

УДК 621.396

С. С. ЖИЛА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФЛУКТУАЦИОННОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ КОМПЕНСАЦИОННОГО РАДИОМЕТРА С НЕСТАБИЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ УСИЛЕНИЯ ПРИЕМНИКА

В работе дано обобщенное определение флуктуационной чувствительности компенсационного радиометра с нестабильным коэффициентом усиления приемника. На основе применения традиционного преобразования Фурье, оперирующего с двухсторонними амплитудно-частотными характеристиками и спектрами, расположенными как в области положительных, так и в области отрицательных частот, получены формулы чувствительности для разных соотношений мощностей полезного сигнала и внутреннего шума приемника. Приведен пример практической оценки энергетического спектра флуктуаций коэффициента усиления, входящего в формулы чувствительности.

Ключевые слова: чувствительность, компенсационный радиометр, нестабильность коэффициента усиления, оценка энергетического спектра.

Введение

Методы получения информации из анализа собственного радиотеплового излучения занимают важное место в задачах радиоастрономии, дистанционного зондирования Земли, метеорологии, радиотеплолокации и медицины. Точность оценивания электрофизических параметров и статистических характеристик исследуемых объектов в существенной мере зависит от качества измерительной аппаратуры. В пассивной радиолокации в качестве измерителей используют СВЧ радиометры – приемники собственного радиотеплового излучения различных объектов, предназначенные для измерения их радиояркостности или радиояркостных температур в СВЧ диапазоне частот. Основным показателем качества радиометрических устройств – флуктуационная чувствительность, которая определяется [1] как минимальное приращение радиояркостной температуры сигнала к среднеквадратическому отклонению недоусредненных флуктуаций оценок радиояркостных температур полезного сигнала и внутренних шумов приемника, при котором отношение сигнал-шум на выходе радиометра равно единице. Радиометры компенсационного типа характеризуются простотой реализации и наилучшей чувствительностью. Однако оценки параметров исследуемых объектов являются смещенными из-за флуктуации во времени коэффициента усиления приемника.

Определению и анализу флуктуационной чувствительности СВЧ радиометров с нестабильным коэффициентом усиления приемника посвящено множество работ [2-4]. Однако в данных работах все

расчеты выполнены в предположении об односторонних спектрах сигналов и с использованием косинусных преобразований Фурье. Ранее в [1] обоснованы формулы определения чувствительности компенсационного радиометра в соответствии с классической теорией преобразования Фурье. Все расчеты были выполнены в предположении, что измеряется радиояркостная температура исследуемого источника и линейная часть приемника не изменяет своих характеристик во времени.

Цель работы – определение и расчет чувствительности компенсационного радиометра с нестабильным коэффициентом усиления приемника в соответствии с классической теорией преобразования Фурье.

Исходные соотношения

СВЧ радиометры обнаруживают и оценивают радиояркостности $\hat{V}(f_0, \bar{\vartheta}_0)$ исследуемого источника излучения или радиояркостные температуры $\hat{T}^\circ(f_0, \bar{\vartheta}_0)$, которые связаны соотношением

$$\hat{V}(f_0, \bar{\vartheta}_0) = k \hat{T}^\circ(f_0, \bar{\vartheta}_0), \quad (1)$$

где k – постоянная Больцмана. Если же необходимо построить радиояркостные изображения пространственно-распределенного объекта, то исследуют приращения температур и контрасты, пропорциональные средней мощности излучения. Обычно собственное радиотепловое излучения в СВЧ диапазоне аппроксимируют гауссовым случайным процессом с нулевым средним. Дисперсия такого про-

цесса, пропорциональная средней мощности, часто называемая средней мощностью выделяемой на сопротивление в 1 Ом, определяется выражением

$$\sigma^2 = P_{av} = \langle u^2(t, \bar{\vartheta}_0) \rangle, \quad (2)$$

где

$$u(t, \bar{\vartheta}_0) = s(t, \bar{\vartheta}_0) + n(t) \quad (3)$$

– модель принимаемых колебаний на входе приемника (уравнение наблюдения), $\langle \cdot \rangle$ – знак статистического (по ансамблю реализаций) усреднения.

Для эргодических процессов усреднение по ансамблю реализаций совпадает с усреднением по времени

$$P_{av} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u^2(t, \bar{\vartheta}_0) dt, \quad (4)$$

где T – время наблюдения. Далее будем предполагать, что процесс $u(t, \bar{\vartheta}_0)$ стационарный и эргодический.

Уравнение наблюдения (3) содержит полезный сигнал

$$s(t, \bar{\vartheta}_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Theta} C_f \dot{I}(f, \bar{r}', \bar{\vartheta}_0) \dot{A}(f, \bar{\vartheta}) \times \\ \times \dot{K}(j2\pi f, t) \exp \left\{ j2\pi f \left(t - \frac{\bar{Q}\bar{r}'}{c} \right) \right\} d\bar{\vartheta} df d\bar{r}' \quad (5)$$

и внутренний шум приемника

$$n(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{N}(j2\pi f) \dot{K}(j2\pi f, t) \exp(j2\pi f t) df, \quad (6)$$

где $C_f = \sqrt{\eta_A k_p} \frac{c}{f \sqrt{\Omega_{eff}}}$ – нормировочный коэффициент, η_A – коэффициент полезного действия антенны; k_p – множитель, характеризующий поляризационные характеристики антенны;

$$\Omega_{eff} = \iint_{\vartheta_x^2 - \vartheta_y^2 \leq 1} \left| \dot{F}(\vartheta_x, \vartheta_y) \right|^2 \frac{d\vartheta_x^2 d\vartheta_y^2}{\sqrt{1 - \vartheta_x^2 - \vartheta_y^2}} - \text{эффек-$$

тивный телесный угол антенны; $\bar{\vartheta}$ – вектор направляющих косинусов; $\left| \dot{F}(\vartheta_x, \vartheta_y) \right|^2$ – диаграмма направленности антенны по мощности; $\dot{A}(f, \bar{\vartheta})$ – спектрально-угловая плотность комплексной амплитуды радиотеплового излучения; $C_f \dot{I}(f, \bar{r}', \bar{\vartheta}_0)$ – амплитудно-фазовое распределение поля в апертуре антенны; $\dot{N}(j2\pi f)$ – реализация спектра шумового процесса $n(t)$;

$$\dot{K}(j2\pi f, t) = \dot{K}_H(j2\pi f) [K_0 + \Delta \dot{K}(t)] =$$

$$= K_0 \dot{K}_H(j2\pi f) [1 + \Delta \dot{K}(t) / K_0] = \\ = K_0 \dot{K}_H(j2\pi f) [1 + \zeta(t)] \quad (7)$$

– нестабильная частотная характеристика додетекторной части радиометра.

Статистические характеристики сигнала и шумов обладают следующими особенностями:

1) рассматриваемые процессы – это взаимно-некоррелированные ($\langle s(t_1, \bar{\vartheta}_0) n(t_2) \rangle = 0$) гауссовские шумы с нулевым средним ($\langle s(t, \bar{\vartheta}_0) \rangle = 0$, $\langle n(t) \rangle = 0$);

2) спектральная плотность комплексной амплитуды не коррелированная по частоте и угловым координатам [5]

$$\langle \dot{A}(f_1, \bar{\vartheta}_1) \dot{A}^*(f_2, \bar{\vartheta}_2) \rangle = \\ = B(f_1, \bar{\vartheta}_1) \delta(f_1 - f_2) \delta(\bar{\vartheta}_1 - \bar{\vartheta}_2); \quad (8)$$

3) автокорреляционные функции $s(t, \bar{\vartheta}_0)$ и $n(t)$

$$R_s(t_1, t_2, \lambda(\bar{\vartheta}_0)) = \langle s(t_1, \bar{\vartheta}_0) s(t_2, \bar{\vartheta}_0) \rangle = \\ = \frac{1}{2} k_p K_0^2 [1 + R_\zeta(\tau)] B_A(f_0, \bar{\vartheta}_0) R_h(\tau), \quad (9)$$

$$R_n(t_1, t_2) = \langle n(t_1) n(t_2) \rangle = \\ = \frac{1}{2} K_0^2 [1 + R_\zeta(\tau)] N_0 R_h(\tau), \quad (10)$$

где

$$A_{eff}(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t)) = \eta_A \frac{c^2}{f^2} \left| \dot{F}_N(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t)) \right|^2 \quad (11)$$

– эффективная площадь антенны; $\left| \dot{F}_N(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t)) \right|^2$ – нормированная к единичному объему диаграмма направленности антенны по мощности;

$$B_A(f, \bar{\vartheta}_0) = \int_{\Theta} A_{eff}(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t)) B(f, \bar{\vartheta}) d\bar{\vartheta} \quad (12)$$

– радиояркость, сглаженная эффективной площадью антенны;

$$R_h(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}_H(j2\pi f) \right|^2 e^{j2\pi f \tau} df = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} h_H(t) h_H(t + \tau) dt \quad (13)$$

– автокорреляционная функция стабильной импульсной характеристики додетекторной части приемника нормированной к единице, N_0 – спектральная плотность мощности (СПМ) внутреннего шума приемника, $R_\zeta(\tau)$ – автокорреляционная функция нестабильностей додетекторной части радиометра.

На практике время наблюдения T всегда имеет конечное значение, следовательно, выражение (4) примет вид

$$\hat{P}_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t, \bar{\vartheta}_0) dt, \quad (14)$$

которое в дальнейшем будем называть *оценкой* средней мощности. Если из оценки (14) вычесть мощность внутренних шумов, то получим алгоритм обработки сигналов в компенсационном радиометре (рис. 1).

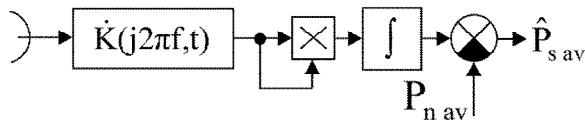


Рис. 1. Компенсационный радиометр

С помощью квадратичного детектора и интегратора в радиометре формируется оценка средней мощности. Оценка средней мощности, в отличие от непосредственно самой средней мощности, является случайной величиной из-за ограниченного времени наблюдения и нестабильности коэффициента усиления приемника.

Средняя мощность (дисперсия) процесса $u(t, \bar{\vartheta}_0)$ на выходе додетекторной части приемника с учетом (10) и (11) определяется следующим образом

$$\begin{aligned} P_{av} &= \langle u^2(t, \bar{\vartheta}_0) \rangle = \langle (s(t, \bar{\vartheta}_0) + n(t))^2 \rangle = \\ &= \langle s^2(t, \bar{\vartheta}_0) \rangle + \langle n^2(t) \rangle = \\ &= P_{s av} + P_{n av} = kT_s^\circ \Delta F + kT_n^\circ \Delta F. \end{aligned} \quad (15)$$

Средняя мощность внутренних шумов $P_{n av}$ и автокорреляционная функция нестабильностей додетекторной части радиометра $R_\zeta(\tau)$ определяются на этапе калибровки.

Общее определение флуктуационной чувствительности

Для определения и расчета чувствительности радиометра необходимо найти статистические характеристики (математическое ожидание и дисперсию) оценки средней мощности (14), которая в отличие от средней мощности (2) является случайной величиной.

Математическое ожидание оценки средней мощности процесса, формируемой на выходе интегратора равно

$$\langle \hat{P}_{av} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \langle u^2(t, \bar{\vartheta}_0) \rangle dt = P_{av}. \quad (16)$$

Оценку средней мощности можно представить в виде суммы

$$\hat{P}_{av} = P_{av} + \Delta P, \quad (17)$$

где ΔP – случайное отклонение от математического ожидания, $\langle \Delta P \rangle = 0$. Назовем это отклонение недоусредненным остатком квадрата случайного процесса $u^2(t)$, обусловленным конечностью интервала интегрирования $(0, T)$. Найдем дисперсию этого отклонения

$$\sigma_\Sigma^2 = \langle (\hat{P}_{av})^2 \rangle - (\langle \hat{P}_{av} \rangle)^2 = \langle (\hat{P}_{av})^2 \rangle - P_{av}^2. \quad (18)$$

Первое слагаемое в правой части этого выражения

$$\begin{aligned} \langle (\hat{P}_{av})^2 \rangle &= \frac{1}{T^2} \left\langle \left(\int_0^T u^2(t, \bar{\vartheta}_0) dt \right)^2 \right\rangle = \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \langle u^2(t_1, \bar{\vartheta}_0) u^2(t_2, \bar{\vartheta}_0) \rangle dt_1 dt_2 = \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \langle u(t_1, \bar{\vartheta}_0) u(t_1, \bar{\vartheta}_0) u(t_2, \bar{\vartheta}_0) u(t_2, \bar{\vartheta}_0) \rangle dt_1 dt_2. \end{aligned}$$

Используя формулу для момента четвертого порядка гауссовского процесса с нулевым математическим ожиданием

$$\begin{aligned} \langle \xi(t_1) \xi(t_2) \xi(t_3) \xi(t_4) \rangle &= \\ &= \langle \xi(t_1) \xi(t_2) \rangle \langle \xi(t_3) \xi(t_4) \rangle + \langle \xi(t_1) \xi(t_3) \rangle \langle \xi(t_2) \xi(t_4) \rangle + \\ &+ \langle \xi(t_1) \xi(t_4) \rangle \langle \xi(t_2) \xi(t_3) \rangle \end{aligned}$$

находим, что

$$\begin{aligned} \langle (\hat{P}_{av})^2 \rangle &= P_{av}^2 + \frac{2}{T^2} \int_0^T \int_0^T R_u^2(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 = \\ &= P_{av}^2 + \frac{2}{T^2} \int_0^T \int_0^T \{R_s(t_1 - t_2) + R_n(t_1 - t_2)\}^2 dt_1 dt_2 = \\ &= P_{av}^2 + \frac{2}{T^2} K_0^4 (P_{s av} + P_{n av})^2 \times \\ &\times \int_0^T \int_0^T [1 + R_\zeta(t_1 - t_2)]^2 r_h^2(t_1 - t_2) dt_1 dt_2, \end{aligned} \quad (19)$$

где $R_u(t_1 - t_2) = R_s(t_1 - t_2) + R_n(t_1 - t_2)$ вследствие независимости процессов $s(t, \bar{\vartheta}_0)$ и $n(t)$,

$$r_h^2(t_1 - t_2) = \frac{R_h^2(t_1 - t_2)}{R_h^2(0)}$$

– нормированная автокорреляционная корреляционная функция,

$$R_h^2(0) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_H(j2\pi f)|^2 e^{j2\pi f 0} df \right]^2 = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_H(j2\pi f)|^2 df \right]^2 = 4\Delta F^2$$

– максимум автокорреляционной функции импульсной характеристики входного тракта,

$$P_{av}^2 = \left\{ k_p^2 B_A^2(f_0, \bar{\vartheta}_0) + 2k_p B_A(f_0, \bar{\vartheta}_0) N_0 + N_0^2 \right\} \Delta F^2$$

– квадрат средней мощности суммы полезного сигнала и шума.

Подставляя (19) в (18) получаем дисперсию отклонения недоусредненных флуктуаций оценок радиояркой температуры полезного сигнала $\hat{V}(f_0, \bar{\vartheta}_0)$ и СПМ внутренних шумов приемника \hat{N}_0

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \frac{2}{T^2} K_0^4 (P_{sav} + P_{nav})^2 \times \int_0^T \int_0^T [1 + R_{\zeta}(t_1 - t_2)]^2 r_h^2(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 \quad (20)$$

Из анализа выражения (20) следует, что в самом общем случае σ_{Σ}^2 зависит от параметров, подлежащие оцениванию $\hat{V}(f_0, \bar{\vartheta}_0)$ и \hat{N}_0 , времени наблюдения T , коэффициента усиления K_0 , характеристик антенны $A_{eff}(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t))$ и k_p , вида частотной характеристики додетекторной части приемника $\dot{K}_H(j2\pi f)$ или $h_H(\tau)$ и СПМ флуктуаций коэффициента усиления $G_{\zeta}(f)$, связанной с автокорреляционной функцией $R_{\zeta}(\tau)$ преобразованием Виннера-Хинчена

$$G_{\zeta}(f) = F[R_{\zeta}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\zeta}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau, \quad (21)$$

где $F[\cdot]$ – оператор преобразования Фурье.

Разбивая в выражении (20) область интегрирования (t_1, t_2) на две вдоль диагонали прямоугольника (рис. 2) и вводя переменные $\tau = t_1 - t_2$, t_1 для области над диагональю ($\tau > 0$) и $\tau = t_1 - t_2$, $-t_2$ для области под диагональю ($\tau < 0$) получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{\Sigma}^2 &= \frac{K_0^4 2 (P_{sav} + P_{nav})^2}{T^2} T \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T} \right) [1 + R_{\zeta}(\tau)]^2 r_h^2(\tau) d\tau = \\ &= K_0^4 \frac{2 (P_{sav} + P_{nav})^2}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T} \right) [1 + R_{\zeta}(\tau)]^2 r_h^2(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (22)$$

В радиометрической практике при аттестации радиометров время наблюдения равно одной секунде, а ширина полосы пропускания обычно составляет не менее десятков мегагерц. Следовательно, интервал корреляции

$$\Delta\tau = \int_{-\infty}^{\infty} r_h(\tau) d\tau = \frac{1}{2\Delta F} \approx \frac{1}{(10 \div 500) \cdot 10^6 \text{ Гц}} \quad (23)$$

значительно меньше времени наблюдения T и уравнение (22) можно переписать в следующем виде

$$\sigma_{\Sigma}^2 = K_0^4 \frac{2 (P_{sav} + P_{nav})^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} [1 + R_{\zeta}(\tau)]^2 r_h^2(\tau) d\tau. \quad (24)$$

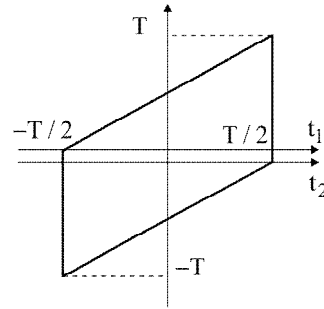


Рис. 2. Область интегрирования

В работе [1] исследованы различные усилители додетекторной части радиометра. Для анализа формулы (24) выберем аperiodический усилитель (широкополосный или сверхширокополосный), усиливающим в области положительных частот в полосе Δf от $f = 0$ до некоторой граничной частоты $f = f_{гр}$, рис. 3.

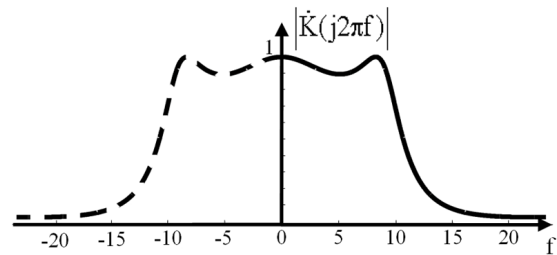


Рис. 3. АЧХ аperiodического усилителя

В работах [6-7] показано, что $G_{\zeta}(f)$ быстро уменьшается с ростом частоты, и, следовательно, флуктуации коэффициента усиления сказываются в основном в низкочастотной части спектра сигнала. Учитывая, что ширина полосы пропускания радиометра значительно больше ширины $G_{\zeta}(f)$, выражение (24) можно переписать

$$\begin{aligned} \sigma_{\Sigma}^2 &= K_0^4 \frac{2(P_{s\text{ av}} + P_{n\text{ av}})^2}{T} \times \\ &\times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} r_h^2(\tau) d\tau + 2R_{\zeta}(0) \int_{-\infty}^{\infty} r_h(\tau) d\tau + R_{\zeta}^2(0) \int_{-\infty}^{\infty} r_h^2(\tau) d\tau \right\} = \\ &= K_0^4 \frac{2(P_{s\text{ av}} + P_{n\text{ av}})^2}{T} \left\{ \Delta\tau_2 + 2R_{\zeta}(0)\Delta\tau + R_{\zeta}^2(0)\Delta\tau_2 \right\} = \\ &= K_0^4 \frac{2(P_{s\text{ av}} + P_{n\text{ av}})^2}{T} \Delta\tau \left\{ \alpha + 2R_{\zeta}(0) + R_{\zeta}^2(0)\alpha \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\Delta\tau_2 = \int_{-\infty}^{\infty} r_h^2(\tau) d\tau = \alpha \Delta\tau \quad (26)$$

– характерная ширина функции $r_h^2(\tau)$.

Связь времени $\Delta\tau$ с полосой ΔF нетрудно установить, используя теорему Хинчина-Винера. Тогда

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} R_h(\tau) d\tau &= R_h(0) \int_{-\infty}^{\infty} r_h(\tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F^{-1} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_H(j2\pi f)|^2 e^{j2\pi f \tau} df \right\} d\tau = |\dot{K}(0)|^2 = 1. \end{aligned}$$

Учитывая, что

$$R_h(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_H(j2\pi f)|^2 df,$$

находим

$$\int_{-\infty}^{\infty} r_h(\tau) d\tau = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_H(j2\pi f)|^2 df}, \quad (27)$$

т.е., $\Delta\tau = 1/2\Delta F$.

Времени $\Delta\tau_2$ также соответствует некоторая эквивалентная полоса частот

$$\Delta F_2 = \frac{1}{2\Delta\tau_2} = \frac{1}{2\alpha\Delta\tau} = \frac{\Delta F}{\alpha}. \quad (28)$$

Степень различия между $r_h(\tau)$ и $r_h^2(\tau)$ зависит от вида АЧХ, т.е. от $|\dot{K}(j2\pi f)|$. Для идеально прямоугольной АЧХ $\alpha = 1$, так как возведение в степень прямоугольной АЧХ не меняет ее формы.

Предполагая, что $\alpha = 1$ выражение (25) примет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\Sigma}^2 &= K_0^4 \frac{2(P_{s\text{ av}} + P_{n\text{ av}})^2}{T\Delta F} \left\{ 1 + 2R_{\zeta}(0) + R_{\zeta}^2(0) \right\} = \\ &= K_0^4 \frac{2(P_{s\text{ av}} + P_{n\text{ av}})^2}{T\Delta F} \left[1 + R_{\zeta}(0) \right]^2. \end{aligned} \quad (29)$$

Выражая $R_{\zeta}(0)$ через $G_{\zeta}(f)$ получим дисперсию отклонения недоусредненных флуктуаций оценок радиояростной температуры полезного сигнала $\hat{V}(f_0, \hat{\theta}_0)$ и СПМ внутренних шумов приемника \hat{N}_0

$$\sigma_{\Sigma}^2 = K_0^4 \frac{2(P_{s\text{ av}} + P_{n\text{ av}})^2}{T\Delta F} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_{\zeta}(f) df \right]^2. \quad (30)$$

Из выражения (30) видно, что в компенсационном радиометре с нестабильной додетекторной частью приемника приращение уровня средней мощности сигнала и шума, либо изменение контраста отдельных областей исследуемого объекта пространства или поверхности, будет зафиксировано, если оно превысит величину

$$\begin{aligned} P_{\text{av min}} &= \sigma_{\Sigma} = \sigma_s + \sigma_n = \\ &= K_0^2 \frac{\sqrt{2} P_{\text{av}}}{\sqrt{T\Delta F}} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_{\zeta}(f) df \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Если учесть замену переменных, введенную в выражение (7), то формулу (31) можно преобразовать

$$\begin{aligned} P_{\text{av min}} &= \sigma_{\Sigma} = \sigma_s + \sigma_n = \\ &= K_0^2 \sqrt{2} P_{\text{av}} \sqrt{\left[\frac{1}{T\Delta F} \left(1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_{\Delta K}(f) df / K_0 \right)^2 \right]} = \\ &= K_0^2 \sqrt{2} P_{\text{av}} \sqrt{\frac{1}{T\Delta F} + \frac{2 \int_{-\infty}^{\infty} G_{\Delta K}(f) df}{T\Delta F K_0^2} + \frac{\left[\int_{-\infty}^{\infty} G_{\Delta K}(f) df \right]^2}{T\Delta F K_0^4}}, \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} G_{\Delta K}(f) &= F[R_{\Delta K}(\tau)], \\ R_{\zeta}(\tau) &= \langle \zeta(t_1)\zeta(t_2) \rangle = \\ &= \left\langle \frac{\Delta \dot{K}(j2\pi f, t_2)}{K_0} \frac{\Delta \dot{K}(j2\pi f, t_1)}{K_0} \right\rangle = \frac{1}{K_0^2} R_{\Delta K}(\tau). \end{aligned} \quad (33)$$

Выражение (32), за исключением составляющей $\frac{\left[\int_{-\infty}^{\infty} G_{\Delta K}(f) df \right]^2}{T\Delta F K_0^4}$, полностью совпадает с

классическими определениями чувствительности компенсационного радиометра с нестабильным коэффициентом усиления [2-4].

Выражение (31) можно выразить в единицах температур

$$T_{\text{av min}}^{\circ} = K_0^2 \frac{\sqrt{2} T_{\text{av}}^{\circ}}{\sqrt{T\Delta F}} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_{\zeta}(f) df \right], \quad (34)$$

где T_{av}° – среднее значение суммы температуры полезного сигнала T_{sav}° и внутреннего шума T_{nav}° .

Выражения (31) и (34) – общее определение флуктуационной чувствительности компенсационного радиометра с нестабильным коэффициентом усиления приемника. Для более корректных определений необходимо подробно рассмотреть влияния каждой из составляющих уравнения наблюдения.

Расчет чувствительности для различных соотношений полезного сигнала и шума

Вид формул чувствительности зависит от величины отношения средних мощностей $v = P_{sav} / P_{nav}$. Следует различать три случая: $v \ll 1$, $v \sim 1$, $v \gg 1$.

1. Первый случай наиболее часто встречается в радиоастрономии при измерении малой интенсивности излучения космических объектов. Повышение чувствительности в данном случае достигается за счет расширения полосы пропускания и накопления сигнала (повышения времени наблюдения T). В реальных радиотелескопах величина $\sqrt{T\Delta F}$ может достигать сотни тысяч единиц.

Величину P_{sav} можно заметить (обнаружить), если $P_{sav} \geq \sigma_\Sigma = \sigma_s + \sigma_n \approx \sigma_n$ ($\sigma_s \ll P_{sav}$, т.к. $\sqrt{T\Delta F} \gg 1$). Очевидно, что здесь речь идет о мало-сигнальном варианте определения понятия чувствительности, когда $P_{sav} \ll P_{nav}$ ($v \ll 1$).

Чувствительностью радиометра в этом случае можно назвать величину

$$P_{sav \min} = \sigma_\Sigma = \sigma_s + \sigma_n \approx \sigma_n = K_0^2 \frac{\sqrt{2} P_{nav}}{\sqrt{T\Delta F}} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_\zeta(f) df \right] \quad (35)$$

или в единицах температур

$$T_{sav \min}^\circ = K_0^2 \frac{\sqrt{2} T_{nav}^\circ}{\sqrt{T\Delta F}} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_\zeta(f) df \right]. \quad (36)$$

Чувствительность (35) также можно определить, введя понятие отношения сигнал/помеха по мощности. Помехой будем считать недоусредненные процессы $\Delta P = \Delta P_s + \Delta P_n$ с дисперсией σ_Σ^2 (30). Тогда отношением сигнал/шум по мощности можно назвать величину

$$q = P_{sav} / \sigma_\Sigma.$$

Чувствительностью $P_{sav \min}$ (или $T_{sav \min}^\circ$) назовем величину средней мощности полезного сигнала

при $q = 1$, т.е. $P_{sav \min} = \sigma_\Sigma$, которая совпадает в данном малосигнальном варианте с выражением (35) (для температуры s (36)). Данный случай наиболее распространенный в задачах радиоастрономии и радиотеплолокации.

2. Второй случай возможен в задачах дистанционного зондирования Земли и медицины при построении радиояркостных изображений исследуемого объекта с целью обнаружить контрасты наиболее интересующих областей.

В данном случае величины P_{sav} и P_{nav} сравнимы, т.е. $v \sim 1$. В этих ситуациях следует говорить не об абсолютной чувствительности радиометра по отношению к обнаружению T_s° (она велика и так, а T_n° компенсируется), а о чувствительности по отношению к обнаружению приращений ΔT_s°

$$\Delta P_{sav \min} = \sigma_\Sigma = \sigma_s + \sigma_n = K_0^2 \frac{\sqrt{2} P_{sav} + P_{nav}}{\sqrt{T\Delta F}} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_\zeta(f) df \right], \quad (37)$$

$$\Delta T_{sav \min}^\circ = K_0^2 \sqrt{2} \frac{T_{sav}^\circ + T_{nav}^\circ}{\sqrt{T\Delta F}} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_\zeta(f) df \right]. \quad (38)$$

В выражение (32) входит P_{sav} , которая зависит от угловых координат

$$P_{sav}(\bar{\vartheta}_0) = k_p B_A(f_0, \bar{\vartheta}_0) \Delta F = k_p \eta_A \frac{c^2}{f_0^2} \int_{\Theta} B_A(f_0, \bar{\vartheta}) \left| \dot{F}_N(f, \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_0(t)) \right|^2 d\bar{\vartheta} \Delta F. \quad (39)$$

Из выражений (37) и (39) следует, что на радиояркостном изображении чувствительность будет меняться синхронно с изменением $\bar{\vartheta}_0(t)$ во времени и радиояркости исследуемого объекта. Также из (39) следует, что на чувствительность будут влиять поляризационные характеристики антенны, коэффициент полезного действия и сама диаграмма направленности, в пределах которой, в общем случае, чувствительность тоже не постоянна.

Приращением $\Delta \sigma_s$ за счет приращения ΔP_{sav} здесь можно пренебречь (т.к. $\sigma_s \ll P_{sav}$, то $\Delta \sigma_s \ll \Delta P_{sav}$).

3. В последнем варианте чувствительности внутренние шумы радиометра отсутствуют или значительно меньше по мощности полезного сигнала ($v \gg 1$), можно говорить о его флуктуационной чувствительности, имея в виду, что после интегрирования на конечном интервале времени T имеется недоинтегрированная составляющая полезного слу-

чайного процесса $\Delta P_{s\text{ av}}$. Такой случай подходит к задачам аттестации радиометров и при измерении спектральной плотности мощности флуктуаций коэффициента усиления, когда на вход радиометра подается эталонный сигнал с мощностью $P_{s\text{ av}} \gg P_{n\text{ av}}$.

Говорить о чувствительности по отношению к величине $P_{s\text{ av}}$ здесь бессмысленно, т.к. $\sigma_s \ll P_{s\text{ av}}$. Но по отношению к приращениям $\Delta P_{s\text{ av}}$ можно ввести аналог отношения сигнал/шум

$$q = \Delta P_{s\text{ av}} / \sigma_s.$$

Чувствительность по отношению к приращениям находим при $q = 1$,

$$P_{s\text{ av min}} = \sigma_\Sigma = \sigma_s + \sigma_n \approx \sigma_n = K_0^2 \frac{\sqrt{2} P_{s\text{ av}}}{\sqrt{T\Delta F}} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_\zeta(f) df \right], \quad (40)$$

$$T_{s\text{ av min}}^\circ = K_0^2 \frac{\sqrt{2} T_{s\text{ av}}^\circ}{\sqrt{T\Delta F}} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} G_\zeta(f) df \right]. \quad (41)$$

Анализируя все три случая можно заметить, что в формулы для чувствительности входят величины, определяемые при аттестации радиометров, за исключением величины $G_\zeta(f)$.

Определение спектральной плотности мощности флуктуаций коэффициента усиления

Для корректного определения энергетического спектра нестабильностей необходимо провести анализ источников данных нестабильностей. Обычно это внутренние шумы приемника. Все шумы детекторной части радиометра можно разделить на пять основных типов: дробовые шумы, тепловые шумы, импульсные шумы, шумы лавинного пробоя и фликкер-шумы.

Дробовые шумы возникают в результате неоднородностей потока электрического тока, образующиеся за счет любых примесей в проводниках и р-п переходов в полупроводниках. Тепловые шумы генерируются столкновениями движущихся электронов и переходами электронов между энергетическими уровнями. Оба эти шума имеют равномерную спектральную плотность мощности во всем диапазоне частот.

Возникновение импульсных шумов вызвано несовершенством кристаллической структуры полупроводниковых материалов и влиянием ионов тяжелых металлов. Это низкочастотная помеха, превышающая в несколько раз тепловой шум.

Шумы лавинного пробоя возникают в р-п переходах при их обратном смещении, когда напряжение достигает уровня, соответствующего пробоем р-п перехода. Под воздействием сильного электрического поля в обедненной области перехода электроны приобретают кинетическую энергию, достаточную для прохождения электронно-дырочных пар при столкновениях с атомами кристаллической решетки. Эти столкновения являются случайными и создают случайную последовательность импульсов тока. Амплитуду шумов лавинного пробоя предсказать трудно, так как она сильно зависит от полупроводникового материала и конструктивных особенностей р-п перехода.

Фликкер-шум проявляется во всех активных и во многих пассивных электрических компонентах и связан с дефектами в кристаллической структуре полупроводников. Исследованию данного шума посвящено множество работ и до сегодняшнего дня его происхождение до конца не исследовано.

В таблице 1 приведены нормированные энергетические спектры всех указанных шумов.

Таблица 1
Спектральные плотности мощности шумов

№	Типы шумов	Энергетические спектры
1	Дробовой шум	$N_{0\text{ дроб}}$
2	Тепловой шум	$N_{0\text{ тепл}}$
3	Импульсный шум	$N_{0\text{ имп}} / f^2$
4	Шум лавинного пробоя	$N_{0\text{ лав}} / f^2$
5	Фликкер-шум	$N_{0\text{ фл}} / f$

Дробовой и тепловой шумов – это внутренние шумы приемника с постоянной по частоте суммарной СПМ N_{0n} . Величина данных шумов определяется на этапе калибровки радиометра.

Низкочастотные шумы 3-5 оказывают влияние на стабильность работы усилителей и как результат на флуктуации коэффициента усиления. Величина вклада каждого из шумов 3-5 определяется из конструктивных особенностей усилителя [7] (типа, количества каскадов, площади р-п перехода и размера затвора в р-п переходе). Из формул для СПМ импульсного шума, шума лавинного пробоя и фликкер-шума следует, что в области частот близких к нулю величина нестабильностей растет до бесконечности. Однако, на практике это не так, иначе кристалл усилителя попросту разрушится. Обычно [6-7] исследование нестабильности радиометров проводят в пределах $10^{-2} \div 1000$ Гц.

Оценивание СПМ $G_{\zeta}(f)$ нестабильности коэффициента усиления компенсационного радиометра, также как и величины N_{0n} , проводят на этапе калибровки радиометрических систем по следующему алгоритму [6].

1. Ко входу приемника подключают эталонную нагрузку с заданной яркостной температурой T_{ref} и регистрируют результаты оценки \hat{T}_{ref} в течение длительного времени (несколько часов).

2. Вычисляют сглаженную оценку относительной СПМ для флуктуаций \hat{T}_{ref} методом осреднения отдельных спектров, вычисленных Быстрым Преобразованием Фурье (БПФ) в пределах фиксированного окна, которое смещается с определенным перекрытием.

3. Полученная СПМ делится на квадрат истинных значений T_{ref} .

4. По найденному энергетическому спектру $G_{\zeta}(f)$ при помощи моделей шумов определяют закон изменения $G_{\zeta}(f)$.

Наиболее распространенная общая модель флуктуаций коэффициента усиления имеет вид [6]:

$$G_{\zeta}(f) = A / f^{\alpha}, \quad (42)$$

где A – параметр, характерный для каждого типа усилителя, α – коэффициент определяющий вклад каждого из шумов 3-5 в таблице 1. Если величина импульсного шума и шума лавинного пробоя значительно меньше фликкер-шума, то $\alpha \approx 1$.

Существует также множество эмпирических моделей для различных типов усилителей. К примеру, в работе [7] для усилителей на транзисторах с высокой подвижностью электронов НЕМТ (High Electron Mobility Transistor) $G_{\zeta}(f)$ описывается следующей моделью

$$[G_{\text{AK}}(f) / K_0^2]^2 = N / (A_{\text{amp}} / S_{\text{gate}})^2 f, \quad (43)$$

где $\alpha = 1$, N – количество каскадов усиления, каждый из которых характеризуется площадью кристалла полупроводника A_{amp} и площадью затвора S_{gate} .

Экспериментально определив $G_{\zeta}(f)$ можно рассчитать все параметры модели (42). Из выражения (42) видно, что при $f = 1 \text{ Гц}$ ($\alpha > 0$) $A \equiv G_{\zeta}(1)$. Зная величины A и $G_{\zeta}(f)$ можно однозначно определить α . Погрешности определения параметров α и A зависят от точности аппроксимации СПМ (количества отсчетов для БПФ, величины и вида окна в котором производится аппроксимация и степени перекрытия при его смещении).

Заключение

1. Дано строгое определение флуктуационной чувствительности компенсационного радиометра с нестабильным коэффициентом усиления приемника. Получена обобщенная формула чувствительности на основе применения традиционных преобразований Фурье, оперирующих с двухсторонними АЧХ и “математическими” спектрами, расположенными как в области положительных, так и в области отрицательных частот.

2. Рассчитаны чувствительности для трех случаев соотношения $\nu = P_{\text{sav}} / P_{\text{n av}}$: малосигнального приближения, $\nu \approx 1$ и случая большого уровня полезного сигнала. В случае равенства $P_{\text{s av}}$ и $P_{\text{n av}}$ чувствительность характеризует прирост полезного сигнала $\Delta P_{\text{sav min}}$ и как результат является функцией не только времени наблюдения T и ширины полосы пропускания ΔF , но и коэффициента усиления K_0 , характеристик антенны $A_{\text{eff}}(f, \bar{\theta} - \bar{\theta}_0(t))$ и k_p , вида частотной характеристики додетекторной части приемника $\dot{K}_H(j2\pi f)$ или $h_H(\tau)$ и СПМ флуктуаций коэффициента усиления $G_{\zeta}(f)$.

3. Показан практический метод оценки энергетического спектра флуктуаций коэффициента усиления, полученный из эвристического подхода и на основе обобщения инженерного опыта.

Литература

1. Волосюк, В. К. *Определение чувствительности компенсационного радиометра [Текст] / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, С. С. Жила // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2012. – № 1 (53). – С. 11–21.*
2. Николаев, А. Г. *Радиотеплолокация [Текст] / А. Г. Николаев, С. В. Перцов. – М.: Воениздат, 1970. – 132 с.*
3. Есепкина, Н. А. *Радиотелескопы и радиометры [Текст] / Н. А. Есепкина, Д. В. Корольков, Ю. Н. Парийский; под ред. Д. В. Королькова. – М.: Наука, 1973. – 416 с.*
4. Краус, Дж. Д. *Радиоастрономия [Текст]: учеб. пособие / Дж. Д. Краус; пер. с англ. под ред. В. В. Железнякова. – М.: Сов. радио, 1973. – 456 с.*
5. Волосюк, В. К. *Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст]: монография / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко; под ред. В. Ф. Кравченко. – М.: Физматлит, 2008. – 704 с.*
6. Цыбулев, П. Г. *Система сбора данных и управления нового поколения для проведения радионаблюдений в континууме на радиотелескопе РАТАН-600: разработка, наблюдения,*

измерения [Текст] / П. Г. Цыбулев // *Астрофизический бюллетень*. – 2011. – Т. 1, №1. – С. 118–133.

7. *IF amplifier stability for the heterodyne instrument for FIRST (HIFI)* [Text] / M. D. Seiffert,

J. D. Gallego-Puyol, I. L. Fernandez, N. D. Whyborn, J. C. Pearson // *Proc. SPIE*. – 2000. – Vol. 4013.

– P. 296–304.

Поступила в редакцію 21.01.2014, рассмотрена на редколлегии 12.02.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. каф. проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов В. В. Печенин, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ВИЗНАЧЕННЯ ФЛУКТУАЦІЙНОЇ ЧУТЛИВОСТІ КОМПЕНСАЦІЙНОГО РАДІОМЕТРА З НЕСТАБІЛЬНИМ КОЕФІЦІЄНТОМ ПІДСИЛЕННЯ ПРИЙМАЧА

С. С. Жила

У роботі надано узагальнене визначення флукутаційної чутливості компенсаційного радіометра з нестабільним коефіцієнтом підсилення приймача. На основі застосування традиційного перетворення Фур'є, яке оперує з двосторонніми амплітудно-частотними характеристиками та спектрами, розміщеними як в області додатних, так і в області від'ємних частот, отримано формули чутливості для різних співвідношень потужностей корисного сигналу та внутрішнього шуму приймача. Надано приклад практичної оцінки енергетичного спектру флукутацій коефіцієнта підсилення, який входить у формули чутливості.

Ключові слова: чутливість, компенсаційний радіометр, нестабільність коефіцієнта підсилення, оцінка енергетичного спектру.

FLUCTUATION SENSITIVITY DEFINITION OF THE TOTAL POWER RADIOMETER WITH UNSTABLE RECEIVER GAIN COEFFICIENT

S. S. Zhyla

In work the fluctuation sensitivity general determination of the compensation radiometer with unstable receiver gain coefficient is given. On the basis of the traditional Fourier transform application operating with double-sided amplitude-frequency characteristics and spectrums, located both in the field of positive, and in the field of negative frequencies, formulas of sensitivity for different useful signal and receiver internal noise ratios are received. The example of a practical estimation of gain fluctuations power spectrum entering to the formulas of sensitivity is given.

Key words: sensitivity, total power radiometer, gain instability, power range estimation.

Жила Семён Сергеевич – аспирант каф. проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: zhyla@email.ua.