УДК 519.873:519.61

В.Ю. ДУБНИЦКИЙ, А.М. КОБЫЛИН, А.И.ХОДЫРЕВ

Харьковский институт банковского дела Университета банковского дела Национального банка Украины

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ РАСЧЁТА НАДЁЖНОСТИ

Предложено определять предельную абсолютную и относительную погрешности расчёта численных значений надёжности типовых структурных схем соединения элементов. Получены выражения для предельной абсолютной и относительной погрешности расчёта, вызванной применением в вычислительном процессе функции интенсивности отказов. Определены предельные абсолютные и относительные погрешности для схемы последовательного и параллельного соединений элементов, для схем с общим и раздельным постоянным резервированием элементов. Для уменьшения величины абсолютной погрешности предложено использовать интервальную арифметику.

Ключевые слова: *теория надёжности, погрешность вычислений, предельная абсолютная погрешность вычислений, предельная относительная погрешность вычислений, интенсивность отказов, последовательное соединение элементов, параллельное соединений элементов, резервирование элементов.*

Введение и анализ литературы

Одна из основных схем определения надёжности невосстанавливаемых изделий – схема Бернулли. Условия, которым она должна удовлетворять, приведены в работе [1]: а) на испытания поступает n (n <∞) однотипных изделий; б) Результатом каждого i-го испытания может быть осуществление только одного из двух возможных исходов: события A_i или противоположного события $\overline{A_i}$; в) вероятность осуществления A_i не зависит от i; г) если событие A осуществится в m испытаниях из n, то его вероятность $p_A = m/n$, вероятность противоположного события $p_{\overline{A}} = 1 - m/n$.

При всей внешней простоте этих выражений их реальное применение связано с большими затруднениями. Эти затруднения вызваны тем, что в процессе испытаний получают оценку $\hat{p}$ случайной величины p . Для определения верхней $p_в$ и (или) нижней его доверительной границы $p_н$ с уровнем значимости α или с доверительной вероятностью $\gamma = 1 - \alpha$ используют уравнения Клоппера-Пирсона, приведенные, например, в работе [3]:

$$\sum_{i=m}^{n} C_n^i p_н^i (1-p_н)^{n-i} = \frac{\alpha}{2} = \frac{1-\gamma}{2} ; \qquad (1)$$

$$\sum_{i=0}^{m} C_n^i p_в^i (1-p_в)^{n-i} = 1 - \frac{\alpha}{2} = \frac{1+\gamma}{2} . \qquad (2)$$

Решение этих уравнений относительно переменных $p_в$ и $p_н$ позволяет найти верхнюю и нижнюю границу доверительного интервала для $\hat{p}$ случайной величины p .Таким образом корни этих уравнений позволяют записать условие

$$P(p_н < p < p_в) \ge \gamma . \qquad (3)$$

Процесс получения численного решения уравнений (1), (2) весьма сложен и требует применения программных средств не входящих в стандартные наборы наиболее распространённых математических программных продуктов. Для практического применения уравнений Клоппера-Пирсона составлены таблицы, приведенные, например, в работах [2] и [3]. Использование в практических вычислениях не величины p, а её оценки $\hat{p}$ приводит к необходимости учёта этого обстоятельства при оценке результатов испытаний, на что было обращено внимание в работах [5, 6]. Важность для практического применения получения численных значений параметров, входящих в условие (3) подтверждается знаменитой дискуссией между А.Н. Колмогоровым [8] и Т.Д. Лысенко [9].

Возникающий при этом доверительный интервал зависит от количества испытанных объектов и уровня доверительной вероятности. Использование этого обстоятельства при проведении дальнейших вычислений, даже в таких фундаментальных работах, как [8…12] не рассмотрено. Однако, не следует считать, что эта проблема вовсе не привлекает внимание исследователей, использование интервальных расчётов при определении надёжности частично рассмотрено в работе [5]. Каких-либо работ, в которых непосредственно рассматривалась бы проблема учёта в расчётах надёжности неопределённости, вызванной наличием доверительных интервалов при оценивании надёжности элементов по схеме Бернулли, авторам найти не удалось.

Первичным источником вычислительной погрешности, в рамках данной работы, примем неопределённость, обусловленную условиями проведения испытаний по оцениванию надёжности изделий. В работе [13] приведены данные численного моделирования величины доверительного интервала параметра биномиального распределения при различных условиях проведения эксперимента. В работе [14] получены выражения для определения предельной абсолютной (ПАП) и предельной относительной (ПОП) погрешности определения численного значения величины надёжности в зависимости от величины доверительного интервала оценивания надёжности. В этой работе надёжность схемы P представлена в виде функции аргумента p – надёжности элемента схемы, то есть в виде P = f(p). То есть величина надёжности имеет вид некоей стационарной функции. Значительно более реалистичным можно считать способ определения надёжности в виде P=φ (λ,t), где λ – функция интенсивности отказа, t –длительность проведения испытаний.

Источником неопределённости получаемого в этом случае результата будет ширина доверительного интервала оценки величины λ. Способ его определения описан в работе [15].

Каких-либо работ, в которых непосредственно рассматривалась бы проблема учёта в расчётах надёжности неопределённости, вызванной наличием доверительных интервалов при оценивании надёжности элементов по схеме Бернулли, авторам найти не удалось.

Постановка задачи и изложение результатов

На первом этапе работы был проведен мысленный эксперимент, соответствующий схеме Бернулли и состоявший в том, что в сериях из 10, 100 и 1000 опытов некое событие, истолкованное, как отказ (неуспех) произошло 1, 10, 100 раз. Таким образом, вероятность величины отказа была во всех опытах постоянной. Используя таблицы, приведенные в работе [3], принятые в дальнейшем в качестве эталонных, были определены доверительные интервалы оценки вероятности противоположного события (успеха). Доверительные интервалы оценки $\hat{p}$ случайной величины p определены с уровнем значимости α=0,1; 0,05; 0,025; 0,01; 0,005; 0,001 или с доверительной вероятностью γ=1-α=0,9; 0,95; 0,975; 0,99; 0,995; 0,999. Результаты этого моделирования показаны на рис. 1.

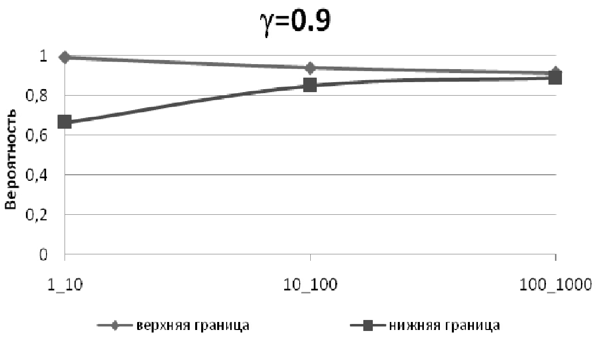

Рис. 1. Изменение границ доверительного интервала в зависимости от условий опыта и уровня доверительной вероятности γ=0,9

Подобные графики были получены для остальных значений величины γ и приведены в работе [13]. Из графика, приведенного на рис.1, следует, что ширина доверительного интервала нелинейно убывает с уменьшением числа испытаний.

Процесс вычисления величины P_{cx}, надёжности заданной схемы, можно представить в виде:

$$P_{cx} = Lp\,, \tag{4}$$

где L – оператор, вид которого определён структурой схемы, p – надёжность элементов схемы, которая не для всех её элементов может быть одинакова. Тогда вычислительная погрешность расчёта надёжности схемы полностью определяется шириной доверительного интервала оценки $\hat{p}$ случайной величины p. Для дальнейшего анализа качества аппроксимаций А1-А12 использовали величину

$$\Delta = p_{в} - p_{н}\ . \tag{5}$$

В условии (5) приняты следующие обозначения: Δ – ширина доверительного интервала, $p_{в}$ и $p_{н}$ -его верхняя и нижняя границы.

При таком подходе относительная ошибка

$$\delta P = \Delta P / P\ . \tag{6}$$

Результаты её расчёта приведены в табл.1

В этой таблице принято, что условное обозначение a/b означает, что в b опытах, условия проведения которых соответствовали схеме Бернулли, вышло из строя a изделий.

Из приведенных расчётных данных следует, что при малых выборках и высоких уровнях доверительной вероятности относительные ошибки в определении вероятности безотказной работы могут быть весьма велики.

Рассмотрим основные схемы теории надёжности, а именно: последовательную схему соединения элементов, параллельную схему соединения элементов, схему с общим постоянным резервированием, схему с раздельным постоянным резервированием, мостиковую схему.

Таблица 1

Относительная ошибка δP определения вероятности безотказной работы

Условия эксперимента	Уровень доверительной вероятности γ						
	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,9975	0,999
1/10	0,36	0,43	0,49	0,56	0,60	0,64	0,69
10/100	0,09	0,12	0,14	0,16	0,17	0,19	0,21
100/1000	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06	0,06	0,07

Примем, что:

1) все элементы в этих схемах невосстанавливаемые,

2) надёжность всех элементов, входящих в состав указанных схем равная. Формулы для расчёта надёжности этих схем даны в работе [14],

3) будем рассматривать полученный доверительный интервал оценки надёжности элемента указанных схем как её абсолютную ошибку ΔP,

4) примем, что надёжность схемы Pcx есть известная функция величины p-надёжности элемента данной схемы. Тогда можно считать, что Pcx=f(p).

5) вид функции известен и определяется анализируемой схемой соединения элементов.

Следовательно, для указанных выше схем соединений элементов необходимо найти абсолютную и относительную оценки погрешности функции надёжности как функцию абсолютной погрешности надёжности элемента.

Из теории приближенных вычислений [15] известны следующие соотношения: абсолютная погрешность определения надёжности схемы ΔP_{cx} может быть вычислена по условию

$$\Delta P_{cx} = \left|\frac{dP_{cx}}{dP}\right| \cdot |\Delta P|\,; \qquad (7)$$

относительная погрешность определения надёжности схемы δP_{cx} может быть определена по формуле:

$$\delta P_{cx1} = \left|\frac{d}{dp} \cdot \ln P_{cx}\right| \cdot |\Delta P| \qquad (8)$$

или по формуле:

$$\delta P_{cx2} = \left|P \cdot \frac{d \cdot \ln P_{cx}}{dP}\right| \cdot \delta P\,. \qquad (9)$$

Отличие между формулами (8) и (9) в том, что относительная погрешность вычисления надёжности схемы в первом случае есть функция абсолютной погрешности, входящих в неё элементов, во втором – относительной погрешности. Поэтому формулу (8) целесообразно применять на стадии рабочего проектирования, когда абсолютные погрешности в определении надёжности элементов известны, формулу (9) на стадии эскизного проектирования.

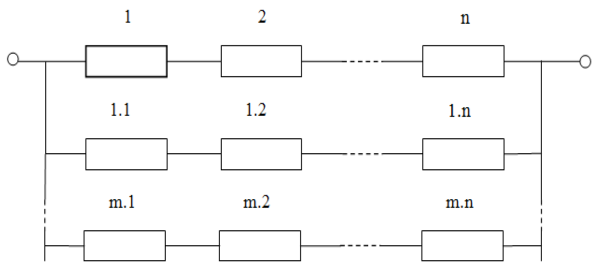

Рис. 2. Структурная схема системы с общим постоянным резервированием

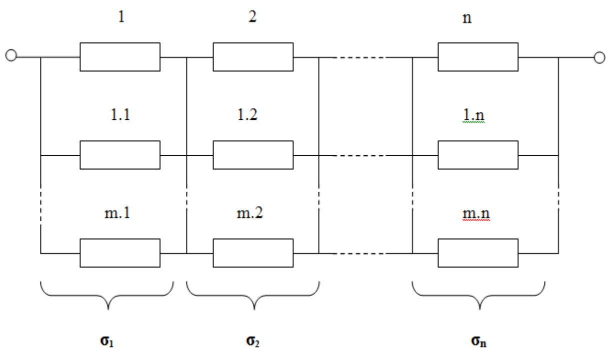

Рис. 3. Структурная схема системы с раздельным постоянным резервированием

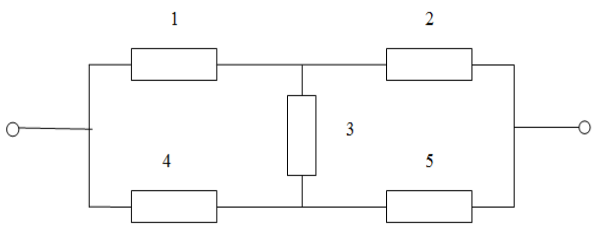

Рис. 4. Схема мостикового соединения

Полученные в соответствии с выражениями (7) и (8) расчётные формулы приведены в табл. 2.

В этой таблице приняты следующие обозначения: n – количество равнонадёжных элементов в цепи, m – количество цепей.

В схеме мостикового соединения также принято, что все элементы равнонадёжны.

Таблица 2

Предельная относительная погрешность расчёта надежности
для основных структурных схем соединения элементов

Тип схемы	Расчётные формулы		
	Надёжность P	Предельная абсолютная погрешность расчёта надежности	
Последовательное соединение элементов	$P_{cx} = p^n$	$\Delta P_{cx} = \left\| n \cdot p^{n-1} \right\| \cdot \Delta P$	$\delta P_{cx} = \frac{n}{p} \cdot \Delta P$
Параллельное соединение элементов	$P_{cx} = 1-(1-p)^n$	$\Delta P_{cx} = n(1-p)^{n-1} \cdot \Delta P$	$\delta P_{cx} = \left\| \frac{n \cdot (1-p)^{n-1}}{1-(1-p)^n} \right\| \cdot \left\| \Delta P \right\|$
Общее постоянное резервирование	$P_{cx} = 1-\left[1-p^n\right]^{m+1}$	$\Delta P_c = \left\| np^{n-1}\left(1-p^n\right)^m (m+1) \right\| \cdot \Delta P$	$\delta P_{cx} = \left\| \frac{np^{n-1}\left(1-p^n\right)^m (m+1)}{1-\left(1-p^n\right)^{m+1}} \right\| \cdot \Delta P$
Раздельное постоянное резервирование	$P_{cx} = \left(1-(1-p)^{m+1}\right)^n$	$\Delta P_{cx} = \Delta P \times$ $\times \left\| n(1-p)^m \left(1-(1-p)^{m+1}\right)^{n-1} (m+1) \right\|$	$\delta P_{cx} = \left\| \frac{n(1-p)^m (m+1)}{1-(1-p)^{m+1}} \right\| \cdot \Delta P$
Мостиковое соединение	$P_{cx} = 2p^5 - 5p^4 + 2p^3 + 2p$	$\Delta P_{cx} = \left\| 10p^4 - 20p^3 + 6p^2 + 4p \right\| \cdot \Delta P$	$\delta P_{cx} = \left\| \frac{2(p-1)\left(5p^2-5p-2\right)}{p\left(2p^3-5p^2+2p+2\right)} \right\| \cdot \Delta P$

В расчётах, результаты которых показаны в табл. 2, надёжность схемы P представлена в виде функции аргумента p – надёжности элемента схемы, то есть в виде P=f (p).

То есть величина надёжности имеет вид некоей стационарной функции.

Значительно более реалистичным можно считать способ определения надёжности в виде P=φ(λ,t), где λ - функция интенсивности отказа, t-длительность проведения испытаний.

Источником неопределённости получаемого в этом случае результата будет ширина доверительного интервала оценки величины λ. Способ его определения описан в работе [17].

Рассмотрим функцию надёжности вида P=φ(λ,t). Следуя работе [15] предельную абсолютную погрешность (ПАП) представим в виде:

$$\Delta P = \left|\frac{\partial P}{\partial \lambda}\right| \Delta\lambda + \left|\frac{\partial P}{\partial t}\right| \Delta t . \qquad (10)$$

Предельную относительную погрешность представим в виде:

$$\delta_P = \left|\frac{\partial}{\partial \lambda} \ln P\right| \Delta\lambda + \left|\frac{\partial}{\partial \lambda} \ln P\right| \Delta t \qquad (11)$$

или в виде:

$$\delta_P = \left|\lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} \ln P\right| \delta\lambda + \left|t \frac{\partial}{\partial t} \ln P\right| \delta t . \qquad (12)$$

Сравним выражения (10) и (11). В условие (10) входят ПАП аргументов. Эти значения принимаем равными ширине доверительных интервалов соответствующих аргументов, определяемых методами математической статистики. В условие (11) входят ПОП аргументов, для определения которых требуется знание точных значений аргументов, нам неизвестных. В силу этого в дальнейшем будем использовать представление (10).Для упрощения записи введём следующие обозначения:

$$\text{ПАП} (\lambda)=\left|\frac{\partial P}{\partial \lambda}\right| \Delta\lambda ;$$

$$\text{ПАП} (t)=\left|\frac{\partial P}{\partial t}\right| \Delta t ;$$

$$\text{ПОП} (\lambda)=\left|\frac{\partial}{\partial \lambda} \ln P\right| \Delta\lambda ,$$

$$\text{ПОП} (t)= \left|\frac{\partial}{\partial \lambda} \ln P\right| \Delta t . \qquad (13)$$

Тогда в новых обозначениях получим, что величина предельной абсолютной погрешности численного значения надёжности схемы:

$$\Delta P = \text{ПАП} (\lambda) + \text{ПАП}(t). \qquad (14)$$

Величина предельной относительной погрешности численного значения надёжности схемы

$$\delta_P = \text{ПОП} (\lambda) +\text{ПОП}(t). \qquad (15)$$

При определении надёжности схемы с использованием функции интенсивности отказов аргумент t принимают детерминированным, хотя при получении её оценки, тем более, при расчёте величины доверительного интервала этой оценки следует учитывать погрешности, привносимые измерением времени наступления отказа. Отметим, что подобный анализ выходит за рамки данного исследования, поэтому в дальнейшем изложении внимание будет сосредоточено на определении величин ПАП (λ) и ПОП(λ). Тогда получим, что:

$$\Delta P = \text{ПАП}(\lambda) \quad (16)$$

$$\text{и } \delta_P = \text{ПОП}(\lambda). \quad (17)$$

Для обоснования актуальности работы рассмотрим численный пример. Без ограничения общности примем здесь и в дальнейших расчётах, что $\lambda = 1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{час}}$, предполагаемое время работы элемента равно одному году, то есть t=8760 час, закон распределения времени безотказной работы элемента экспоненциальный, интенсивность отказов каждого i-го элемента $\lambda_i = \lambda$ для всех i=1,2,…n, ПАП(λ)= $\pm 1,05\lambda$.

Тогда получим, что вероятность безотказной работы в течение указанного времени будет равна:

$$P = \exp(-\lambda t) = \exp(-1 \cdot 10^{-5} \cdot 8760) = 0,9161 .$$

ПАП для этого случая, согласно условию (4), будет равна:

$$\Delta P = \left| -t \exp(-t\lambda \right| \Delta\lambda . \quad (18)$$

Условно примем, что ПАП(λ)=(1,05)λ. Так, как по условию задачи t величина неотрицательная, то

$$\text{ПАП}(\lambda) = 8760 \cdot 0,9161 \cdot 1 \cdot 10^{-5} (1 + 0,05) = 0,0843 .$$

Следовательно, действительное значение надёжности **P** будет принадлежать интервалу

$$P - \text{ПАП}(\lambda) \le \mathbf{P} \le P + \text{ПАП}(\lambda); \quad (19)$$

В условиях нашего примера это означает, что:

$$0,8318 \le \mathbf{P} \le 1.$$

Из этого простейшего примера следует, что игнорирование погрешностей, вносимых вычислительным процессом, может привести к серьёзным отклонениям в оценке надёжности как отдельного элемента, так и схемы в целом. В дальнейшем анализе рассмотрим определение ПАП(λ) и ПОП(λ) для схем, указанных в табл. 2. Надёжность нерезервированной невосстанавливаемой системы, состоящей из n последовательно соединённых элементов определим из выражения, приведенного в [14, с. 94]:

$$P_1(t) = \exp(-n\lambda t) . \quad (20)$$

В соответствии с условием (13) получим, что:

$$\text{ПАП}\left(P_1(t)\right) = \left| -nte^{-nt\lambda} \right| \Delta\lambda \quad (21)$$

$$\text{и } \text{ПОП}\left(P_1(t)\right) = \left| -nt \right| \Delta\lambda . \quad (22)$$

Выполнив расчёт величины численного значения предельной абсолютной погрешности при n=10 и ранее определённых численных значения остальных, входящих в выражение (13) переменных получим, что предельная абсолютная погрешность вычисления вероятности времени безотказной работы в течение года составит ΔP=0,38.

С учётом расчётного времени безотказной работы в течение года P=0,42 действительное значение надёжности P будет принадлежать интервалу $0,04 \le P \le 0,79$.

Выполнив расчёт величины численного значения предельной абсолютной погрешности при n=10 и ранее определённых численных значения остальных, входящих в выражение (14) переменных получим, что предельная абсолютная погрешность вычисления вероятности времени безотказной работы в течение года составит ΔP = 0,38. С учётом расчётного времени безотказной работы в течение года P = 0,42 действительное значение надёжности P будет принадлежать интервалу $0,04 \le P \le 0,79$. Далее символ времени t для упрощения записи будем опускать.

Для схемы с общим постоянным резервированием, показанной на рис. 2, вероятность безотказной работы определим из условия:

$$P_2 = 1 - \left[1 - e^{-\lambda nt}\right]^{m+1} . \quad (23)$$

Тогда из условия (13) получим, что:

$$\text{ПАП}\left(P_2\right) = \left| -nte^{-nt(m\lambda+\lambda)} \cdot (m+1)\left(e^{nt\lambda} - 1\right)^m \right| \Delta\lambda \quad (24)$$

$$\text{и } \text{ПОП}\left(P_2\right) = \left| \frac{nt(m+1)\left(e^{nt\lambda} - 1\right)^m}{\left(e^{nt\lambda} - 1\right)^{m+1} - e^{nt\lambda(m+1)}} \right| \Delta\lambda . \quad (25)$$

В условиях ранее рассмотренного численного примера при $m = 3$ получим, что вероятность безотказной работы такой схемы в течение года P=0,88; предельная абсолютная погрешность оценки этой вероятности для условий нашего примера ПАП(P2) = 0,33. Тогда интервал возможных значений величины P будет ограничен условием

$$0,58 \le 0,88 \le 1 .$$

Интенсивность отказов системы в этом случае в соответствии с работой [14, С.107] определим исходя из выражения:

$$\Lambda_1 = \frac{n(m+1)\left(1-e^{-n\lambda t}\right)^m n\lambda e^{-n\lambda t}}{1-\left(1-e^{-n\lambda t}\right)^{m+1}}. \quad (26)$$

В условии (26) и далее в аналогичных случаях принято вместо символа $\Lambda(t)$ использовать только символ Λ.

Тогда, выполнив необходимые преобразования получим, что:

$$\Lambda_1 = \frac{K_1\left(1-e^{-n\lambda t}\right)^m n\lambda e^{-n\lambda t}}{1-\left(1-e^{-n\lambda t}\right)^{m+1}}, \quad (27)$$

где $K_1 = n(m+1)$.

Тогда предельная абсолютная и относительная погрешности интенсивности отказов схемы в целом могут быть представлены как функции интенсивности отказов каждого элементов и их предельных абсолютных и относительных погрешностей.

Величину ПАП (Λ_1) представим в виде:

$$\text{ПАП}(\Lambda_1) = \left|\frac{AB-C}{C^2}\right|\Delta\lambda, \quad (28)$$

где: $A = kn\left(e^{nt\lambda}-1\right)^{m-1}\cdot\left(e^{nt\lambda}-1\right)^{m+1}$, (29)

$$B = e^{nt\lambda}(nt\lambda-1)+1, \quad (30)$$

$$C = e^{nt(m\lambda+\lambda)}\left(e^{nt\lambda}(nt\lambda-1)-nt(m\lambda-\lambda)+1\right), \quad (31)$$

$$D^2 = \left[\left(e^{nt\lambda}-1\right)^{m+1}-e^{nt(m\lambda+\lambda)}\right]^2. \quad (32)$$

Предельную относительную погрешность в этом случае следует определять из условия:

$$\text{ПОП}(\Lambda_1) = \left|\frac{E-F}{G}\right|\Delta\lambda. \quad (33)$$

В выражении (30) принято,

что: $E = \left(e^{nt\lambda}-1\right)^{m+1}\left(e^{nt\lambda}(nt+\lambda-1)+1\right)$, (34)

$$F = e^{nt(m\lambda+\lambda)}\left(e^{nt\lambda}(nt\lambda-1)-mnt\lambda-nt\lambda+1\right), \quad (35)$$

$$G = \lambda\left(1-e^{nt\lambda}\right)\left(\left(e^{nt\lambda}-1\right)^{m+1}-e^{nt\lambda(+1)}\right). \quad (36)$$

Для высоконадёжных систем, то есть тех, для которых справедливо представление вида:

$$P \approx 1-n\lambda t, \quad (37)$$

надёжность структурной схемы, показанной на рис.1 может быть определена по условию вида:

$$P_3 = 1-(n\lambda t)^{m+1}. \quad (38)$$

Исходя из условия (11) получим, что:

$$\text{ПАП}(P_3) = \left|-nt(m+1)(nt\lambda)^m\right|\Delta\lambda, \quad (39)$$

$$\text{ПОП}(P_3) = \left|\frac{nt(m+1)(nt\lambda)^m}{(nt\lambda)^{m+1}-1}\right|\Delta\lambda. \quad (40)$$

Используя представление (34) преобразуем условие (28) к виду:

$$\Lambda_{(2)} = \frac{(n\lambda t)^{m+1}(m+1)t^m}{\sum_{i=0}^{m}(n\lambda t)^i}. \quad (41)$$

В этом случае выражение для определения предельной абсолютной погрешности интенсивности отказов схемы, показанной на рис. 1, примет вид:

$$\text{ПАП}(\lambda_2) = \left|\frac{nt^{m+1}(m+1)^2(nt\lambda)^m\sum_{i=0}^{m}(n\lambda t)^i\sum_{i=0}^{m}(n\lambda t)^i-(n\lambda t)^{m+1}(m+1)t^m\sum_{i=0}^{m}i(nt)^i\lambda^{i-1}}{\left(\sum_{i=0}^{m}(n\lambda t)^i\right)^2}\right|\Delta\lambda. \quad (42)$$

Рассмотрим решение аналогичных задач для схемы с раздельным постоянным резервированием показанной на рис.3. Вероятность её безотказной работы определим по условию:

$$P_4 = \left[1-\left(1-e^{\lambda t}\right)^{m+1}\right]^n. \quad (43)$$

Тогда выражения для определения предельной абсолютной и относительной погрешности вычисления величины P_4 примут вид:

$$\text{ПАП}(P_4) = \Big|-nte^{nt\lambda(m+1)}(m+1)\Big(e^{t\lambda(m-1)} - -\left(e^{t\lambda}-1\right)^{m+1}\Big)^{n-1}\left(e^{t\lambda}-1\right)^m\Big|\Delta\lambda; \quad (44)$$

$$\text{ПОП}(P_4) = \left| \frac{nt(m+1)\left(e^{t\lambda}-1\right)^m}{\left(e^{t\lambda}-1\right)^{m+1} - e^{t\lambda(m+1)}} \right| \Delta\lambda . \quad (45)$$

Выражения для определения предельной абсолютной и относительной погрешности вычисления величины Λ примут вид:

$$\text{ПАП}(\Lambda_3) = $$
$$= \left| \frac{n(t\lambda)^m (m+1)\left((t\lambda)^{m+2} + m(1-t\lambda) - 2t\lambda + 1\right)}{\left((t\lambda)^{m+1}-1\right)^2} \right| \Delta\lambda; \quad (46)$$

$$\text{ПОП}(\Delta_3) = \left| \frac{(t\lambda)^{m+2} + m(1-t\lambda) - 2t\lambda + 1}{\lambda(t\lambda-1)\left((t\lambda)^{m+1}-1\right)} \right| \Delta\lambda . \quad (47)$$

Для высоконадежных систем, то есть таких, для которых выполняется условие (37) вероятность безотказной работы, согласно работе [14] можно записать в виде:

$$P_5 = e^{-\lambda nt}(1+\lambda nt) . \quad (48)$$

Тогда предельная абсолютная ошибка вычисления величины (45) может быть вычислена по формуле:

$$\text{ПАП}(P_5) = \left| -n^2 t^2 \lambda e^{-\lambda nt} \right| \Delta\lambda , \quad (49)$$

Предельная относительная ошибка вычисления величины (45) может быть вычислена по формуле:

$$\text{ПОП}(P_5) = \left| -\frac{n^2 t^2 \lambda}{nt\lambda + 1} \right| \Delta\lambda . \quad (50)$$

Выполнив вычисления по формулам при условиях, совпадающих с ранее выбранными, получим, что: вероятность безотказной работы такой схемы в течение года P=0,78; предельная абсолютная погрешность оценки этой вероятности для условий нашего примера ПАП(P6)=0,33. Тогда интервал возможных значений величины P будет ограничен условием

$$0,46 \le 0,78 \le 1.$$

Косвенным подтверждением возможности получения подобных результатов служит то, что даже в таких ответственных измерительных приборах, рентгенометры, например ДП-5, паспортный модуль предельной относительной погрешности равен 30%. [18]

Из приведенных расчётных данных следует, что при малых выборках и высоких уровнях доверительной вероятности относительные ошибки в определении вероятности безотказной работы могут быть весьма велики. Для снижения влияния этого обстоятельства возможно для определения надёжности схем целесообразно применять интервальную арифметику. Обоснование применения методов ин интервальных вычислений приведено в работе [19, 20]. Аксиоматика интервальной арифметики обоснована в работе [9].

Для дальнейшего нам потребуются следующие правила выполнения действий с интервальными числами:

$$[A]+[B] = (a_1,a_2)+(b_1,b_2) = $$
$$= \left[(a_1+b_1),(a_2+b_2)\right]; \quad (51)$$

$$[A]-[B] = (a_1,a_2)-(b_1,b_2) = $$
$$= \left[(a_1-b_2),(a_2-b_1)\right]; \quad (52)$$

$$[A]\cdot[B] = (\min U, \max U);$$
$$U = (a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2); \quad (53)$$

$$[A]/[B] = (a_1,a_2)\cdot\left(\frac{1}{b_2},\frac{1}{b_1}\right), \quad 0 \in [b_1,b_2] \quad (54)$$

Для проведения расчётов по надёжности выбранных схем в режиме интервальной арифметики был разработан специализированный программный калькулятор, один из интерфейсов которого показан на рис.4.

Из рисунка 4 видно, что полученные при таком подходе границы предельных абсолютных погрешностей определения расчётной надёжности меньше, чем при использовании традиционного подхода, основанного на статистических методах.

Выводы

1. Показано, что источником вычислительной погрешности, возникающей при расчёте времени безотказной работы схемы служит неопределённость, возникающая вследствие статистического оценивания параметра интенсивности отказов.

2. Получены выражения для предельной абсолютной и относительной погрешности определения времени безотказной работы основных схем теории надёжности.

3. Получены выражения для предельной абсолютной и относительной погрешности интенсивности отказов схемы, возникающей вследствие статистического оценивания параметра интенсивности отказов элементов схемы.

4. Для уменьшения величины абсолютной погрешности предложено использовать интервальную арифметику.

5. Для выполнения расчётов в режиме интервальной арифметики разработан специализированный программный калькулятор.

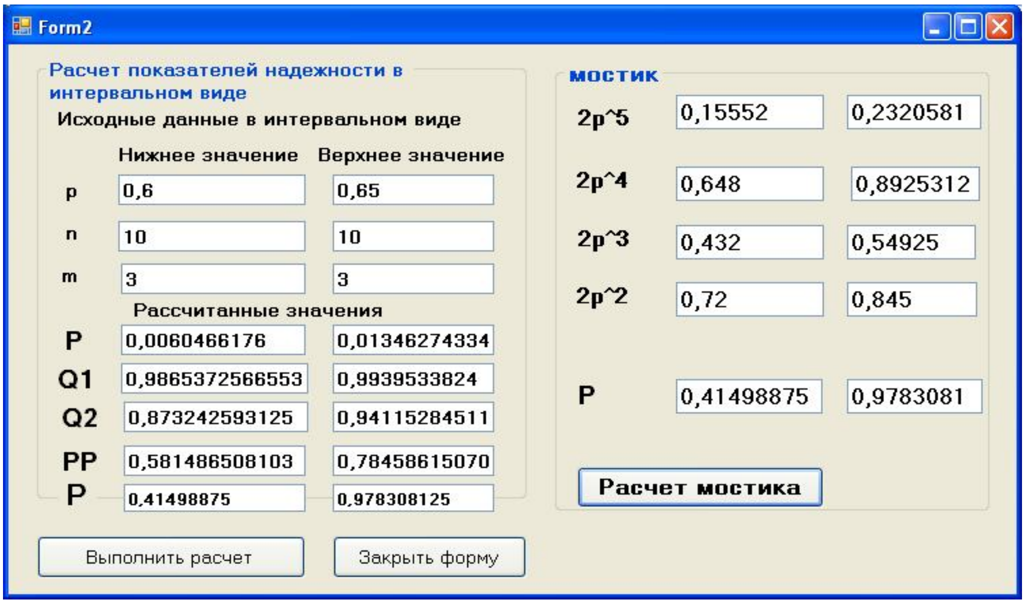

Рис. 4. Интерфейс специализированного программного калькулятора для проведения расчётов по надёжности в режиме интервальной арифметики

Литература

1. *Судаков, Р.С. Испытания технических систем: Выбор объёмов и продолжительности [Текст] / Р.С. Судаков. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.*

2. *Большев, Л.Н. Таблицы математической статистики. [Текст] / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – М.: Наука,1983. – 416 с.*

3. *Статистические задачи отработки систем и таблицы для числовых расчётов показателей надёжности [Текст] / под ред. Р.С. Судакова. – М.: Высш. школа, 1975. – 604 с.*

4. *Безопасность критических инфраструктур: математические и инженерные методы анализа и обеспечения [Текст] / под ред. В.С. Харченко. – Х., Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2011. – 641 с.*

5. *Гусев, Л.А. Об интерпретации неразличимости в задаче интервальной оценки неизвестной вероятности [Текст] / Л.А. Гусев // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 8. – С. 38 – 48.*

6. *Колмогоров, А.Н. Об одном новом подтверждении законов Менделя [Текст] / А.Н. Колмогоров // Доклады Академии Наук СССР. – 1940. – Т. XXVII, № 1. – С. 13 – 21.*

7. *Лысенко, Т.Д. По поводу статьи академика А.Н. Колмогорова [Текст] / Т.Д. Лысенко // Доклады Академии Наук СССР. – 1940. – Т. XXVIII, № 9, – С. 22 – 34.*

8. *Надёжность и эффективность в технике: Справочник. В 10 т. [Текст]. – М.: Машиностроение, 1990. – Т. 2. – 280 с.*

9. *Ллойд, Д.К. Надёжность. Организация исследования, методы, математический аппарат. [Текст] / Д.К. Ллойд и М. Липов. –М.: Советское радио, 1964. – 644 с.*

10. *Капур, К. Надёжность и проектирование систем. [Текст] / К. Капур, Л. Ламберсон. – М.: Мир, 1980. – 351 с.*

11. *Надёжность и эффективность в технике: Справочник. В 10 т. [Текст]. – М.: Машиностроение, 1990. – Т. 3. – 320 с.*

12. *Гнеденко, Б.В. Математические методы в теории надёжности. [Текст] / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьёв. – М.: Наука, 1965. – 524 с.*

13. *Дубницкий, В.Ю., Качество оценки параметра биномиального распределения и его влияние на точность решения основных задач теории надежности [Текст] / В.Ю. Дубницкий, А.И. Ходырев // Системи управління, навігації та зв’язку. – 2011.– Вип.4 (20). – С. 71–78.*

14. *Основы построения и проектирования АСУ техническим состоянием летательных комплексов. Ч1. Основы теории надёжности и управления техническим состоянием систем летательных комплексов. [Текст]: учеб. пособ. / под ред. В.С. Харченко. – К.: МО, 1992. – 275 с.*

15. *Амосов, А.А. Вычислительные методы для инженеров. [Текст] / А.А. Амосов, В.Ю. Дубинский, Н.В. Копченова. – М.: Высш. школа, 1994. – 307 с.*

16. *Дубницкий, В.Ю. Зависимость значения надёжности основных схем соединения элементов от величины доверительного интервала параметра биномиального распределения. [Текст] / В.Ю. Дубницкий, А.М. Кобылин // Системи управління, навігації та зв’язку. – 2012. – Вип. 5 (21). – С. 68–75.*

17. *Антонов, А.В. Интервальная оценка характеристик надежности уникального оборудования. [Текст] / А.В Антонов, К.Н Маловик, И.А. Чумаков // Фундаментальные исследования. – 2011. – № 12 (часть 1). – С. 71–76.*

18. Рентгенометр ДП–5. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://lplases.com/ru/dosimetr/16–devices/81–dp5a. – 22.01.2012 г.

19. Кузнецов, В.П. Интервальные статистические модели. [Текст] / В.П.Кузнецов. – М.: Изд. Радио и связь, 1991. – 352 с.

20. Алефельд, Г. Введення в интервальные обчисления. [Текст] / М. Алефельд, Ю. Херцбергер. – М.: Мир, 1987. – 259 с.

Поступила в редакцию 12.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.В. Поморова, Хмельницкий национальный университет, Украина.

ВИЗНАЧЕННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ПОХИБКИ РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ

В.Ю. Дубнцький, А.М. Кобилін, О.І. Ходирев

Запропоновано визначати граничну абсолютну і відносну похибки розрахунку чисельних значень надійності типових структурних схем з'єднання елементів. Отримані вирази для граничної абсолютної і відносної похибки розрахунку, викликаної вживанням в обчислювальному процесі функції інтенсивності відмов. Визначені граничні абсолютні і відносні похибки для схеми послідовного і паралельного з'єднань елементів, для схем із загальним і роздільним постійним резервуванням елементів. Для зменшення величини абсолютної похибки запропоновано використовувати інтервальну арифметику.

Ключові слова: теорія надійності, погрішність обчислень, гранична абсолютна погрішність обчислень, гранична відносна погрішність обчислень, інтенсивність відмов, послідовне з'єднання елементів, паралельне з'єднань елементів, резервування елементів.

DETERMINATION OF CALCULATING ERROR OF RELIABILITY CALCULATION

V.Iu. Dubnitskyi, A.M. Kobylin, A.I. Khodyrev

It is suggested to determine a maximum absolute and relative error of calculation of numeral reliability values of the typical structure diagrams of elements connection. The expressions are found for the maximum absolute and relative calculation error caused by the application in the calculable process of failure rate function. The maximum absolute and relative errors are certained for the schemes of sequential and parallel connections of elements, for schemes with the general and separate permanent element redundancy. To reduce the magnitude of the absolute error is proposed to use interval arithmetic.

Keywords: theory of reliability, error of calculations, maximum absolute calculations error, maximum relative calculations error, failure rate, sequential connections of elements, parallel connections of elements, element redundancy.

Дубницкий Валерий Юрьевич – канд. техн. наук, ст. науч. сотр., зав. научно-исследовательской лабораторией Харьковского института банковского дела Университета банковского дела Национального банка Украины Харьков, Украина, valeriy_dubn@mail.ru.

Кобылин Анатолий Михайлович – канд. техн. наук, доц. каф. информационных технологий Харьковского института банковского дела Университета банковского дела Национального банка Украины Харьков, Украина, kobilin@khibs.edu.ua.

Ходырев Александр Иванович – ст. преподаватель, доц. каф. информационных технологий Харьковского института банковского дела Университета банковского дела Национального банка Украины Харьков, Украина, Hodyrev@khibs.edu.ua.