УДК 004.031.43

Ю.А. ИВАНОВ

Донецкий национальный технический университет, Донецк, Украина

АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ЦИКЛА РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассмотрена циклическая организация вычислительного процесса реального времени для полунатурных систем моделирования динамических объектов. Рассмотрены условия выполнимости и поставлена задача оптимизации цикла реального времени многочастотных моделируемых систем. Предложен алгоритм дискретной оптимизации на основе метода ветвей и границ, учитывающий особенности задачи оптимизации в элиминирующих правилах, который может быть эффективно применен при составлении расписаний вычислительного процесса устройств реального времени и систем полунатурного моделирования

Ключевые слова: *системы полунатурного моделирования, выполнимость цикла реального времени, расписание вычислительного процесса, оптимизация.*

Введение

Расширение классов решаемых задач приводит к анализу сложных процессов управления техническими системами. Во многих случаях автоматические и автоматизированные системы управления техническими объектами являются системами реального времени. Эффективность систем полунатурного моделирования при моделировании динамических систем определяется оптимальностью принимаемых проектных решений на начальных стадиях разработки. Часто в приложениях сложные объекты управления описываются жесткими системами дифференциальных уравнений. Существенное влияние на выбор структуры и параметров цифровой части моделирующей системы при этом оказывает фактор многочастотности фазовых переменных исследуемой модели. Основным вопросом начального проектирования топологии модели является анализ выполнимости процессов реального времени.

1. Задача построения оптимального расписания вычислительного процесса

В работе [1] предложен принцип организации вычислительного процесса для цифровой части (ЦЧ) системы полунатурного моделирования. Вычисляющая часть системы моделирования может характеризоваться следующими особенностями: на ЦЧ поступают циклически n заявок на исполнение, каждой из которых необходимо процессорное время $\tau_i (i = 1, 2, ..., n)$ с директивным периодом $T_i (i = 1, 2, ..., n)$, где n – количество потоков вычисления фазовых переменных. Обработка потоков вычисления происходит циклически, согласованно по периоду полного цикла $T_ц = НОК(T_i)$. Процесс выполнения всех потоков образует цикл реального времени (РВ-цикл) с периодом L. На каждом цикле выполняется доля каждого потока $\Delta_i (0 < \Delta \le 1)$. Для соблюдения директивности сроков заявка будет обработана за $k_i = \left]\frac{T_i}{L}\right[$ РВ-циклов и $\Delta_i = 1/k_i$. В полном цикле будет $k_ц = \left]T_ц/L\right[$ РВ-циклов. Время начала обработки данных в РВ-цикле, определяется как $\beta_j = jL(j \in 0, ..., k-1)$ от начала текущего полного цикла. Соответственно, время завершения обработки данных: $\gamma_j = jL(j \in 1, ..., k)$ от начала текущего полного цикла.

Рассмотрим соотношения необходимые для реализации вычислительного процесса:

Пусть, α_j – момент поступления в систему j-ой заявки, β_j – момент начала выполнения j-го потока, γ_j – время окончания выполнения j-го потока.

1) доли выполнения одного потока на разных РВ-циклах будем считать одинаковыми:

$$(\Delta_i \tau_i)_j = (\Delta_i \tau_i)_{j+r} \quad \left(i = 1, 2, ..., n; j = 1, 2, ...; r = 1, 2, ..., k\right); \qquad (1)$$

2) вычислительный процесс дифференцируется РВ-циклами:

$$\beta_{j+r} = \beta_j + rL(r = 1, 2, ..., k); \qquad (2)$$

3) в каждый момент времени выполняется обработка только одного потока:

$$\left(\sum_{i=1}^{d} \Delta_i \tau_i - \sum_{i=1}^{h+1} \Delta_i \tau_i \ge 0\right) \cup \left(\sum_{i=1}^{h} \Delta_i \tau_i - \sum_{i=1}^{d+1} \Delta_i \tau_i \ge 0\right),$$
$$\left[\forall (d, h)\right]\left\{\left(\beta_d - \gamma_h \ge 0\right) \cup \left(\beta_h - \gamma_d \ge 0\right)\right\}, \qquad (3)$$
$$(h, d = 1, 2, ..., n; h \ne d);$$

4) обработка данных должна завершиться до наступления нового цикла синхронизации:

$$T_ц - \gamma_k \geq 0\,; \tag{4}$$

5) все потоки должны быть обработаны до наступления нового периода обработки:

$$k_i \Delta_i \tau_i \leq T_i\,. \tag{5}$$

Развитием и применением такого метода анализа выполнимости построения вычислительного процесса явились работы зарубежных [2, 3] и отечественных исследователей [4, 5]. Для выполнимости построения расписания также должно выполняться необходимое условие существования такого цикла [6], которое определяет, что суммарное занятие процессорного времени потоками не должно превышать 100%:

$$F^{í} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_i}{T_i} \leq 1\,. \tag{6}$$

Реализация такого РВ-цикла требует определения значения величины L. Она может быть определена из критерия эффективности

$$F = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \Delta_i \tau_i + \frac{T_n}{L} p \underset{L}{\to} \min\,, \tag{7}$$

разработанного в [6], где p – коэффициент, который отражает временные затраты на переключение между потоками. Величина $L \in N$, так как представляет собой значение длительности цикла вычислений, определяющего временной интервал. Максимальное значение L не может быть больше минимального значения периода T_i, потому что согласно $k_i =]T_i/L[$ получим $k_i = 0$, и i-ый поток не будет выполнен. Это условие обеспечивает выполнение ограничения (5). Таким образом, получаем

$$1 \leq L \leq T_1\,. \tag{8}$$

При изменении ограничений на критическое время выполнения будет изменяться, становиться кратным периоду РВ-цикла и будет равно $T_i^{'} = k_i L$. Таким образом, происходит увеличение сложности вычислений из-за уменьшения периода вычисления потока $(T_i^{'} \leq T_i)$. Следовательно, для правильного построения расписания с использованием РВ-циклов, в выражениях (1) – (7) T_i должно быть заменено на $T_i^{'}$.

Для переменной L может быть записана задача оптимизации с функцией оптимизации (7) и учетом ограничений (6) (8):

$$\arg \min_{L=1,2,\ldots,T_1} F(L)\,;$$

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_i}{T_i^{'}} + \frac{np}{L}\,; \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_i}{T_i^{'}} \leq 1; \quad T_i^{'} = \left]\frac{T_i}{L}\right[L; \quad i = \overline{1,n}\,. \tag{10}$$

При такой постановке задачи не учитываются ограничения (1) – (4), т.к. они определяют только порядок следования, а не значения временных характеристик и поэтому не влияют на значение переменной L.

2. Особенности целевой функции задачи РВ-цикла

Особенность целевой функции F (9) в том, что она включает два слагаемых:

$$F^1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_i}{T_i^{'}}, F^2 = \frac{np}{L}\,.$$

Первая часть суммы – F^1 представляет собой коэффициент загрузки процессора при выполнении потоков τ_i. Так как для определения величины $T_i^{'}$ используется операция взятия целой части от деления двух натуральных чисел не обязательно являющихся кратными, то функция F^1 – нелинейно. Минимально допустимое значение F^1 равно значению функции, если период выполнения потока не меняется, т.е. $T_i^{'} = T_i$ и тогда

$$\min(F^1) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_i}{T_i}\,. \tag{11}$$

Исходя из ограничения (6) все значения функции $F^1 > 1$ заведомо не удовлетворяют условиям существования расписания, т.к. в этом случае нагрузка на ЦЧ будет превышать 100%. Второй часть суммы – F^2, представляет собой гиперболу, которая отражает уменьшение затрат процессорного времени на переключение между потоками при увеличении L.

Максимальное значение коэффициента p, определяется из соотношения

$$F^2(L = T_1) = 1 - F^1(L = T_1)\,. \tag{12}$$

Таким образом, если выполняется условие

$$p > \frac{T_1}{T_{ij}}\left(1 - \sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_i}{T_i}\right), \tag{13}$$

то расписание уже не может быть построено.

На основании приведенного выше анализа можно сделать вывод, что задача имеет 2 основные особенности: нелинейную часть F^1; функция F сильно зависит от коэффициента p.

3. Алгоритм решения задачи оптимизации

Задача (9) относится к классу целочисленных задач дискретного программирования. Анализ базовых методов дискретной оптимизации: методов отсечения, венгерского алгоритма решения задачи о назначении, алгоритмов метода ветвей и границ, алгоритмов динамического программирования и приближенных алгоритмов приводит к выводу, учитывая нелинейность задачи, целесообразным будет использовать модифицированный метод ветвей и границ [7]. При этом выполняется поиск оптимального значения F, как пошаговое выборочное суммирование элементов целевой функции, которые формируют полное множество слагаемых (ПМС). В ПМС входят:

1) доли выполнения заявок ($\tau_i / T_i^{'}$, используется для подсчета времени необходимого на выполнения заявок при выбранном периоде РВ-цикла);

2) относительное время переключения контекста на максимальном периоде РВ-цикла (np/T_1 , определяет временные затраты необходимые для переключения между заявками, когда значение L достигает максимума, то есть $L = T_1$);

3) изменение времени переключения контекста при уменьшении периода РВ-цикла (np/L_2L_1 , определяет увеличение времени на обработку переключения задач при уменьшении периода РВ-цикла на единицу).

Алгоритм оптимизации заключается в выполнении следующей последовательности действий:

Шаг 0. Значение функции F полагается равным нулю для всех возможных вариантов L, что отражает тот факт, что пока ни один поток не выбран для рассмотрения.

Шаг 1. Функции F_{r1} присваивается значение ПМС.2, так как данное значение является минимальным и наиболее выгодным среди других величин F_L. В изначально пустое множество текущих слагаемых (МТС) добавляются 2 элемента: n-й элемент $\tau_i / T_i^{'}$ для максимального значения L и изменение времени переключения при уменьшении периода с T_1 до $T_1 - 1$.

Шаг 2. Функции F присваивается значение минимальной целевой функции среди рассматриваемых в данный момент F_L.

Шаг 3. Выполняется последовательное сравнение значений сумм элементов МТС и текущих соответствующих им значений функций F_L между собой. Полученным минимальным значением заменяется предыдущее значение соответствующего F_L. Значение функций F_L имеет ограничения сверху и снизу:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\tau_i}{T_i} \le F_L \le 1 . \qquad (14)$$

Если $F_L > 1$, то для данной функции вычисления больше не выполняются, так как построенное с этим L расписание невыполнимо.

Шаг 4. Обновляется МТС. Согласно элиминирующему правилу из множества исключается добавленный к значению F_L на шаге 3 элемент и добавляется новый. В случае исключения элемента типа $\tau_i / T_i^{'}$ при $i = 1$ вычисления прекращаются, текущее значение F_L является оптимальным и считается окончательным ответом. Иначе, если $i > 1$ в МТС добавляется элемент $\tau_i - 1 / T_i^{'} - 1$. В случае исключения элемента типа np/L_2L_1 $L_1 > 1$, в МТС добавляется элемент np/L_2L_1 для $L_1 = L_1 - 1$; $L_2 = L_2 - 1$; и выполняется переход на шаг 2.

Графически список решений может быть представлен таблицей значений ПМС для всех L (рис. 1). По строкам таблицы отображены элементы ПМС.1, по столбцу – ПМС.3. В правом верхнем углу таблицы – начало отсчета элемент ПМС.2. На основании полученного решения задачи оптимизации (9) определяется оптимальное значение РВ-цикла. По нему вычисляются временные параметры каждого потока, и формируется таблица расписания, которая может быть использована в дальнейшем устройством управления циклом реального времени.

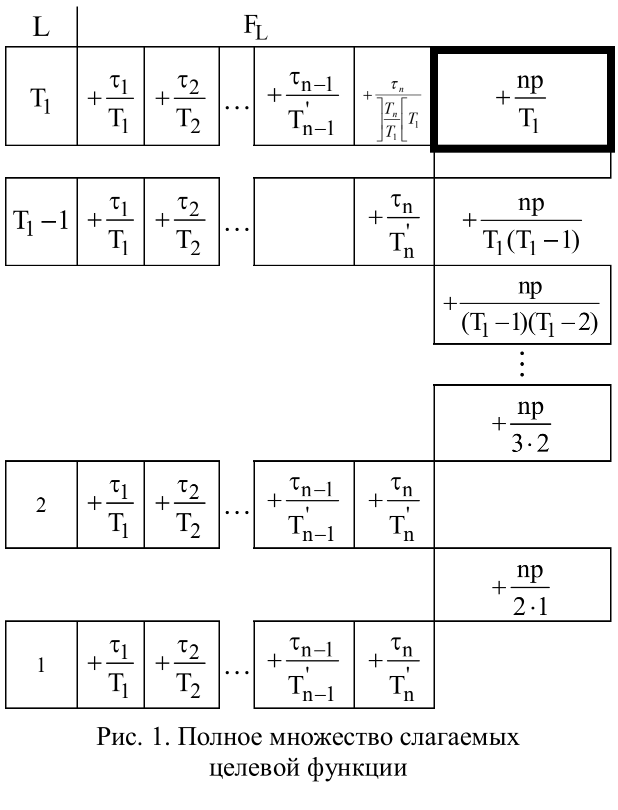

Рис. 1. Полное множество слагаемых целевой функции

Контрольные расчеты показали, что предложенный алгоритм работает верно.

Для предложенного алгоритма были проведены численные эксперименты для тестовых последовательностей и определено сокращение количества вычислений по сравнению с решением данной задачи полным перебором:

1) последовательность произвольных чисел – сокращение 32,4%;

2) последовательность простых чисел – 34,8%;
3) последовательность чисел Фибоначчи – 74%.

Выводы

Предложен алгоритм, разработанный на основе метода ветвей и границ для решения нелинейной целочисленной задачи оптимизации периода РВ-цикла. Элиминирующее правило, которое используется в методе, позволяет значительно сократить объем вычислений. Эффективность метода подтверждается численными прогонами. В худшем случае для нахождения оптимального значения целевой функции будет выполнено $T_1 \cdot (n-1)$ суммирований элементов из ПМС.

Данный метод может быть эффективно применен при составлении расписаний вычислительного процесса устройств реального времени и систем полунатурного моделирования.

Литература

1. Бейлин, А.М. Планирование периодической обработки информации в системе, работающей без прерываний [Текст] / А.М. Бейлин, А.Л. Гильман // Техническая кибернетика, Известия академии наук СССР. – Х., 1973. – С. 125 – 130.

2. Layland, J.W. James Scheduling Algorithms for Multiprocessing in a Hard Real-Time Environment [Text] / J.W. Layland, L L. Chang // Journal of the ACM. – New York: ACM, 1973. – V.20, n. 1. – P. 46 – 61.

3. Kermia, O. Optimizing Distributed Real-Time Embedded System Handling Dependence and Several Strict Periodicity Constraints [Text] / Omar Kermia. – Hindawi Publishing Corporation. Advances in Operations Research. – Le Chesnay Cedex: Hindawi, 2011. – 19 p.

4. Никифоров, В.В. Выполнимость приложений реального времени на многоядерных процессорах [Текст] / В.В. Никифоров // Тр. СПИИ РАН; Под общ. ред. Р. М. Юсупова. – Спб: СПИИРАН, 2009. – Вып. 8. – С. 255 – 284.

5. Гуцалов, Н.В. Анализ выполнимости задач двуядерных приложений реального времени. [Текст] / Н.В. Гуцалов, М.В. Данилов // Обработка информации: системы и методы: Сборник научных статей; под ред. С.С. Садыкова, Д.Е. Андрианова. – М.: Горячая линия–Телеком, 2003. – С. 123-129.

6. Иванов, Ю.А. Анализ выполнения программ при моделировании динамических систем [Текст] / Ю.А. Иванов // Наукові праці ДНТУ. Серія «Проблеми моделювання та автоматизації проектування динамічних систем» (МАП-2012). – Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ». – 2012. – Вип. 1. – С. 45 – 52.

7. Вагнер, Г. Основы исследования операций. Т. 2 [Текст] / Г. Вагнер. – М.: Мир, 1973. – 274 с.

Поступила в редакцию 16.02.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедры АСУ Ю.А. Скобцов, Донецкий национальный технический университет, Донецк, Украина.

АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ЦИКЛУ РЕАЛЬНОГО ЧАСУ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Ю.О. Іванов

Розглянута циклічна організація обчислювального процесу реального часу для систем напівнатурного моделювання динамічних об'єктів. Розглянуті умови виконуваності та поставлена задача оптимізації циклу реального часу багато частотних моделюючих систем. Запропонований алгоритм дискретної оптимізації на основі методу гілок і меж, який враховує особливості задачі оптимізації в елемінуючих правилах, який може бути ефективно застосований при складанні розкладів обчислювального процесу пристроїв реального часу і систем напівнатурного моделювання

Ключові слова: системи напівнатурного моделювання, виконуваність циклу реального часу, розклад обчислювального процесу, оптимізація.

OPTIMIZATION ALGORITHM FOR REAL-TIME PROCESS FOR DYNAMIC SYSTEMS SIMULATION

Y.O. Ivanov

In the paper the process management of the scaled-down real-time systems is analyzed for dynamic objects modeling. The feasibility conditions are estimated, optimization task that determines real-time simulation process parameters for multi-frequency processes is formulated. An algorithm for discrete optimization based on branch and bound method is proposed, it takes into account the features of the optimization problem by elimination rules, which can be effectively applied in the scheduling of the computational process equipment and systems for real-time seminatural simulation.

Key words: scaled-down systems, real-time process feasibility, execution schedule, optimization.

Иванов Юрий Александрович – аспирант кафедры компьютерной инженерии Донецкого Национального технического университета, Донецк, Украина.