

УДК 621.396.96

В. К. ВОЛОСЮК

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

### СРАВНЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АМПЛИТУДНЫХ РАДИОВИЗИРОВ С СИНТЕЗОМ АПЕРТУРЫ И СУММАРНО-РАЗНОСТНОЙ ОБРАБОТКОЙ СИГНАЛОВ

*Выполнен сравнительный анализ суммарно-разностных систем с амплитудной обработкой нестационарных сигналов, отраженных от земной поверхности, для двух уравнений наблюдения. Определены потенциальные точностные характеристики пеленгации элементов рельефа при картографировании высотного профиля поверхности в радарх с синтезированной апертурой. Показано существенное влияние выбора уравнения наблюдения не только на особенности аппаратной реализации пеленгаторов, но и на их точностные характеристики. Обоснована целесообразность формирования суммарно-разностных СВЧ-сигналов непосредственно на выходах антенн, в антенном блоке, до входа в приемные устройства.*

**Ключевые слова:** радары с синтезированной апертурой, нестационарные сигналы, суммарно-разностные системы, картографирование рельефа, атомарные функции.

При решении оптимизационных задач оценок параметров радиолокационных сигналов важным обстоятельством является не только выбор критерия оптимизации, но и обеспечение желаемой структуры модели уравнения наблюдения. Наличие многообразия моделей уравнений наблюдения обычно связано со спецификой каждой конкретной решаемой задачи и особенностями вероятностного описания сигналов и помех. Однако даже в одной и той же постановке задачи возникают нюансы, обращая внимание на которые, можно повысить точностные характеристики синтезируемой системы.

Применительно к синтезу моноимпульсных суммарно-разностных систем обоснование структуры уравнений наблюдения имеют принципиальный характер. Но, к сожалению, даже в известных классических монографиях [1-3], эти принципиально важные особенности решения задач статистического синтеза моноимпульсных систем практически не обсуждаются и не анализируются.

Целью данной работы является сравнительная оценка эффективности работы амплитудных суммарно-разностных радиовизиров, синтезируемых, казалось бы, при одних и тех же исходных данных и имеющих подобные алгоритмы суммарно-разностной обработки. Отличительной особенностью рассматриваемых систем является то, что при их синтезе использованы различные модели уравнений наблюдения. Обоснование и использование этих моделей естественно связано с необходимостью некоторых аппаратных изменений в схемах суммарно-разностных радиолокационных станций (РЛС). Как правило, это касается изменений в антенных СВЧ-блоках до входных цепей приемников,

т.е. там, где шумы являются ничтожно малыми.

Данный материал связан с исследованием возможностей картографирования высоты рельефа поверхности с помощью радаров с синтезированной апертурой (РСА) [4], в которых наряду с моноимпульсной обработкой сигналов, используется также их межпериодное накопление с весовой обработкой использующей атомарные функции [5, 6]. Однако результаты этой работы в равной мере касаются и классических моноимпульсных систем.

В РСА картографирования высоты рельефа путем пеленгации участков поверхности, взаимодействующих с зондирующими импульсами, рис. 1, за счет сравнения суммарно-разностных сигналов в каналах антенн со смещенными максимумами могут иметь место две пары уравнений наблюдения.

$$\begin{cases} u_1(t) = \dot{s}_1(t, \bar{\lambda}) + n_1(t), \\ u_2(t) = \dot{s}_2(t, \bar{\lambda}) + n_2(t), \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} u_1(t) = \dot{s}_1(t, \bar{\lambda}) + \dot{s}_2(t, \bar{\lambda}) + n_1(t), \\ u_2(t) = \dot{s}_1(t, \bar{\lambda}) - \dot{s}_2(t, \bar{\lambda}) + n_2(t). \end{cases} \quad (2)$$

В первом случае сигналы от антенн, имеющих смещенные максимумы, поступают сразу же в свои независимые каналы приема. Во втором случае непосредственно на выходах антенн в СВЧ-блоке РЛС, например, в волноводных тройниках, осуществляется их суммирование и вычитание на высокой частоте. Затем результирующие суммарный и разностный сигналы поступают в независимые каналы приема, в которых осуществляется их дальнейшая обработка.

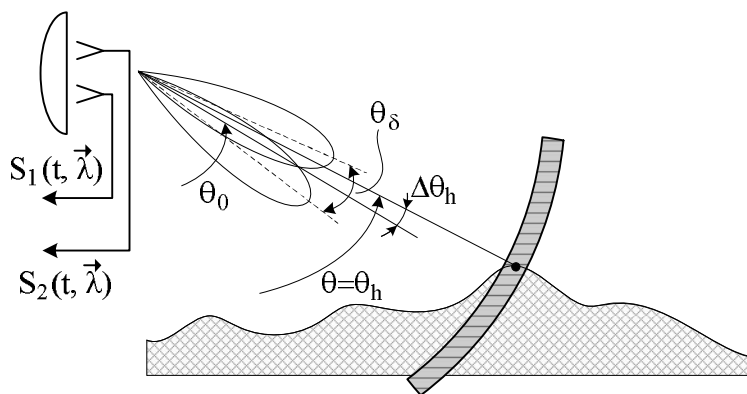


Рис. 1. Антенная система для решения задачи картографирования высоты рельефа

Так как шумы в суммирующих и вычитающих СВЧ-устройствах значительно меньше шумов приемных устройств, то в уравнении наблюдения (2) энергии принятых сигналов практически в два раза больше энергий сигналов в уравнении (1).

В обоих случаях может использоваться одна и та же антенна, имеющая два смещенных относительно фокуса облучателя, работающих в режиме приема сигналов  $\dot{s}_1(t, \vec{\lambda})$  и  $\dot{s}_2(t, \vec{\lambda})$ . Такая антенна имеет две смещенные диаграммы направленности (ДН)  $G\left(\theta - \theta_0 - \frac{\theta_0}{2}\right)$  и  $G\left(\theta - \theta_0 + \frac{\theta_0}{2}\right)$  с соответствующим равносигнальным направлением  $\theta_0$  (РЧН), рис. 1. Для решения задачи картографирования высоты рельефа поверхности ДН должны быть смещены в угломестной (вертикальной) плоскости.

Сигналы  $\dot{s}_1(t, \vec{\lambda})$  и  $\dot{s}_2(t, \vec{\lambda})$ , отраженные от земной поверхности, являются стохастическими и в общем случае имеют сложную нестационарную структуру [5]. В данной задаче их можно представить в виде

$$\begin{cases} \dot{s}_1(t, \vec{\lambda}) = \text{Re } \dot{\alpha} \dot{s}_0(t) G\left(\theta - \theta_0 - \frac{\theta_0}{2}\right), \\ \dot{s}_2(t, \vec{\lambda}) = \text{Re } \dot{\alpha} \dot{s}_0(t) G\left(\theta - \theta_0 + \frac{\theta_0}{2}\right), \end{cases} \quad (3)$$

где  $\dot{\alpha} = \alpha_1 + j\alpha_2$  – амплитудный множитель, который следует полагать либо случайным, либо неизвестным, подлежащим оценке,  $\theta = \theta_h = \theta_0 + \Delta\theta_h$  – подлежащий оценке угол, соответствующий направлению на пеленгуемый участок поверхности, взаимодействующий с зондирующим импульсом. При известном равносигнальном направлении, т.е. известном  $\theta_0$ , оценке должен подлежать параметр  $\Delta\theta_h$ . Неизвестными в этой задаче являются параметры  $\vec{\lambda} = \|\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\| = \|\Delta\theta_h, \alpha_1, \alpha_2\|$ . Параметры  $\alpha_1$

и  $\alpha_2$  не представляют интереса, но их учет необходим, так как они участвуют в решении системы уравнений. Общий вид функций правдоподобия [4, 5] для уравнений наблюдения (1) и (2) будет одинаковым

$$P[\vec{u}(t)/\vec{\lambda}] = k \exp \left\{ \sum_{k=1}^2 \left[ \text{Re } \dot{A}_k(\vec{\lambda}) \dot{Q}_{0k} - \dot{A}_k(\vec{\lambda}) \mu_{0k} \right] \right\}, \quad (4)$$

где

$$Q_{0k} = \frac{2}{N_{0k}} \int_0^T u_k(t) \dot{s}_0(t) dt,$$

$$\mu_{0k} = \frac{1}{N_{0k}} \int_0^T [\text{Re } \dot{s}_0(t)]^2 dt.$$

Оба канала приема сигналов полагаем идентичными, т.е.  $N_{0k} = N_0$ ,  $\mu_{0k} = \mu_0$ .

Для системы уравнений наблюдения (1)

$$\dot{A}_1 = \dot{\alpha} G\left(\theta - \theta_0 - \frac{\theta_0}{2}\right),$$

$$\dot{A}_2 = \dot{\alpha} G\left(\theta - \theta_0 + \frac{\theta_0}{2}\right),$$

$$\theta - \theta_0 = \Delta\theta_h.$$

Раскладывая в ряд функцию  $G(\theta)$  в окрестности равносигнального направления  $\theta_0$  и, ограничиваясь первыми двумя слагаемыми, получим

$$\dot{A}_1 \approx \dot{\alpha} \left[ G(\theta_0) + \frac{dG(\theta_0)}{d\theta} \Delta\theta_h \right] = \dot{\alpha} G_0 (1 + g_0 \Delta\theta_h), \quad (5)$$

$$\dot{A}_2 \approx \dot{\alpha} \left[ G(\theta_0) - \frac{dG(\theta_0)}{d\theta} \Delta\theta_h \right] = \dot{\alpha} G_0 (1 - g_0 \Delta\theta_h),$$

где  $g_0 = \frac{G^{(1)}(\theta_0)}{G_0}$  – крутизна нормированной ДН в точке  $\theta_0$ .

Для системы уравнений наблюдения (2)

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 &\approx \dot{\alpha} \left[ G \left( \theta - \theta_0 - \frac{\theta_6}{2} \right) + G \left( \theta - \theta_0 + \frac{\theta_6}{2} \right) \right] \approx \\ &\approx 2\dot{\alpha} G_0, \\ \dot{A}_2 &\approx \dot{\alpha} \left[ G \left( \theta - \theta_0 - \frac{\theta_6}{2} \right) + G \left( \theta - \theta_0 + \frac{\theta_6}{2} \right) \right] \approx \\ &\approx 2\dot{\alpha} G_0 g_0 \Delta \theta_h. \end{aligned} \quad (6)$$

Из условия максимума функции правдоподобия находим алгоритм оптимального оценивания параметров  $\bar{\lambda}$ , являющийся одинаковым по внешнему виду для обоих уравнений наблюдения (1) и (2)

$$\dot{A}_k \left( \hat{\lambda} \right) = \frac{\dot{Q}_{0k}^*}{2\mu_0}. \quad (7)$$

Здесь знак «^» означает оценку параметров  $\bar{\lambda}$ .

Корреляционный интеграл  $\dot{Q}_{0k}$  в РСА имеет сложную структуру, включающую в себя операции внутрипериодного и межпериодного накопления с аподизацией весовыми окнами Кравченко-Рвачева, использующими атомарные функции [5, 6].

Для уравнений наблюдения (1) система уравнений оптимальных оценок параметров  $\bar{\lambda}$  будет иметь такой вид

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 \left( \hat{\lambda} \right) &= \hat{\alpha} G_0 \left( 1 + g_0 \Delta \hat{\theta}_h \right) = \frac{\dot{Q}_{01}^*}{2\mu_0}, \\ \dot{A}_2 \left( \hat{\lambda} \right) &= \hat{\alpha} G_0 \left( 1 - g_0 \Delta \hat{\theta}_h \right) = \frac{\dot{Q}_{02}^*}{2\mu_0}. \end{aligned}$$

От не интересующего нас параметра  $\hat{\alpha}$  можно избавиться, взяв отношение амплитуд

$$\frac{\dot{A}_1 \left( \hat{\lambda} \right)}{\dot{A}_2 \left( \hat{\lambda} \right)} = \frac{\left( 1 + g_0 \Delta \hat{\theta}_h \right)}{\left( 1 - g_0 \Delta \hat{\theta}_h \right)} = \frac{\dot{Q}_{01}^*}{\dot{Q}_{02}^*}.$$

Решая это уравнение относительно пеленгационного параметра  $\Delta \hat{\theta}_h$ , находим, что

$$\Delta \hat{\theta}_h = \frac{1}{g_0} \frac{\dot{Q}_{01}^* - \dot{Q}_{02}^*}{\dot{Q}_{01}^* + \dot{Q}_{02}^*}. \quad (8)$$

Таким образом, оптимальная оценка параметра  $\Delta \theta_h$  пропорциональна отношению разностного и суммарного выходных эффектов  $\dot{Q}_{01}^*$  и  $\dot{Q}_{02}^*$ , являющихся в свою очередь с точностью до множителя  $1/2\mu_0$  оценками комплексных амплитуд  $\dot{A}_1$  и  $\dot{A}_2$ .

Вторая система уравнений наблюдения (2) сразу содержит суммарный и разностный сигналы, которые формируются в антенном блоке до поступления их в каналы приемных устройств. Для этих

уравнений наблюдения с учетом выражений (6) алгоритм (7) примет такой вид

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 \left( \hat{\lambda} \right) &= 2\hat{\alpha} G_0 = \frac{\dot{Q}_{01}^*}{2\mu_0}, \\ \dot{A}_2 \left( \hat{\lambda} \right) &= 2\hat{\alpha} G_0 g_0 \Delta \hat{\theta}_h = \frac{\dot{Q}_{02}^*}{2\mu_0}. \end{aligned}$$

Для устранения неизвестного несущественного параметра  $\hat{\alpha}$  также разделим эти уравнения друг на друга. Оптимальная оценка параметра  $\Delta \theta_h$  при этом будет равна

$$\Delta \hat{\theta}_h = \frac{\dot{Q}_{02}^*}{g_0 \dot{Q}_{01}^*}. \quad (9)$$

Таким образом, и в первом и во втором случаях в оптимальной оценке параметра  $\Delta \theta_h$  участвуют суммарный и разностный сигналы. Однако в первом случае они формируются на выходах системы обработки сигналов, во втором – на входе, в антенном блоке. Следует отметить, что и в том и в другом случае принцип и идея пеленгации, а также сама антенна с разнесенными облучателями, одинаковы.

Потенциальные точности оценок параметров  $\bar{\lambda}$  характеризуются предельными погрешностями, равными дисперсиям оценок этих параметров. Предельные погрешности находятся на главной диагонали ковариационной матрицы ошибок, обратной к информационной матрице Фишера [5, 7].

$$\begin{aligned} \left\| B_{\mu\nu} \right\|^{-1} &= \left\| - \left\langle \frac{\partial \ln P [\bar{u}(t)/\bar{\lambda}]}{\partial \lambda_\mu \partial \lambda_\nu} \right\rangle_{\bar{\lambda}=\hat{\lambda}} \right\| = \\ &= 2\mu_0 \left\| \sum_{k=1}^2 \frac{\partial \dot{A}_k}{\partial \lambda_\mu} \frac{\partial \dot{A}_k^*}{\partial \lambda_\nu} \right\|. \end{aligned} \quad (10)$$

Для упрощения задачи будем считать, что амплитудный множитель  $\hat{\alpha}$  является вещественным. Тогда остается лишь два неизвестных параметра

$$\bar{\lambda} = \|\lambda_1, \lambda_2\| = \|\Delta \theta_h, \alpha G_0\|.$$

Так как параметры  $\bar{\lambda}$  являются вещественными, то амплитуды  $A_k$  в выражениях (5) и (6) также являются вещественными. Информационная матрица Фишера в этом случае имеет вид:

$$\begin{aligned} \left\| B_{\mu\nu} \right\| &= 2\mu_0 \times \\ &\times \left\| \begin{array}{cc} \left| \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_1} \right|^2 + \left| \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_1} \right|^2 & \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_1} \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_2} + \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_1} \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_2} \\ \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_2} \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_1} + \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_2} \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_1} & \left| \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_2} \right|^2 + \left| \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_2} \right|^2 \end{array} \right\|. \end{aligned}$$

Обращая эту матрицу, получим ковариационную матрицу ошибок, на главной диагонали которой

будут находиться предельные значения дисперсий ошибок оценок параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , т.е.

$$\sigma_{\lambda_1(2)}^2 = \frac{\left| \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_2(1)} \right|^2 + \left| \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_2(1)} \right|^2}{\left( \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_1} \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_2} - \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_2} \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_1} \right)^2}. \quad (11)$$

Для первой системы уравнений наблюдения (1) и амплитудных множителей (5)

$$A_1 = \lambda_2 (1 + g_0 \lambda_1),$$

$$A_2 = \lambda_2 (1 - g_0 \lambda_1),$$

находим, что

$$\begin{aligned} \sigma_{\lambda_1}^2 &= \sigma_{\Delta\theta_h}^2 = \\ &= \frac{1}{2\mu_0} \frac{(1 + g_0 \lambda_1)^2 + (1 - g_0 \lambda_1)^2}{[g_0 \lambda_2 (1 - g_0 \lambda_1) - g_0 \lambda_2 (1 + g_0 \lambda_1)]^2} = \\ &= \frac{1 + g_0^2 \lambda_1^2}{4\mu_0 g_0^2 \lambda_2^2} = \frac{1 + g_0^2 \Delta\theta_h^2}{4\mu g_0^2}, \end{aligned}$$

где  $\mu = \mu_0 \lambda_2^2 = \alpha^2 G_0^2 \mu_0$  – полное отношение сигнал/шум по энергии (с учетом амплитудных множителей  $\alpha^2 G_0^2$ ). В режиме слежения за пеленгуемым участком параметр  $\Delta\theta_h \approx 0$  и

$$\sigma_{\Delta\theta_h}^2 = \frac{1}{4\mu g_0^2} = \frac{1}{4g_{\Sigma\theta}^2},$$

где  $g_{\Sigma\theta} = g_0 \sqrt{\mu}$  – эквивалентная крутизна дискриминационной характеристики углового дискриминатора, зависящая от отношения сигнал/шум.

Для второй системы уравнений наблюдения (2) и амплитудных множителей (6)

$$A_1 = 2\lambda_2,$$

$$A_2 = 2g_0 \lambda_1 \lambda_2,$$

получим

$$\sigma_{\Delta\theta_h}^2 = \frac{1 + g_0^2 \lambda_1^2}{8\mu_0 g_0^2 \lambda_2^2} = \frac{1 + g_0^2 \Delta\theta_h^2}{8\mu g_0^2},$$

при  $\Delta\theta_h \rightarrow 0$

$$\sigma_{\Delta\theta_h}^2 = \frac{1}{8\mu g_0^2} = \frac{1}{8g_{\Sigma\theta}^2}.$$

## Выводы

В большинстве литературных источников практически не обсуждаются вопросы, связанные с выбором уравнения наблюдения при синтезе суммарно-разностных пеленгаторов. Однако выбор

уравнений наблюдения существенно влияет как на особенности аппаратной реализации пеленгаторов (при одном и том же их принципе работы) так и на их точностные характеристики.

В данной статье показано, что процедура формирования суммарно-разностных сигналов не на выходах РЛС, а в антенном блоке, до входа в приемные устройства, обеспечивает выигрыш относительно величин дисперсий погрешностей оценок пеленга целей практически в два раза.

Работа выполнена по гранту конкурса совместных работ НАН Украины и поддержке РФФИ (Грант №12-02-90425) 2012 г.

## Литература

1. Родс, Д. Р. Введение в моноимпульсную радиолокацию [Текст] / Д. Р. Родс. – М. : Сов. радио, 1960. – 160 с.
2. Леонов, А. И. Моноимпульсная радиолокация [Текст] / А. И. Леонов, К. И. Фомичев. – М. : Сов. радио, 1970. – 392 с.
3. Справочник по радиолокации: В 4 т. Т.4. Радиолокационные станции и системы [Текст]: пер. с англ. / Ред. М. Сколник. – М. : Советское радио, 1978. – 376 с.
4. Волосюк, В. К. Амплитудная суммарно-разностная обработка сигналов в радарх с синтезированной апертурой антенны при картографировании рельефа поверхности [Текст] / В. К. Волосюк, А. В. Еремеев, В. В. Павликов // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2011. – № 4(52). – С. 7–12.
5. Волосюк, В. К. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст] / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко. – М. : Физматлит, 2008. – 704 с.
6. Кравченко, В. Ф. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях [Текст] / В. Ф. Кравченко, В. Л. Рвачев. – М. : Физматлит, 2006. – 416 с.
7. Волосюк, В. К. Потенциальная точность пеленгации элементов поверхности при восстановлении высоты её рельефа в амплитудном суммарно-разностном радаре с синтезированием апертуры [Текст] / В. К. Волосюк, А. В. Еремеев, В. В. Павликов // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2012. – № 3(55). – С. 7–11.

*Поступила в редакцію 10.10.2013, рассмотрена на редколлегии 11.12.2013*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. кафедри приёма, передачи и обработки сигналов В. В. Лукин, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

**ПОРІВНЯННЯ ПОТЕНЦІЙНИХ ТОЧНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
АМПЛІТУДНИХ РАДІОВІЗІРІВ З СИНТЕЗОМ АПЕРТУРИ  
І СУМАРНО-РІЗНИЦЕВОЮ ОБРОБКОЮ СИГНАЛІВ**

*В. К. Волосяк*

Виконано порівняльний аналіз сумарно-різницевих систем з амплітудною обробкою нестационарних сигналів, відбитих від земної поверхні, для двох рівнянь спостереження. Визначено потенційні точнісні характеристики пеленгації елементів рельєфу при картографуванні висотного профілю поверхні в радарних з синтезованою апертурою. Показано суттєвий вплив вибору рівняння спостереження не лише на особливості апаратної реалізації, але і на їх точнісні характеристики. Обґрунтовано доцільність формування сумарно-різницевих НВЧ-сигналів безпосередньо на виходах антен, в антенному блоці, до входу у приймальні пристрої.

**Ключові слова:** радари із синтезованою апертурою, нестационарні сигнали, сумарно-різницеві системи, картографування рельєфу, атомарні функції.

**COMPARISON CHARACTERISTICS OF POTENTIAL ACCURACY  
OF AMPLITUDE RADIO DIRECTION FINDERS THAT CONTAIN  
APERTURE SYNTHESIS AND SUM-DIFFERENCE SIGNAL**

*V. K. Volosyuk*

A comparative analysis of the sum-difference systems with amplitude processing of non-stationary signals which reflected from the earth's surface, for the two equations of observation has been executed. Potential accuracy characteristics of landscape elements direction-finding for mapping the height profile of surface in synthetic aperture radars are identified. It is shown that the choice of the equation observations has a significant effect not only on the characteristic of the hardware implementation of radio direction finders, but on their accuracy characteristics too. The expediency of forming a sum-difference microwave signals directly on the output of the antennas, inside antenna unit before the input into receivers is substantiated.

**Key words:** synthetic aperture radars, non-stationary signals, sum-difference systems, terrain mapping, atomic functions.

**Волосяк Валерій Константинович** – д-р техн. наук, проф. каф. проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина, e-mail: valeriy\_volosyuk@mail.ru.