УДК 621.397.004.93

А. Д. МЕДВЕДИК, В. А. ВЕРЧЕНКО, П. Е. БАБАК

Одесский национальный политехнический университет, Украина

ОЦЕНКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ МОМЕНТНЫХ ИНВАРИАНТОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ

В данной работе получены соотношения для оценки вычислительной сложности при расчете геометрических, центральных моментов и моментных инвариантов Ху. Приведены результаты расчетов числа умножений и сложений, затрачиваемых на вычисление моментных инвариантов. Показано, что основная доля вычислительных затрат связана с расчетами центральных моментов, входящих в состав моментного инварианта. Рассмотренная методика расчета вычислительных затрат может быть применена для моментных инвариантов произвольного порядка и для решения задачи выбора минимального набора инвариантов, обеспечивающих максимальное качество распознавания при возможных ограничениях на вычислительные или временные затраты.

Ключевые слова: *моменты, моментные инварианты, вычислительная сложность, операции сложения, умножения.*

Введение

Теория моментных инвариантов для двумерных изображений приобрела широкое практическое применение после выхода работы М. К. Ху [1], в которой предложен способ вычисления векторов признаков для полутоновых изображений, не изменяющихся при выполнении аффинных преобразований над изображением: изменение размера, поворота и сдвига.

В ряде работ [2-5] в качестве признаков двумерных изображений предложены различные комбинации моментных инвариантов, построенные на основе моментов до третьего порядка включительно. В работах [6,7] предложен общий подход к построению моментных инвариантов произвольного порядка на основе комплексных моментов.

Однако практическое применение моментных инвариантов в задачах распознавания невозможно без разработки эффективных алгоритмов выбора наиболее информативных признаков, обеспечивающих разумный баланс между вычислительной сложностью и качеством распознавания.

Для решения задачи выбора минимального набора инвариантов, обеспечивающих максимальное качество распознавания при возможных ограничениях на вычислительные или временные затраты, требуется оценка этих затрат. В работах [8] приведены соотношения для оценки вычислительной сложности при расчете комплексных моментов в режиме скользящего окна.

Целью данной работы является оценка вычислительной сложности алгоритма распознавания, основанного на использовании моментных инвариантов Ху, описываемых следующей системой уравнений:

$$
\begin{aligned}
\phi_1 &= \mu_{20} + \mu_{02}, \\
\phi_2 &= (\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2, \\
\phi_3 &= (\mu_{30} - 3\mu_{12})^2 + (3\mu_{21} - \mu_{03})^2, \\
\phi_4 &= (\mu_{30} + \mu_{12})^2 + (\mu_{21} + \mu_{03})^2, \\
\phi_5 &= (\mu_{30} - 3\mu_{12})(\mu_{30} + \mu_{12})^2 \times \\
&\times[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] + \\
&+ (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{21} + \mu_{03}) \times \\
&\times\left[3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2\right], \qquad (1) \\
\phi_6 &= (\mu_{20} + \mu_{02})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - \\
&- (\mu_{21} + \mu_{03})^2] + 4\mu_{11}(\mu_{30} + \\
&+ \mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03}), \\
\phi_7 &= (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{30} + \mu_{12})[(\mu_{30} + \\
&+ \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] - (\mu_{30} - \\
&- 3\mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03}) \times [3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - \\
&- (\mu_{21} + \mu_{03})^2].
\end{aligned}
$$

Здесь μ_{pq} – центральные моменты изображения представленного в цифровой форме. Центральные моменты (1) могут нормироваться для обеспечения инвариантности к масштабированию изображения. Однако в рамках данной работы такое преобразование не рассматривается.

Мерой вычислительной сложности принято оценивать по количеству операций умножения и сложения, затрачиваемых на вычисление соответствующего инварианта.

Из системы уравнений (1) следует, что инварианты в общем случае представляют собой нелинейные комбинации центральных моментов, являющихся в свою очередь функциями геометрических (начальных) моментов. Поэтому, прежде всего, нужно получить оценки вычислительной сложности на начальных и центральных моментах.

1. Оценка вычислительной сложности геометрических и центральных моментов

В дальнейшем дискретное полутоновое изображение будем представлять в виде прямоугольной матрицы размером MxN, каждый элемент которой $f(x,y)$ пропорционален яркости пикселя с координатами x,y ($1 \le x \le M, 1 \le y \le N$). M – определяет число строк матрицы, а N – число пикселей в строке.

Тогда геометрический (начальный) момент $(p+q)$-го порядка записывается в следующем виде

$$m_{pq} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N} x^p y^q f(x,y), \quad p,q = 0,1,2,... \qquad (2)$$

В процессе расчета числа операций умножения и сложения будем придерживаться следующих соглашений.

1. В качестве единиц измерения вычислительной сложности будем рассматривать одну операцию умножения и одну операцию сложения независимо от способов их реализации в вычислительном устройстве.

2. Если операции умножения или сложения в конкретном выражении (формуле) в явном виде не присутствует, то считаем, что эти операции при вычислении данного выражения не выполняются.

3. Возведение числа в n-ю степень (n – целое положительное и $n \ge 1$) эквивалентно его умножению самого на себя $n-1$ раз.

4. Операция умножения на 1 алгоритмически не производится, то есть $1 \cdot f(x) = f(x)$.

Тогда начальные моменты вида m_{00}, m_{p0} и m_{0q} вычисляются по соотношениям:

$$m_{00} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N} f(x,y),$$

$$m_{p0} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N} x^p f(x,y),$$

$$m_{0q} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N} y^q f(x,y).$$

Рассчитаем теперь число умножений и сложений, затрачиваемых на вычисление начального момента $(p+q)$-го порядка. В соответствии с (2) и принятыми соглашениями, можем записать

$$Q_{ум}\left(m_{pq}\right) = \left(MN-1\right)\left[Q_{ум}\left(x^p\right) + Q_{ум}\left(y^p\right) + \left(K-1\right)\right],$$

где $Q_{ум}\left(m_{pq}\right)$ – число операций умножения при вычислении m_{pq}; K – число множителей (операндов) под знаком сумм.

Так как $Q_{ум}\left(x^p\right) = p-1$, $Q_{ум}\left(y^q\right) = q-1$ и K=3, то общее число операций умножения при вычислении m_{pq} составит

$$Q_{ум}\left(m_{pq}\right) = \left(MN-1\right)\left(p+q\right). \qquad (3)$$

Соответственно, число операций сложения, затрачиваемых на вычисление m_{pq} равно

$$Q_{сл}\left(m_{pq}\right) = MN-1. \qquad (4)$$

Из (3) и (4) следует, что вычислительная сложность пропорциональна размерам изображения, причем число сложений не зависит от порядка начального момента.

При оценке вычислительной сложности инвариантов более удобно использовать нормированные к размерам изображения параметры, то есть число операций умножения и сложения на один пиксель.

Поскольку, как правило, MN>>1, то число умножений на один пиксель составит:

$$Q_{ум}\left(m_{pq}\right) = p+q. \qquad (5)$$

Центральные моменты $(p+q)$-го порядка для дискретного изображения определяются соотношением

$$\mu_{pq} = \sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N} \left(x-x_c\right)^p \left(y-y_c\right)^q f\left(x,y\right), \qquad (6)$$

где $x_c = \frac{m_{10}}{m_{00}}$ и $y_c = \frac{m_{01}}{m_{00}}$ – координаты центра тяжести фигуры, описываемой функцией $f(x,y)$.

Известно [2,4], что центральные моменты (6) выражаются через начальные как

$$\mu_{pq} = \sum_{i=0}^{p}\sum_{j=0}^{q}(-1)^{i+j} C_p^i C_q^j x_c^{p-i} y_c^{q-j} m_{ij}, \qquad (7)$$

где C_p^i, C_q^j – биномиальные коэффициенты.

Итак, при оценке вычислительной сложности центральных моментов соотношение (7) принято за основу.

При расчете числа операций умножения и сложения, затрачиваемых на вычисление μ_{pq} будем исходить из следующего:

1. Биноминальные коэффициенты C_p^i, C_q^j для каждого μ_{pq} не вычисляются, а хранятся в виде констант в памяти компьютера.

2. Так как вычисление множителя $(-1)^{i+j}$ сводится к проверке на чётность или нечётность показателя степени, то есть выполняется логическая операция, то этот множитель при расчёте числа операций не учитывается.

3. В соответствии с (5) на вычисление координаты центра тяжести дополнительно затрачивается только одна операция умножения, так как производится для данного изображения однократно. Поэтому затратой на вычисление координат центра тяжести можно пренебречь.

Представим соотношение (7) в виде

$$\mu_{pq} = \sum_{i=0}^{p}\sum_{j=0}^{q} Y_{ij}, \qquad (8)$$

где $Y_{ij} = C_p^i C_q^j x_c^{p-i} y_c^{q-j} m_{ij}$ – произведение множителей под знаком сумм при $i = j = \text{const}$.

С учётом принятых допущений можно записать

$$Q_{ум}\left(Y_{ij}\right) = Q_{ум}\left(x_c^{p-i}\right) + Q_{ум}\left(y_c^{q-i}\right) + Q_{ум}\left(m_{ij}\right) + K - 1,$$

где K – число множителей (операндов) под знаком сумм. Так как $Q_{ум}\left(x_c^{p-i}\right) = p - i - 1$;

$Q_{ум}\left(y_c^{q-i}\right) = q - i - 1$; $Q_{ум}\left(m_{ij}\right) = i + j$ и K=5, то число умножений, затрачиваемых на вычисление Y_{ij} составит

$$Q_{ум}\left(Y_{ij}\right) = p + q + 2. \qquad (9)$$

Видим, что число умножений при вычислении Y_{ij} не зависит от индексов суммирования i, j.

Тогда общее число операций умножения на один пиксель, затрачиваемый при вычислении μ_{pq} (8) равно

$$Q_{ум}\left(\mu_{pq}\right) = (p+q+2)(p+1)(q+1). \qquad (10)$$

Для подсчёта числа сложений при вычислении центральных моментов снова обратимся к выражению (8).

Если исходить из расчёта числа сложений на один пиксель, то при вычислении Y_{ij} операция сложения отсутствует. В таком случае число сложений при вычислении центрального момента $(p+q)$-го порядка определяется числом слагаемых в (8), то есть порядком момента. Так как число слагаемых в одной строке (при фиксированном значении i) составляет $q+1$, то число сложений по j равно q. Аналогично, число строк равно $p+1$, а число сложений по i равно p.

В итоге общее число операций сложения на один пиксель при вычислении μ_{pq} равно

$$Q_{сл}\left(\mu_{pq}\right) = pq + p + q. \qquad (11)$$

В таблице 1 приведены значения числа операций умножения и сложения при вычислении центральных моментов до 12-го порядка включительно.

Таблица 1

$Q_{ум}\left(\mu_{pq}\right) / Q_{сл}\left(\mu_{pq}\right)$

p \ q	0	1	2	3	4	5	6
0	2/0	6/1	12/2	20/3	30/4	42/5	56/6
1		16/3	30/5	48/7	70/9	96/11	126/13
2			54/8	84/11	120/13	162/17	210/20
3				128/15	180/19	240/22	308/27
4					250/24	330/29	420/34
5						432/35	546/41
6							686/48

Из таблицы следует, что по мере увеличения порядка центральных моментов число умножений значительно возрастает.

2. Оценка вычислительной сложности моментных инвариантов

Как отмечалось ранее, инварианты (1) представляют собой нелинейные комбинации центральных моментов. С тем, чтобы записать общие соотношения для расчёта вычислительной сложности каждого из инвариантов рассмотрим функционал вида

$$F=\prod_{i=1}^{m}\left(c_i\mu_{p_iq_i}\pm d_i\mu_{k_is_i}\right)^{n_i}, \qquad (12)$$

где $p_iq_i \neq k_is_i$, c_i, d_i – константы, модули которых не равны единице.

Такой функционал в том или ином виде составляет основу выражения для каждого из моментных инвариантов (1).

Запишем соотношения, определяющие число умножения, затрачиваемых на вычисление функционала (12):

$$\begin{aligned}Q_{\text{ум}}(F)=\sum_{i=1}^{m}[Q_{\text{ум}}\left(\mu_{p_iq_i}\right)+Q_{\text{ум}}\left(\mu_{k_is_i}\right)+\\+\left(n_i-1\right)+1\left(c_i\right)+1\left(d_i\right)]+\left(m-1\right),\end{aligned} \qquad (13)$$

где $Q_{\text{ум}}\left(\mu_{p_iq_i}\right)$ – число умножений, затрачиваемых на вычисление момента $\mu_{p_iq_i}$; $1\left(c_i\right)$, $1\left(d_i\right)$ – число операций умножения при умножении момента на коэффициенты, которые соответственно равны:

$$1\left(c_i\right)=\begin{cases}1, \text{якщо } \left|c_i\right|\neq 1,\\0, \text{якщо } \left|c_i\right|=1,\end{cases}\quad 1\left(d_i\right)=\begin{cases}1, \text{якщо } \left|d_i\right|\neq 1,\\0, \text{якщо } \left|d_i\right|=1;\end{cases}$$

$\left(n_i-1\right)$ – число умножений при возведении скобки в n_i степень;

$\left(m-1\right)$ – число операций умножения при перемножении скобок.

Так как за единицу сложности приняты операция умножения и операция сложения безотносительно от способа их реализации в ЭВМ, то можно отметить, что число сложений при вычислении функционала (12) не зависит от показателя степени n_i и не изменяется в случае умножения момента на константу.

Тогда число операций сложения при вычислении функционала F составит

$$Q_{\text{сл}}(F)=\sum_{i=1}^{m}\left[Q_{\text{сл}}\left(\mu_{p_iq_i}\right)+Q_{\text{сл}}\left(\mu_{k_is_i}\right)+1\right]. \qquad (14)$$

Здесь принято во внимание, что с точки зрения вычислительной сложности операция вычитания эквивалентна сложению.

Стоит отметить, что если функционал моментного инварианта имеет в своем составе несколько слагаемых вида (12), то расчет общего количества добавлений и умножений выполняется путем применения (13) или (14) к каждому из слагаемых с последующим суммированием полученных значений.

Отношение (13) и (14) удобно использовать при формальном подходе к вычислению инвариантов, когда непосредственно реализуется скобочная форма этой записи, и многократное вхождение в функционал одного и того же момента предполагало многократное его вычисление.

На практике алгоритм вычисления инвариантов реализуется в виде последовательности выполнения двух этапов [2]:

- вычисление центральных моментов, входящих в данный инвариант;
- вычисление инварианта согласно формулам.

В данном подходе каждый из центральных моментов вычисляется только один раз, но его значение может быть исследовано многократно.

Тогда на основе (13) и (14) запишем выражение для расчета операций умножений и сложений при вычислении инвариантов (1):

$$Q_{\text{ум}}(\phi)=\sum_{j=1}^{J}Q_{\text{ум}}\left(\mu_{p_jq_j}\right)+\alpha+\beta+\left(\gamma-1\right), \qquad (15)$$

$$Q_{\text{сл}}(\phi)=\sum_{j=1}^{J}Q_{\text{сл}}\left(\mu_{p_jq_j}\right)+\left(\delta-1\right). \qquad (16)$$

В (14) и (15) введены следующие обозначения:

- $Q_{\text{ум}}\left(\mu_{p_jq_j}\right)$, $Q_{\text{сл}}\left(\mu_{p_jq_j}\right)$ - число умножений и сложений при вычислении момента, входящего в функционал:
- J - количество моментов, входящих в функционал инварианта ϕ;
- α - число множителей, подлежащих сведению во вторую степень;
- β - число умножений, затрачиваемых на умножение моментов (или их суммы) на постоянный коэффициент, модуль которого не равен 1;

- γ - число множителей, подлежащих перемножению;
- δ - число слагаемых, входящих в функционал инварианта, подлежащих сложению.

Принимая во внимание, что

$$Q_{ум}\left(\mu_{pq}\right) = Q_{ум}\left(\mu_{qp}\right),\ Q_{сл}\left(\mu_{pq}\right) = Q_{сл}\left(\mu_{qp}\right)$$

и используя (15), (16) запишем соотношения для расчёта числа операций умножения и сложения на один пиксель для каждого из вариантов системы (1).

$$\begin{cases} Q_{ум}(\phi_1) = 2Q_{ум}(\mu_{20} \vee \mu_{02}), \\ Q_{сл}(\phi_1) = 2Q_{сл}(\mu_{20} \vee \mu_{02}); \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{ум}(\phi_2) = 2Q_{ум}(\mu_{20} \vee \mu_{02}) + Q_{ум}(\mu_{11}) + 3, \\ Q_{сл}(\phi_2) = 2Q_{сл}(\mu_{20} \vee \mu_{02}) + Q_{сл}(\mu_{11}) + 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{ум}(\phi_3) = 2Q_{ум}(\mu_{30} \vee \mu_{03}) + 2Q_{ум}(\mu_{21} \vee \mu_{12}) + 4, \\ Q_{сл}(\phi_3) = 2Q_{сл}(\mu_{30} \vee \mu_{03}) + 2Q_{сл}(\mu_{21} \vee \mu_{12}) + 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{ум}(\phi_4) = 2Q_{ум}(\mu_{30} \vee \mu_{03}) + 2Q_{ум}(\mu_{21} \vee \mu_{12}) + 2, \\ Q_{сл}(\phi_4) = 2Q_{сл}(\mu_{30} \vee \mu_{03}) + 2Q_{сл}(\mu_{21} \vee \mu_{12}) + 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{ум}(\phi_5) = 2Q_{ум}(\mu_{30} \vee \mu_{03}) + 2Q_{ум}(\mu_{21} \vee \mu_{12}) + 6, \\ Q_{сл}(\phi_5) = 2Q_{сл}(\mu_{30} \vee \mu_{03}) + 2Q_{сл}(\mu_{21} \vee \mu_{12}) + 11. \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{ум}(\phi_6) = 2Q_{ум}(\mu_{20} \vee \mu_{02}) + 2Q_{ум}(\mu_{30} \vee \mu_{03}) + \\ +2Q_{ум}(\mu_{21} \vee \mu_{12}) + Q_{ум}(\mu_{11}) + 6, \\ Q_{сл}(\phi_6) = 2Q_{сл}(\mu_{20} \vee \mu_{02}) + 2Q_{сл}(\mu_{30} \vee \mu_{03}) + \\ +2Q_{сл}(\mu_{21} \vee \mu_{12}) + Q_{сл}(\mu_{11}) + 7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{ум}(\phi_7) = Q_{ум}(\phi_5), \\ Q_{сл}(\phi_7) = Q_{сл}(\phi_5). \end{cases}$$

В приведенных отношениях выражение вида $Q\left(\mu_{pq} \vee \mu_{qp}\right)$ предполагает, что вычисления числа умножений или сложений может выполняться или по моментам μ_{pq} или по μ_{qp}, так как $Q\left(\mu_{pq}\right) = Q\left(\mu_{qp}\right)$.

Полные затраты на вычисления инварианта (из расчёта на 1 пиксель) можно представить в виде суммы числа операций умножения и сложения, то есть

$$Q(\phi) = Q_{ум}(\phi) + Q_{сл}(\phi).$$

Результаты расчётов числа умножений и сложений, затрачиваемых на вычисление инвариантов, сведены в таблицу 2.

Кроме абсолютных значений в таблице приведены вычислительные затраты относительно числа умножений и сложений инварианта ϕ_1, так как он требует наименьшего количества операций умножения и сложения:

$$\bar{Q}_{ум}(\phi_i) = \frac{Q_{ум}(\phi_i)}{Q_{ум}(\phi_1)}$$

и

$$\bar{Q}_{сл}(\phi_i) = \frac{Q_{сл}(\phi_i)}{Q_{сл}(\phi_1)},\ i = 1, 2, \ldots 7.$$

Таблица 2

Вычислительная сложность инвариантов

Инвариант	Число уножений $Q_{ум}(\phi_i)$	Число сложений $Q_{сл}(\phi_i)$	Относительное число умножений $\bar{Q}_{ум}(\phi_i)$	Относительное число сложений $\bar{Q}_{сл}(\phi_i)$	Полные затраты $Q(\phi_i)$	Относительные полные затраты $\bar{Q}(\phi_i)$
ϕ_1	24	5	1	1	29	1
ϕ_2	43	8	1,8	1,6	51	1,76
ϕ_3	104	19	4,33	3,8	123	4,24
ϕ_4	102	19	4,25	3,8	121	4,17
ϕ_5	112	27	4,66	5,4	139	4,79
ϕ_6	146	30	6,10	6,0	176	6,1
ϕ_7	112	27	4,66	5,4	139	4,79

Так как центральные моменты (7) представляют собой линейную комбинацию начальных моментов, рассчитываемых в соответствии с (3), то при расчёте общих затрат следует учитывать размеры изображения. В данном случае общее число операций умножения и сложения при вычислении одного из инвариантов системы (1) составляет:

$$Q_{ум}(\phi) = (MN-1)\sum_{j=1}^{J} Q_{ум}\left(\mu_{p_j q_j}\right) + \alpha + \beta + (\gamma - 1),$$

$$Q_{сл}(\phi) = (MN-1)\sum_{j=1}^{J} Q_{сл}\left(\mu_{p_j q_j}\right) + (\delta - 1).$$

Выводы

На основе анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Вычислительная сложность возрастает по мере увеличения порядка моментного инварианта. Так, например, число операций умножения и сложения при вычислении инварианта ϕ_6 более чем в 6 раз превышает аналогичные показатели при вычислении ϕ_1.

2. Вычислительная сложность инварианта зависит от числа моментов, входящих в функционал инварианта. Так, например, в инвариант ϕ_1 входят два центральных момента, в то время как в ϕ_6 - семь моментов.

3. Основная доля затрат приходится на вычисление начальных и центральных моментов и составляют 86-96% общих затрат при вычислении инварианта.

4. Вычислительные затраты (число операций умножения и сложения) пропорциональны размерам изображения.

5. Рассмотренная методика расчета вычислительных затрат может быть применена для моментных инвариантов произвольного порядка.

Литература

1. Hu, M-K. Visual Pattern Recognition by Moment Invariants [Text] / M-K. Hu // IRE Transactions on Information Theory. – 1962. – vol. 8. – P. 179-187.

2. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений [Текст] / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М. : Техносфера, 2006. – 1072 с.

3. Maitra, S. Moment invariants [Text] / S. Maitra // Proc. IEEE. – 1979. – vol. 67. – P. 697-699.

4. Flasser, I. On the independence of rotation moment invariants [Text] / I. Flasser // Pattern Recognition. – 2000. – vol. 33. – P. 1405-1410.

5. Анисимов, Б. В. Распознавание и цифровая обработка изображений [Текст] : учебное пособие / Б. В. Анисимов, В. Д. Курганов, В. К. Злобин. – М. : Высшая школа, 1983. – 295 с.

6. Abu-Mostafa, Y. Recognitive Aspects of Moment Invariants [Text] / Y. Abu-Mostafa, D. Psaltis // IEEE Trans. Anal. Mach. Intell. – Nov. 1984. – P. 698-706.

7. Abu-Mostafa, Y. Image Normalisation by Complex Moments [Text] / Y. Abu-Mostafa, D. Psaltis // IEEE Trans. Pattern. Anal. Mach. Intell. – Jan. 1985. – P. 46-55.

8. Глумов, Н. И. Построение и применение моментных инвариантов для обработки изображений в скользящем окне [Текст] / Н. И. Глумов // Компьютерная оптика. – 1995. – Вып. 14-15. – С. 46-54.

9. Сергеев, В. В. Быстрый способ построения моментных инвариантов на изображении с использованием аппроксимации [Текст] / В. В. Сергеев, О. А. Титова // Компьютерная оптика. – 2012. – № 3. – С. 18-57.

10. Синица, А. А. Обнаружение и локализация лиц в системе видеонаблюдения [Текст] / А. А. Синица, Л. В. Калацкая // Электроника инфо. – 2013. – № 2. – С. 24-27.

11. Волченков, М. П. Об автоматическом распознавании лиц [Текст] / М. П. Волченков, И. Ю. Самоненко // Интеллектуальные системы. – 2006. – № 9. – С. 135-138.

12. Буй Тхи Тху Чанг. Распознавание лиц на основе применения метода Виолы-Джонса, вейвлетс-преобразования и метода главных компонент [Текст] / Чанг Буй Тхи Тху, Хоанг Фан Нгок, В. Г. Спицын // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – № 5. – С. 18-32.

13. Долгов, С. В. Современные системы распознавания человека по изображению лица [Текст] / С. В. Долгов // Труды научной сессии МИФИ. – Апр. 2003. – С. 234-250.

14. Пентланд, А. Распознавание лиц для интеллектуальных сред [Текст] / А. Пентланд, Т. Чаудхари // Открытые системы. – 2000. – № 3. – С. 23-30.

15. Flusser, Jan. Moments and moment invariants in pattern recognition [Text] / Jan Flusser, Tomas Suk, Barbara Zitova. – New York, 2009. – 303 p.

16. Hilbert, D. Theory of Algebraic Invariants. Cambridge: Cambridge University Press [Text] / D. Hilbert. – Cambridge, 1993. – 140 p.

17. Долгополов Б. Я. Комплекс программ сегментации и классификации многозональных спутниковых изображений [Текст] / Б. Я. Долгополов, М. Ю. Захаров, Е. А. Лупян // Исследования Земли из космоса. – 1993. – № 6. – С. 49-56.

18. Кашкин, В. Б. Дистанционное зондирование Земли из космоса. Цифровая обработка изображений [Текст] : учебное пособие / В. Б. Кашкин. А. И. Сухинин. – М. : Логос, 2001. – 264 с.

Поступила в редакцию 9.10.2015, рассмотрена на редколлегии 18.11.2015

ОЦІНКА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ СКЛАДНОСТІ МОМЕНТНИХ ІНВАРІАНТІВ, ВИКОРИСТОВУВАНИХ У ЗАДАЧАХ РОЗПІЗНАВАННЯ

А. Д. Медведик, В. О. Верченко, П. Є. Бабак

У роботі одержано співвідношення для оцінки обчислювальної складності при виконанні розрахунків геометричних, центральних моментів та моментних інваріантів Ху. Наведено результати розрахунків числа операцій множення та додавання, що затрачуються на обчислення моментних інваріантів. Показано, що більша частина обчислювальних затрат випадає на розрахунки центральних моментів, що входять до складу моментного інваріанта. Розглянута методика розрахунку обчислювальних витрат може бути застосована для моментних інваріантів довільного порядку і для вирішення завдання вибору мінімального набору інваріантів, що забезпечують максимальну якість розпізнавання при можливих обмеженнях на обчислювальні або часові витрати.

Ключові слова: моменти, моментні інваріанти, обчислювальна складність, операції додавання та множення.

EVALUATION OF THE COMPUTATIONAL COMPLEXITY OF MOMENT INVARIANTS USED IN PATTERN RECOGNITION PROBLEMS

A. D. Medvedik, V. A. Verchenko, P. E. Babak

The work is devoted estimated computational complexity of calculations of geometric, central and invariant moments Hu. Is shown results of calculations of the number of operations of multiplication and addition that are consumed by the computation of moment invariants. It is shown that most of the computational effort necessary for the calculation of Central moments that are part of moment invariant. The method of calculation of the computational costs can be applied to the invariant moments of arbitrary order for solving the problem of choosing a minimal set of invariants that ensure the maximum quality of recognition, if any limitations on computational time or costs.

Key words: moments, invariant moments, the computational complexity of the operations of addition and multiplication.

Медведик Анатолий Демьянович – канд. техн. наук, доцент кафедры радиотехнических систем, Одесский национальный политехнический университет.

Верченко Виктор Алексеевич – магистр кафедры радиотехнических устройств, Одесский национальный политехнический университет, e-mail: wityok@list.ru.

Бабак Павел Евгеньевич – магистр кафедры радиотехнических систем, Одесский национальный политехнический университет.