматор.

Помножувач з діагональним переносом має дві різнотипних комірки, їх схеми показані на рисунку (рис. 11, а, б).

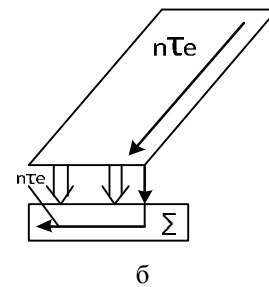
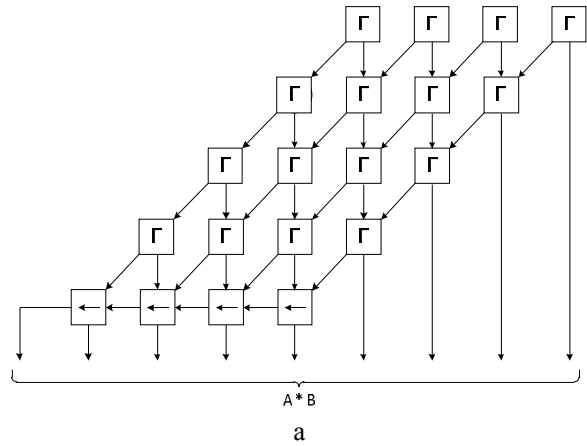


Рис. 10. а – перемножувач з діагональним переносом, б – максимальний шлях розповсюдження сигналу

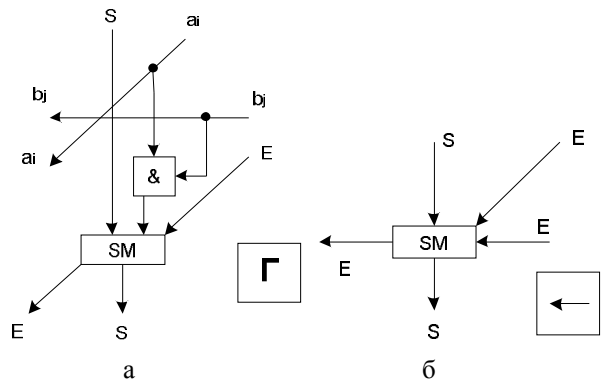


Рис. 11. Структури комірок перемножувача

Часова складність схеми дорівнює кількості комірок Гілда одної діагоналі, та кількості суматорів останнього рядка матриці $L=2n$. Апаратна складність $A = n^2 + n$. Зв'язкова складність, без ліній нульового шару $U = 2(n^2 + n)$.

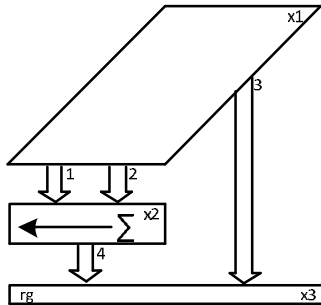


Рис. 12. Блок-схема пристрою множення (рис. 10, а)

Обчислення структурної складності робимо описаним раніше способом. Граф схеми пристрою та матриця інцидентів наведені на рисунку (рис. 13, а, б). Відповідно до формули (3), структурна складність перемножувача (рис. 10, а) $S = 4,7$.

Часову, апаратну та зв'язкову характеристики складності можна покращити. Для цього, вихідну матрицю потрібно оптимізувати [2]. Вхідні комірки першого горизонтального ряду, та лівий вертикальний ряд замінюємо схемами кон'юнкції (рис. 4,б), як показано на рисунку (рис. 14, а).

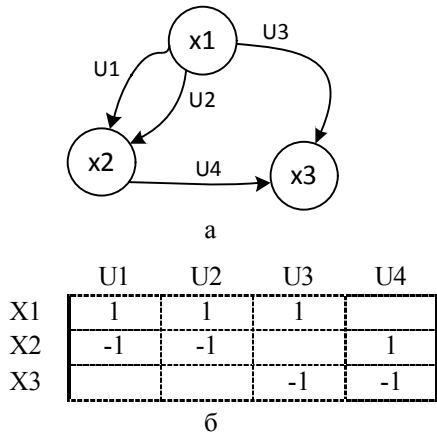


Рис. 13. а – граф схеми пристрою; б – матриця інцидентів

В результаті зменшуються часова ($L = 2n - 2$), апаратна ($A = n^2 - n$) та зв'язкова ($U = 2n^2 - 1$) складність, але збільшується структурна.

Відповідно до матриці інцидентів (рис. 1, б), згідно формулі (3) структурна складність оптимізованого пристрою множення з діагональним переносом $S = 21,1$. Проаналізувавши наведені схеми та провівши необхідні обчислення характеристик складності можемо сформулювати порівняльну таблицю для розглянутих пристроїв множення з діагональним переносом.

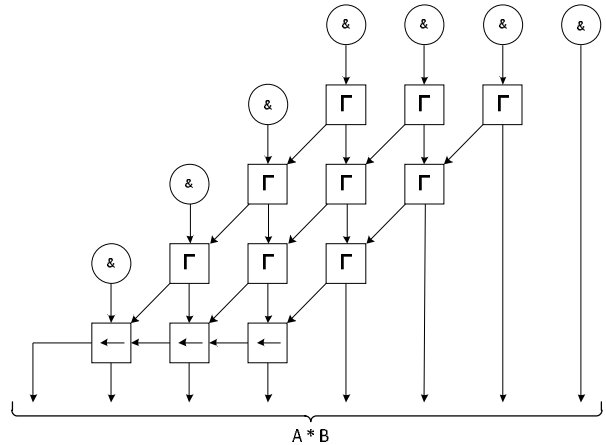


Рис. 14. Оптимізований пристрій множення з діагональним переносом

Розглянуті схеми пристрою множення з діагональним переносом розрізняються за всіма характеристиками складності. Вибір однієї із них залежить від напрямку використання. Для реалізації у виробках, в яких вимагається висока швидкодія, де пристрій множення використовується як слабо зв'язаний з іншими вузлами системи, може бути рекомендований варіант наведений на схемі (рис. 14). Цей варіант має підвищену швидкодюю, але збільшену структурну складність. Варіант (рис. 10, а) привабливий для спрощених, мало розрядних процесорів з малою структурною складністю.

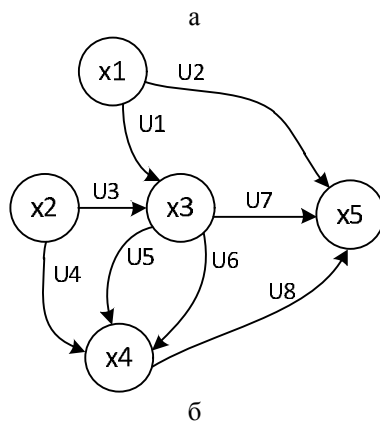
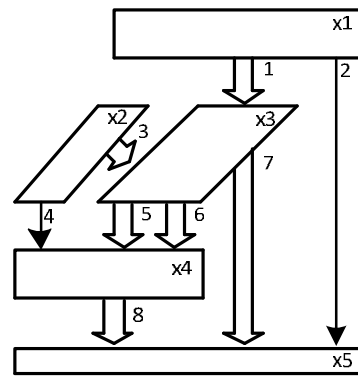


Рис. 15. а – блок-схема оптимізованого пристрою множення (рис. 14), б – граф схеми

	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8
X1	1	1						
X2			1	1				
X3	-1		-1		1	1	1	
X4				-1	-1	-1		1
X5		-1					-1	-1

Рис. 16. Матриця інцидентів графу (рис. 15, б)

Таблиця 2

Аналіз складності схем пристрою множення з діагональним переносом

схема	L	A	U	S
рис. 10а	2n	n ² +n	2(n ² +n)	4.7
рис. 14	2n-2	n ² -n	2n ² -1	21.1

Висновки

1. Використання в процесі аналізу комбінаційних схем (пристроїв множення) характеристик складності Н-моделі алгоритму дозволяє визначати напрямки ефективного застосування проєктованих пристроїв.

2. Описаний спосіб обчислення структурної складності на основі поділу схеми на вузли з однорідною структурою зв'язків суттєво зменшує об'єм розрахунків.

3. Знайшла підтвердження теза про взаємозалежність часової та структурної складностей, показано, що мінімізація часової, апаратної та зв'язкової складностей супроводжується зростанням структурної.

Література

1. Cherkaskyy, M. *H-Model of the Algorithm [Text]* / M. Cherkaskyy, M.H. Khalil // *Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the International Conference TCSET'2006. Ukraine.* – Lviv: Publishing House of Lviv Polytechnic, 2006. – P. 44 – 55.

2. Черкаський, М.В. *Взаємозалежність характеристик складності і надійності обчислювальних систем [Текст]* / М.С. Черкаський // *Радіоелектронні комп'ютерні системи.* – 2008. – Вип. 6 (33). – С. 46 – 51.

Надійшла до редакції 1.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.А. Фурман, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенко, Харків, Україна.

ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛОЖНОСТИ УСТРОЙСТВ УМНОЖЕНИЯ

Н.В. Черкасский, Т.И. Ткачук

Рассматриваются оптимизированные структуры комбинационных матричных устройств умножения специализированных процессоров. Оценка и оптимизация синтезированных структур проведена на основе характеристик сложности Н-модели алгоритма. Использование в процессе анализа комбинационных схем (пристроил умножение) характеристик сложности Н-модели алгоритма позволяет определять направления эффективного применения проектируемых устройств. Описан способ вычисления структурной сложности на основе деления схемы на узлы с однородной структурой связей существенно уменьшает объем расчетов. Нашел подтверждение тезис о взаимозависимости часовой и структурной складностей, показано, что минимизация часовой, аппаратной и связной складностей сопровождается ростом структурной.

Ключевые слова: матричные устройства умножения, Н-модель алгоритма, характеристики сложности.

MULTIPLICATION DEVICES COMPLEXITY CHARACTERISTICS

M.V. Cherkaskyy, T.I. Tkachuk

Optimized structures of specialized processors raman matrix multiplication devices are consider. Evaluation and optimization of the synthesized structures had been based on the H-model algorithm characteristics. The use in the process of analysis of combinational circuits (built on an increase) of descriptions of complication of H-модели of algorithm allows to determine directions of effective application of the designed devices. The method of calculation of structural complication is described on the basis of dividing of chart by knots with the homogeneous structure of connections substantially diminishes the volume of calculations. A thesis found confirmation about interdependence of sentinel and structural складностей, it is rotined that minimization of sentinel, vehicle and liaison of складностей accompanied growth of structural.

Key words: matrix multiplication devices, H-model of algorithm, characteristics of complexity.

Черкаський Микола В'ячеславович – д-р техн. наук, проф. кафедри СКС Національного університету “Львівська політехніка”, e-mail: cherkas3@gmail.com.

Ткачук Тарас Ігорович – аспірант кафедри СКС Національного університету “Львівська політехніка”, e-mail: xaunder@gmail.com.