

УДК 519.23 : 004.932.72'1

С. В. ХЛАМОВ¹, В. Е. САВАНЕВИЧ², А. Б. БРЮХОВЕЦКИЙ³, С. С. ОРЫШИЧ²¹ *Харьковский национальный университет имени радиоэлектроники, Украина*² *Ужгородский национальный университет, Украина*³ *Харьковское представительство генерального заказчика Государственного космического агентства Украины*

МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ОБНАРУЖЕНИЯ ОКОЛОНУЛЕВОГО ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ИССЛЕДУЕМОГО ОБЪЕКТА НА СЕРИИ ССD-КАДРОВ

В статье разработан метод статистического моделирования исследования показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения объекта на серии ССD-кадров. Данный метод учитывает основные особенности формирования измерений положения исследуемого объекта и особенности применения различных методов обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии ССD-кадров. Также в работе приведены отдельные результаты исследования показателей качества обнаружения объектов с околонулевым видимым движением, разработанным методом статистического моделирования.

Ключевые слова: *серия ССD-кадров, статистическое моделирование, показатели качества обнаружения околонулевого видимого движения объекта, МНК-оценка параметров видимого движения объекта, измерение положения объекта, астероиды, t-критерий Стьюдента, f-критерий Фишера*

Введение

В настоящее время астероидные обзоры с автоматической обработкой их результатов являются значимым направлением в связи с проблематикой астероидно-кометной опасности [1]. Небесные объекты Солнечной системы (ССО), как правило, имеют ненулевую скорость видимого движения, а объекты, не принадлежащие Солнечной системе (звезды, галактики), имеют нулевую скорость видимого движения. Большое количество потенциально опасных объектов [2] могут являться астероидами с околонулевым видимым движением. За счёт этого существенно снижаются показатели качества обнаружения таких объектов с помощью традиционных методов обнаружения.

Актуальным является исследование показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта с помощью статистического моделирования. В качестве исследования показателей качества в работе подразумевается эксперимент, который позволит определить, какой из существующих вычислительных методов обнаружения обладает наибольшей условной вероятностью правильного обнаружения (при заданной условной вероятности ложного обнаружения) околонулевого видимого движения исследуемого объекта

на серии ССD-кадров.

Целью данной работы является разработка метода статистического моделирования исследования показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения объекта на серии ССD-кадров. Данный метод должен учитывать основные особенности процесса формирования измерений положения исследуемого объекта и особенности использования различных методов обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии ССD-кадров.

Постановка задачи

Показателями качества обнаружения принято считать условную вероятность ошибок первого α (условная вероятность ложной тревоги, УВЛТ, $F_{\text{false}} = \alpha$) и второго β (пропуск объекта с заданными свойствами, в данном случае – объекта с околонулевым видимым движением) рода [3, 4]. В работе вместо условной вероятности пропуска объекта с околонулевым видимым движением (ошибки второго β рода) будет использоваться условная вероятность D_{true} правильного обнаружения (УВПО), дополняющая до единицы условную вероятность ошибки второго рода $D_{\text{true}} = 1 - \beta$.

Обнаружение околонулевого видимого движения исследуемого объекта производится на серии N_{fr} CCD-кадров. Поэтому исследуются характеристики показателей качества обнаружения на серии кадров, а не на кадре.

Исследуемые методы обнаружения основаны на использовании различных вычислительных методов обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта. Исследуются как подстановочные методы максимально правдоподобного обнаружения, так и методы с использованием критериев значимости скорости видимого движения (общей скорости и скоростей вдоль каждой координаты). Необходимо провести исследования показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии CCD-кадров методом статистического моделирования при использовании известных методов обнаружения околонулевого видимого движения астероида [5].

Анализ литературы

Известны методы обнаружения движущихся объектов на серии CCD-кадров [3, 5, 6] с проверкой гипотез о нулевом (H_0) и околонулевым (H_1) видимом движении исследуемого объекта. Первая группа, составляющая большую часть данных методов, основана на использовании критерия максимального правдоподобия [7] или какого-либо другого критерия байесовской группы [8]. Вторая группа методов обнаружения околонулевого видимого движения объекта [6] в решающих правилах использует критерии согласия для проверки значимости скорости как параметра регрессионной модели [9].

Методы первой группы, основанной на использовании отношения максимального правдоподобия, могут работать как при неизвестных значениях $x_k(\theta_x)$, $y_k(\theta_y)$ истинного положения исследуемого объекта на время τ_k привязки измерений, так и при неизвестных значениях дисперсии σ_x^2 , σ_y^2 оценок этого положения на кадрах.

Для этого используются подстановочные решающие правила проверки гипотез [10], называемые часто правилами обнаружения-измерения [4].

Данные решающие правила являются параметрическими и их использование предполагает, что ошибки оценок координат исследуемого объекта распределены по нормальному закону [3] с неизвестными дисперсиями и нулевым математическим ожиданием.

Исследуемые методы обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии CCD-кадров методом статистического моделирования

При неизвестной дисперсии измерений положения объекта на кадрах подстановочный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых объектов [5] имеет вид:

$$\frac{R_0^2 - R_1^2}{R_0^2 \cdot R_1^2} \geq \frac{\ln(\ell_{\text{cr}})}{A \cdot N_{\text{mea}}}, \quad (1)$$

$$\text{где } R_0^2 = \sum_{k=1}^{N_{\text{mea}}} \left((x_k - \hat{x})^2 + (y_k - \hat{y})^2 \right); \quad (2)$$

$$R_1^2 = \sum_{k=1}^{N_{\text{mea}}} \left((x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2 + (y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2 \right) \quad (3)$$

– остаточные суммы квадратов отклонений [5] положения исследуемого объекта в предположении истинности гипотез о нулевом (H_0) и ненулевом (H_1) видимом движении соответственно на данной серии измерений;

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k(\hat{\theta}_x) = \hat{x}_0(\hat{\theta}_x) + \hat{V}_x(\hat{\theta}_x) \cdot (\tau_k - \tau_0); \quad (4)$$

$$\hat{y}_k = \hat{y}_k(\hat{\theta}_y) = \hat{y}_0(\hat{\theta}_y) + \hat{V}_y(\hat{\theta}_y) \cdot (\tau_k - \tau_0) \quad (5)$$

– интерполированные оценки координат положения исследуемого объекта на k -м кадре серии [3];

$$\hat{x}_0 = \frac{D \cdot A_x - C \cdot B_x}{N_{\text{mea}} \cdot D - C^2}; \quad (6)$$

$$\hat{y}_0 = \frac{D \cdot A_y - C \cdot B_y}{N_{\text{mea}} \cdot D - C^2} \quad (7)$$

– МНК-оценки положения исследуемого объекта на момент τ_0 привязки базового кадра [3];

$$\hat{V}_x = \frac{N_{\text{mea}} \cdot B_x - C \cdot A_x}{N_{\text{mea}} \cdot D - C^2}; \quad (8)$$

$$\hat{V}_y = \frac{N_{\text{mea}} \cdot B_y - C \cdot A_y}{N_{\text{mea}} \cdot D - C^2} \quad (9)$$

– МНК-оценки скоростей видимого движения исследуемого объекта вдоль каждой координаты [3];

$$C = \sum_{k=1}^{N_{\text{mea}}} \Delta_{\tau k}; \quad D = \sum_{k=1}^{N_{\text{mea}}} \Delta_{\tau k}^2;$$

$\Delta_{\tau k} = (\tau_k - \tau_0)$ – разница между временем привязки τ_0 базового кадра и временем τ_k кадра, на котором сформировано k -е измерение;

$$A_x = \sum_{k=1}^{N_{mea}} x_k ; A_y = \sum_{k=1}^{N_{mea}} y_k ;$$

$$B_x = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k} x_k ; B_y = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k} y_k ;$$

$$\hat{\bar{x}} = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \hat{x}_k / N_{mea} , \hat{\bar{y}} = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \hat{y}_k / N_{mea} - \text{сред-$$

ние значения оценок координат неизменного положения объекта с нулевым видимым движением;

$$A = 2(N_{mea} - m) ;$$

$m = 2$ – количество оцениваемых параметров видимого движения исследуемого объекта вдоль каждой координаты на серии измерений;

ℓ_{cr} – заданное предельно допустимое (критическое) значение оценки отношения правдоподобия для обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта;

N_{mea} – количество измерений положения исследуемого объекта на N_{fr} кадрах.

При известной дисперсии σ^2 измерений положения объекта на кадрах подстановочный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых объектов [5] имеет вид:

$$R_0^2 - R_1^2 \geq 2\sigma^2 \cdot \ln(\ell_{cr}) . \quad (10)$$

Если в подстановочном методе максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых объектов используется внешняя оценка дисперсии $\hat{\sigma}_{out}^2$ измерений положения объекта на кадрах, то оно имеет вид [5]:

$$\frac{R_0^2 - R_1^2}{\hat{\sigma}_{out}^2} \geq 2 \ln(\lambda_{cr}) . \quad (11)$$

Например, внешняя (относительно выборки, используемой для обнаружения видимого движения) оценка дисперсии оценок положения может быть получена на других измерениях каталогизированных объектов исследуемых кадров. Тогда значение искомой оценки является, например, значением оценки дисперсии всех измерений положения объектов астрометрического каталога на CCD-кадре.

Сравнительный анализ [5] вычислительных методов обнаружения околонулевого видимого движения астероида выявил, что недостатком подстановочных методов [5], основанных на критерии максимального правдоподобия, является недостаточная обоснованность его использования в ситуации неопределённости с частью параметров функции правдоподобия. Кроме того, указанные вычис-

лительные методы не эффективны при незначительном (околонулевым) видимом движении объекта.

Вторая группа методов обнаружения околонулевого видимого движения объекта [5] основана на использовании критериев согласия [11].

Например, двухкоординатный метод проверки статистической значимости фактора скорости видимого движения объекта на исследуемой серии измерений с использованием f-критерия Фишера [5] имеет вид:

$$\frac{R_0^2 - R_1^2}{R_1^2} \geq \frac{w f_{cr}}{N_{mea} - r} , \quad (12)$$

где w – количество исследуемых факторов линейной регрессионной модели (в исследуемом случае этим фактором является скорость видимого движения);

r – ранг матрицы частных производных F_x ($\text{rang } F_x = r \leq \min(m, N_{mea})$) [5];

f_{cr} – предельно допустимое (критическое) табличное значение [5] статистики распределения Фишера со ($w, N_{mea} - r$) степенями свободы.

Таким образом, в работе проводится исследование показателей качества следующих методов обнаружения околонулевого видимого движения астероида:

1) подстановочный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов при:

- неизвестной дисперсии измерений положения объекта на кадрах; выражение (1);
- известной дисперсии измерений положения объекта на кадрах; выражение (10);
- использовании внешней оценки дисперсии измерений положения объекта на кадрах; выражение (11);

2) двухкоординатный метод обнаружения околонулевого видимого движения астероида с применением f-критерия Фишера; выражение (12).

Обоснование использования статистического моделирования исследования показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения

В практической деятельности часто известен закон распределения переменных (входных параметров) некой функции. Данный закон может быть задан в аналитическом виде или в форме статистического ряда выборочных распределений. Необходимо определить статистические характеристики значений исследуемой функции.

Существует два метода решения данной задачи. Первый – аналитический [12]. Его использование сводится к нахождению аналитических выражений закона распределения или числовых характеристик значений исследуемой функции на основе заданных закона распределения или числовых характеристик значений переменных данной функции. Данный метод часто связан с практически неопределимыми математическими затруднениями. Даже в том случае, когда аналитические выражения можно получить, их сложность (бесконечные ряды, специальные функции) не допускает ни символьного анализа, ни точной табуляции путем их программирования.

В этой связи более уместен второй метод – метод статистического имитационного моделирования [13]. При его использовании моделируются переменные исследуемой функции (входные данные вычислительного алгоритма) согласно заданным законам распределения, а значения функции (вычислительного метода) вычисляются согласно её определению. Далее вычисляются статистические характеристики значений функции. Как правило, такими характеристиками являются: математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение, значения квантилей и вероятности критических значений функции. Способ оценки подобных параметров изложен в специальной литературе [12].

Обоснование количества экспериментов

Во время проведения исследований методом статистического моделирования имеют место ошибки (погрешности) γ_0 и γ_1 экспериментальных частот, которые являются оценками условных вероятностей ложной тревоги (моделируется в условиях гипотезы H_0) и правильного обнаружения (моделируется в условиях альтернативы H_1 с использованием критических значений решающей статистики, полученных при моделировании в условиях гипотезы H_0).

При исследованиях предполагалось, что допустимые значения ошибок экспериментальных частот $\gamma_{0\text{accept}}$ и $\gamma_{1\text{accept}}$ должны составлять:

$$\gamma_{0\text{accept}} = \alpha/10; \quad (13)$$

$$\gamma_{1\text{accept}} = 10^{-3}. \quad (14)$$

Предполагалось, что зависимость значений указанных в (13) и (14) ошибок экспериментальных частот $\gamma_{0\text{accept}}$ и $\gamma_{1\text{accept}}$ от количества эксперимен-

тов при справедливости гипотезы H_0 и альтернативы H_1 , определяется эмпирическими формулами:

$$N_{0\text{exp}} = 10^2 / \gamma_{0\text{accept}}; \quad (15)$$

$$N_{1\text{exp}} = 10^2 / \gamma_{1\text{accept}} = 10^6. \quad (16)$$

При малых значениях УВЛТ $F = \alpha$ количества экспериментов $N_{0\text{exp}}$ (15) проводимого исследования при условиях гипотезы H_0 может на порядки превышать 10^9 . Хранить такое большое количество значений исследуемой решающей статистики накладно. Достаточно хранить $\alpha \cdot N_{0\text{exp}} = 10^3$ самых малых значений решающей статистики. Для этого после каждого моделирования проводится проверка текущего значения решающей статистики на его принадлежность множеству самых малых значений решающей статистики. А, если текущее значение решающей статистики попало в указанное множество, то оно заносится в него. При этом множество самых малых значений решающей статистики хранится в упорядоченном виде. После попадания в него очередного текущего значения решающей статистики данное значение размещается на соответствующем месте. А элемент данного множества с максимальным значением исключается из него.

Условия наблюдения объектов с околонулевым видимым движением

Наблюдение ССО осуществляется с помощью телескопа, оснащенного CCD-матрицей [14]. Небесные объекты, не принадлежащие Солнечной системе, имеют нулевую скорость видимого движения (проекция траектории объекта на фокальную плоскость телескопа). Результатом наблюдений является серия цифровых кадров, содержащая изображения небесных объектов, сформированные в фокальной плоскости телескопа. Один из кадров серии называется базовым со временем привязки τ_0 .

В работе используется прямоугольная система координат (СК) CCD-кадра с центром в левом верхнем углу CCD-кадра. Считается, что все измерения положения исследуемого объекта предварительно приведены в СК базового CCD-кадра. Моделью видимого движения любого ССО за время формирования исследуемой серии измерений достоверно считать модель прямолинейного и равномерного движения объекта вдоль каждой координаты независимо:

$$x_n(\theta_x) = x_0 + V_x(\tau_n - \tau_0); \quad (17)$$

$$y_n(\theta_y) = y_0 + V_y(\tau_n - \tau_0), \quad (18)$$

где x_0, y_0 – координаты положения исследуемого объекта на момент привязки базового кадра τ_0 ;

$x_n(\theta_x), y_n(\theta_y)$ – координаты положения исследуемого объекта в момент времени τ_n ;

V_x, V_y – скорости видимого движения исследуемого объекта по соответствующим координатам;

$\theta_x = (x_0, V_x)^T, \theta_y = (y_0, V_y)^T$ – параметры видимого движения исследуемого объекта по каждой координате.

В процессе внутрикадровой обработки [15] исследуемых кадров выявлено изображение объекта. Данным объектом может быть либо астероид, либо звезда, неподвижная на серии измерений. Изображение астероида на одном кадре ничем не отличается от изображения звезды данного участка небесной сферы. Результаты внутрикадровой обработки по одному объекту одного кадра представляются в виде измерения Y_{in} (i -е измерение n_{fr} -го кадра). В общем случае i -е измерение n_{fr} -го кадра содержит оценки координат $Y_{Kin} = \{x_{in}; y_{in}\}$ и блеска A_{in} объекта: $Y_{in} = \{Y_{Kin}; A_{in}\}$. Измерения положения исследуемого объекта могут формироваться не на всех N_{fr} кадрах, а лишь на N_{mea} , где ($N_{mea} \leq N_{fr}$). При этом серия измерений (не более чем по одному с кадра) исследуемого объекта, гипотетически принадлежащих одному объекту, примет следующий вид:

$$\Omega_{set} = (Y_{K1(i,1)}, \dots, Y_{Kk(i,n)}, \dots, Y_{KNmea(i,Nfr)}) = ((x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k), \dots, (x_{Nmea}, y_{Nmea})), \quad (19)$$

где $k(i, n) = k$ – номер измерения в серии измерений исследуемого объекта, которое является i -м измерением n_{fr} -го кадра серии, гипотетически принадлежащего исследуемому объекту;

x_k, y_k – измерение положения объекта, оценка положения объекта, содержащаяся в k -м измерении серии.

При наблюдении объектов с околонулевым видимым движением считается, что за время наблюдения исследуемого объекта условия наблюдения практически неизменны. Соответственно, отношение сигнал/шум изображения небесного объекта на кадрах серии практически не меняется, а СКО оценок координат на разных кадрах практически одинаковы. Таким образом, оценки координат небесного объекта на исследуемых кадрах можно считать равнозначными. Считается, что отклонения оценок различных координат объекта, содержащиеся в измерениях, независимы между собой как внутри одного измерения, так и между измерениями разных

кадров. Отклонения оценки координаты x объекта распределены по нормальному закону [3] с неизвестной дисперсией σ_x^2 и нулевым математическим ожиданием.

Предпосылки, используемые при исследовании показателей качества обнаружения околонулевой скорости видимого движения объекта методом статистического моделирования

Дополнительно к предпосылкам, которые используются при разработке вычислительных методов обнаружения околонулевой скорости видимого движения объекта, при исследовании показателей качества обнаружения методом статистического моделирования используются следующие.

1. Считается, что предварительно в процессе внутрикадровой обработки для всех N_{fr} кадров исследуемой серии (по одному на каждом кадре) выявлено изображение объекта. Для данного изображения исследуемого объекта со всех N_{fr} кадров сформированы измерения, составляющие серию Ω_{set} (19), с координатами в системе координат (СК) базового кадра.

2. В соответствии с заданным количеством N_{fr} кадров исследуемой серии определено количество N_{mea} измерений положения исследуемого объекта на серии кадров как $N_{mea} = 2N_{fr}$ (положение объекта задаётся двумя координатами x и y).

3. Значение модуля приведенной скорости V видимого движения задается в относительных величинах – СКО отклонений измерений положения исследуемого объекта ($V = k\sigma$), где k – коэффициент, который задаётся при моделировании. Выражение для модуля приведенной скорости V видимого движения исследуемого объекта имеет следующий вид:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}. \quad (20)$$

4. Также при моделировании задаётся угол γ видимого движения исследуемого объекта. Используя его значение и значение модуля скорости V видимого движения, определяются проекции скорости V_x и V_y видимого движения исследуемого объекта по соответствующим координатам:

$$V_x = V \sin \gamma, \quad (21)$$

$$V_y = V \cos \gamma. \quad (22)$$

Для исследования показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого

дуемого объекта с использованием всех перечисленных подстановочных методов (1), (10), (11) максимально правдоподобного обнаружения используются соответствующие им предельно допустимые (критические) значения f_{cr} . Данные значения определяются в соответствии с наперед заданным уровнем значимости α при моделировании гипотезы H_0 ($V = 0$).

В процессе статистического моделирования метода обнаружения околонулевого видимого движения астероида при использовании двухкоординатного метода (12) обнаружения околонулевого видимого движения астероида с применением f -критерия Фишера использовалось табличное критическое значение f_{cr} для распределения Фишера с $(w, N_{mea} - r)$ степенями свободы [6, 16, 17], где w – количество исследуемых факторов линейной регрессионной модели (в исследуемом случае этим фактором является скорость видимого движения), гипотеза о которых проверяется, а r – ранг матрицы частных производных F_x [5, 6]. В качестве альтернативного варианта критическое значение f_{cr} Фишера определялось в соответствии с наперед заданным уровнем значимости α при моделировании гипотезы H_0 ($V = 0$).

Известно множество методов моделирования случайных величин, распределенных по нормальному закону [3]. Среди них метод нормальной аппроксимации [12], основанный на центральной предельной теореме (ЦПТ), метод Ziggurat [18], метод Тичроу (Тейчроева) [19], метод Бокса-Мюллера [19], метод Марсальи-Брея [19] и другие. В работе для проведения статистического моделирования при использовании различных вычислительных методов обнаружения околонулевого видимого движения астероида использовались метод нормальной аппроксимации [12] и метод Ziggurat [18]. Для моделирования случайной величины, распределенной по нормальному закону $N_x(m, \sigma^2)$ с математическим ожиданием m и среднеквадратическим отклонением σ , необходимо полученный при моделировании случайной величины, распределенной по нормальному закону $N_x(0,1)$ результат умножить на значение среднеквадратического отклонения σ , а затем прибавить значение математического ожидания m :

$$N_x(m, \sigma^2) = \sigma \cdot N_x(0,1) + m. \quad (23)$$

Указанные выше методы обнаружения околонулевого видимого движения астероида были исследованы на одних и тех же выборках.

Константы метода статистического моделирования

При проведении исследований процесса обнаружения околонулевого скорости видимого движения объекта использовались следующие значения констант вычислительного метода.

Значение уровня значимости α , вероятности ошибки первого рода (вероятности ложного обнаружения при условии справедливости гипотезы H_0) равно $\alpha = 10^{-3}$ и $\alpha = 10^{-4}$. Количество N_{ff} кадров исследуемой серии кадров принимает следующие значения $N_{ff} = (4,6)$. Угол γ , под которым осуществляется видимое движение исследуемого объекта, считался равным $\gamma = 45^\circ$.

Для моделирования условий гипотезы H_0 (исследуемый объект имеет нулевое видимое движение) $k = 0$, а среднеквадратическое отклонение равно 1 ($\sigma = 1$).

Для моделирования условий альтернативы H_1 (исследуемый объект имеет околонулевое видимое движение), задаётся коэффициент k для получения значения модуля приведенной скорости V видимого движения в относительных величинах, который принимает следующие значения $k = (0, 0.5, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 3, 4)$.

Математическое ожидание m внешней оценки среднеквадратического отклонения $\hat{\sigma}_{out}$ измерений положений объектов на серии CCD-кадров равно $m(\hat{\sigma}_{out}) = 1$. Среднеквадратическое отклонение σ внешней оценки среднеквадратического отклонения $\hat{\sigma}_{out}$ измерений положений объектов на серии CCD-кадров принимает следующие значения $\sigma(\hat{\sigma}_{out}) = (0.15, 0.25)$.

Количество исследуемых факторов w линейной регрессионной модели (в исследуемом случае этим фактором является скорость видимого движения), гипотеза о которых проверяется, равно $w = 1$ [5]. Ранг r матрицы частных производных F_x [5] равен $r = 4$. Количество оцениваемых параметров движения исследуемого объекта равно $m = 2$ (рассматриваемая модель видимого движения имеет два параметра – начальное положение и скорость).

При $\alpha = 10^{-3}$ предельно допустимое (критическое) табличное значение статистики распределения Фишера с $(1, 4)$ степенями свободы составляет $f_{cr} = 74.13$ а при $\alpha = 10^{-4}$ – $f_{cr} = 241.62$ [5, 20]. В качестве альтернативного варианта критическое значение f_{cr} Фишера также определялось в соответствии с напе-

ред заданным уровнем значимости α при моделировании гипотезы H_0 ($V = 0$).

Метод статистического моделирования для исследования показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии CCD-кадров

В данной работе проводится статистическое моделирование для двух случаев, когда истинна гипотеза H_0 о нулевом видимом движении исследуемого объекта, и когда истинна альтернатива H_1 об околонулевым видимом движении исследуемого объекта.

Метод статистического моделирования в условиях гипотезы H_0 заключается в следующей последовательности операций.

1. Задаются параметры эксперимента. Для каждого кадра рассматриваемой серии задаются неизменные от кадра к кадру координаты x_k и y_k положения исследуемого объекта, среднее квадратическое отклонение σ измерений положений объектов на серии CCD-кадров.

2. Проводится $N_{0\text{exp}}$ экспериментов в условиях гипотезы H_0 о нулевом видимом движении исследуемого объекта ($V = 0$). Для моделирования одного эксперимента выполняется следующая последовательность операций.

2.1. Для всех кадров рассматриваемой серии моделируются отклонения измерений положения исследуемого объекта (нормально распределённые случайные величины). При этом формируются измерения как сумма детерминированных координат положения и соответствующих отклонений.

2.2. Производится МНК-оценка положения \hat{x}_0 и \hat{y}_0 исследуемого объекта на базовом кадре и скорости \hat{V}_x и \hat{V}_y его видимого движения (оценка параметров $\hat{\theta}_x$ и $\hat{\theta}_y$ видимого движения исследуемого объекта) вдоль каждой координаты с помощью выражений (6) ÷ (9).

2.3. Определяются интерполированные оценки координат \hat{x}_k и \hat{y}_k исследуемого объекта на моменты привязки всех кадров исследуемой серии с помощью выражений (4) и (5).

2.4. Определяются значения остаточных сумм R_0^2 и R_1^2 квадратов отклонений положения исследуемого объекта в предположении истинности гипотез о нулевом (H_0) и околонулевым (H_1) видимом

движении соответственно на данной серии измерений с помощью выражений (2) и (3).

2.5. Определяются значения оценок отношений правдоподобия для всех исследуемых подстановочных методов максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов. Для этого используются следующие выражения: (1) – при неизвестной дисперсии измерений положения объекта на кадрах, (10) – при известной дисперсии и (11) – при использовании внешней оценки дисперсии измерений положения исследуемого объекта.

2.6. Определяется значение f-критерия Фишера $f(\Omega_{\text{set}})$ значимости общей скорости видимого движения с помощью выражения (12).

3. Определяются, на основе заданного уровня значимости α обнаружения, предельно допустимые (критические) значения ℓ_{cr} , соответствующие всем исследуемым (1), (10) и (11) подстановочным методам максимально правдоподобного обнаружения. Также определяется критическое значение f_{cr} Фишера в соответствии с наперед заданными уровнями значимости $\alpha = 10^{-3}$ и $\alpha = 10^{-4}$.

Метод статистического моделирования в условиях альтернативы H_1 об околонулевым видимом движении исследуемого объекта является следующей последовательностью операций.

1. Задаются параметры эксперимента. Задаётся модуль приведенной скорости V и направление γ видимого движения исследуемого объекта, определяются значения скоростей V_x и V_y видимого движения исследуемого объекта вдоль каждой координаты с помощью выражений (21) ÷ (22). Также задаются среднее квадратическое отклонение σ измерений положений объектов на серии CCD-кадров, математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение $\sigma(\hat{\sigma}_{\text{out}})$ внешней оценки среднее квадратического отклонения $\hat{\sigma}_{\text{out}}$ измерений положений объектов. С учётом заданного значения времени между кадрами определяются координаты положения $x_k(\theta_x)$ и $y_k(\theta_y)$ исследуемого объекта в момент времени τ_k в соответствии с выражениями (17) и (18).

2. Проводятся $N_{1\text{exp}}$ экспериментов в условиях альтернативы H_1 об околонулевым видимом движении исследуемого объекта. Для моделирования одного эксперимента выполняется аналогичная последовательность операций, которая описана в пунктах 2.1 ÷ 2.5 при моделировании гипотезы H_0 .

3. Полученные в п. 2 при моделировании альтернативы H_1 значения оценок отношений правдоподобия для всех синтезированных подстановочных вычислительных методов максимально правдоподобного обнаружения сравниваются с полученными в блоке 3 при моделировании гипотезы H_0 предельно допустимыми (критическими) значениями ℓ_{cr} , которые соответствуют им.

4. Полученное в п. 2 при моделировании альтернативы H_1 значение f-критерия Фишера $f(\Omega_{set})$ значимости общей скорости видимого движения сравнивается с предварительно заданным табличным предельно допустимым (критическим) значением статистики распределения Фишера с $(w, N_{mea} - \gamma)$ степенями свободы [5, 16]. Также полученные значения f-критерия Фишера $f(\Omega_{set})$ сравниваются с полученным в блоке 3 при моделировании гипотезы H_0 критическим значением f_{cr} Фишера в соответствии с наперед заданными уровнями значимости $\alpha = 10^{-3}$ и $\alpha = 10^{-4}$.

5. Основываясь на результатах N_{1exp} экспериментов, определяется условная вероятность правильного обнаружения (УВПО), дополняющая до единицы условную вероятность ошибки второго рода (пропуска объекта с околонулевым видимым движением при условии справедливости гипотезы H_1).

Оценка УВПО является оценкой вероятности по частоте превышения критического значения ℓ_{cr} полученными в п. 2 значениями оценок отношений правдоподобия $\hat{l}(\Omega_{set})$ для всех синтезированных подстановочных методов максимально правдоподобного обнаружения. Также оценка УВПО является оценкой вероятности по частоте превышения критического значения f_{cr} Фишера полученными в п. 2 значениями f-критерия Фишера $f(\Omega_{set})$ для двухкоординатного метода обнаружения:

$$D_{true} = N_{exc} / N_{1exp}, \quad (24)$$

где N_{exc} – количество превышений критического значения ℓ_{cr} для подстановочных методов максимально правдоподобного обнаружения или f_{cr} для двухкоординатного вычислительного метода обнаружения с применением f-критерия Фишера.

Оценка УВПО определяется для разных значений количества N_{fr} кадров, модуля приведенной скорости V видимого движения исследуемого объекта и угла γ , под которым осуществляется движение.

На рисунках 1 ÷ 4 приведены кривые обнаружения при использовании:

- двухкоординатного метода обнаружения с применением f-критерия Фишера (12) (кривая 1);
- подстановочного метода максимально правдоподобного обнаружения с известной дисперсии измерений положения объекта (10) (кривая 2);
- подстановочного метода максимально правдоподобного обнаружения (11) с применением внешней оценки СКО $\hat{\sigma}_{out} = 0.15$ (кривая 3) и $\hat{\sigma}_{out} = 0.25$ (кривая 4).

Рисунки 1, 3 соответствуют УВЛТ $\alpha = 10^{-3}$, рисунки 2, 4 – $\alpha = 10^{-4}$.

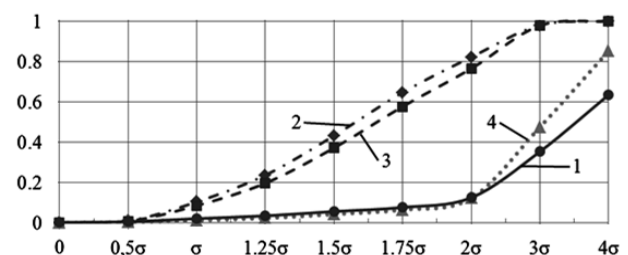


Рис. 1. Кривые обнаружения для количества кадров $N_{fr} = 4$ ($\alpha = 10^{-3}$)

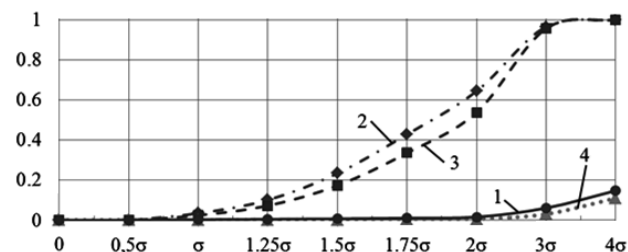


Рис. 2. Кривые обнаружения для количества кадров $N_{fr} = 4$ ($\alpha = 10^{-4}$)

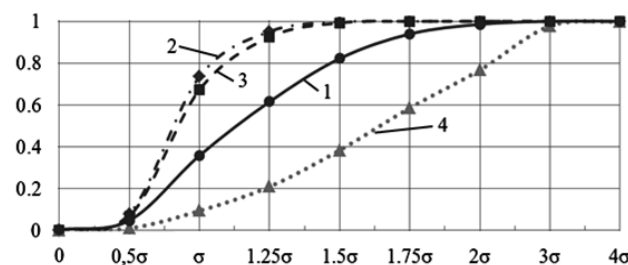


Рис. 3. Кривые обнаружения для количества кадров $N_{fr} = 6$ ($\alpha = 10^{-3}$)

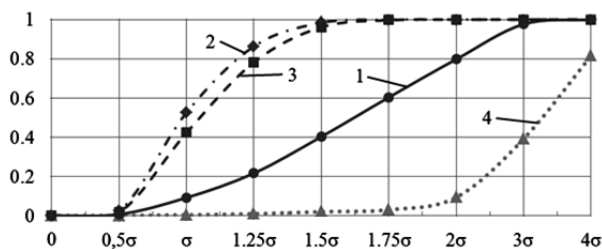


Рис. 4. Кривые обнаружения для количества кадров $N_{fr} = 6$ ($\alpha = 10^{-4}$)

Заклучение

В статье разработан метод статистического моделирования исследования показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения объекта на серии CCD-кадров. Данный метод учитывает основные особенности формирования измерений положения объекта, а также особенности различных методов обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии CCD-кадров, основанных на решающих правилах.

Первая группа этих методов основана на использовании подстановочных решающих правил максимально правдоподобного обнаружения с известной (10) и неизвестной (1) дисперсией измерений положения объекта на CCD-кадре, а также с использованием её внешней оценки (11) [5].

Вторая группа вычислительных методов основана на проверке статистической значимости фактора скорости видимого движения объекта на исследуемой серии измерений с использованием такого критерия проверки значимости факторов как f-критерия Фишера (12) [5]. Данный метод обнаружения также называется двухкоординатным [5].

Метод статистического моделирования позволяет исследовать показатели качества обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии CCD-кадров, определить условную вероятность правильного обнаружения.

Дальнейшие исследования целесообразно сконцентрировать на анализе полученных показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта на серии CCD-кадров методом статистического моделирования.

Литература

1. Dearborn, David P. S. *Defending Against Asteroids and Comets* [Text] / P. S. David Dearborn, Paul L. Miller // Springer International Publishing. *Handbook of Cosmic Hazards and Planetary Defense*. – 2014. – С. 1-18.

2. Kortencamp, S. *Asteroids, Comets, and Meteoroids* [Text] / S. Kortencamp // Capstone Press. – Mankato, MN. – 2012.

3. Кузьмин, С. З. *Цифровая радиолокация. Введение в теорию* [Текст] / С. З. Кузьмин. – К. : Издательство КвіЦ, 2000. – 428 с.

4. Трифонов, А. П. *Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех* [Текст] / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. – М. : Радио и связь, 1986. – 264 с.

5. *Development of computational method for detection of the object's near-zero apparent motion on the series of CCD-frames* [Text] / S. V. Khlamov, V. E. Savanevych, O. B. Briukhovetskyi, S. S. Oryshych // *Eastern European Journal of Enterprise Technologies*. – 2016. – Vol. 2, I. 9 (80). – С. 41 - 48.

6. *Метод обнаружения астероидов, основанный на накоплении сигналов вдоль траекторий с неизвестными параметрами* [Текст] / В. Е. Саваневич, А. Б. Брюховецкий, А. М. Кожухов, Е. Н. Диков // *Системы оброб. інформації.: Зб. наук. праць. Харків*. – 2011. – Вип. 2. – С. 137-144.

7. Myung, I. J. *Tutorial on maximum likelihood estimation* [Text] / I. J. Myung // *Journal of Mathematical Psychology*. – 2003. – Vol. 47. – С. 90-100.

8. Masson, M. E. J. *A tutorial on a practical Bayesian alternative to null-hypothesis significance testing* [Text] / M. E. J. Masson // *Behavior Reseach Methods*. – 2011. – Vol. 43. – С. 679-690.

9. Draper, N. R. *Applied regression analysis* [Text] / N. R. Draper, H. Smith // *Business & Economics*. – 1998. – Vol. 1. – С. 706. – ISBN 0-471-17082-8.

10. Wagenmakers, E.-J. *Simple relation between one-sided and two-sided Bayesian point-null hypothesis tests* [Text] / E.-J. Wagenmakers, R. D. Morey // *Statistics Probability Letters*. – 2014. – Vol. 92. – С. 121-124.

11. Chan, J. C. C. *A comparison of cross-entropy and variance minimization strategies* [Text] / J. C. C. Chan, P. W. Glynn, D. P. Kroese // *Journal of Applied Probability*. – 2011. – № 48A. – С. 183-194.

12. Вентцель, Е. С. *Теория вероятности и ее инженерные приложения*. [Текст] : учеб. пособие / Е. С. Вентцель Л. А. Овчаров. – 2-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2000. – 480 с.

13. Taha, H. A. *Operations Research: An Introduction*. [Text] / H. A. Taha // *Journal of the Operational Research Society*. – March 1980. – Vol. 31(3). – DOI: 10.2307/2581087.

14. George, E. Smith *The invention and early history of the CCD* [Text] / E. Smith George // *Rev. Mod. Phys.* – 2010. – Vol. 3, № 82. – С. 2307-2312.

15. *A new method based on the subpixel Gaussian model for accurate estimation of asteroid coordinates*. [Text] / V. E. Savanevych, O. B. Briukhovetskyi,

N. S. Sokovikova, M. M. Bezdrovny, I. B. Vavilova, Yu. M. Ivashchenko, L. V. Elenin, S. V. Khlamov, Ia. S. Movsesian, A. M. Dashkova, A. V. Pogorelov // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2015. – № 451 (3). – С. 3287-3298.

16. Ермаков, С. М. Математическая теория оптимального эксперимента [Текст] / С. М. Ермаков, А. А. Жиглявский. – М. : Наука, 1987. – 320 с.

17. Phillips, P. C. B. The true characteristic function of the F distribution [Text] / P. C. B. Phillips // *Biometrika*. – 1982. – № 69. – С. 261-264.

18. Marsaglia, G. The ziggurat method for generating random variables [Text] / G. Marsaglia, W. W. Tsang // *Journal of Statistical Software*. – October, 2000. – Vol. 5, I. 8. – С 1-7.

19. Кнут, Д. Э. Искусство программирования. В 3-х т. Т. 2 : Получисленные алгоритмы [Текст] / Д. Э. Кнут ; ред. Ю. В. Казаченко. – 3-е изд. – М. : Вильямс, 2000. – 832 с.

20. Mélard, G. On the accuracy of statistical procedures in Microsoft Excel 2010 [Text] / G. Mélard // *Journal of Computational Statistics and Data Analysis*. – 2014. – Vol. 29, I. 5. – С. 1095-1128.

References

1. Dearborn, David P. S., Miller, Paul L. Defending Against Asteroids and Comets. *Springer International Publishing. Handbook of Cosmic Hazards and Planetary Defense*, 2014, pp. 1-18.

2. Kortencamp, Steve. *Asteroids, Comets and Meteoroids*. Mankato, MN, Capstone Press Publ., 2012.

3. Kuzmyn, S. Z. *Tsyfrovaia radyolokatsyia. Vvedenyie v teoriyu*. Kiev, KviTs Publ., 2000. 428 p.

4. Tryfonov, A. P., Shynakov, Yu. S. *Sovmestnoe razlychenye syhnalov y otsenka ykh parametrov na fone pomekh*. Moscow, Radio i sviaz Publ., 1986. 264 p.

5. Khlamov, S. V., Savanevych, V. E., Briukhovetskyi, O. B., Oryshych, S. S. Development of computational method for detection of the object's near-zero apparent motion on the series of CCD-frames. *Eastern European Journal of Enterprise Technologies*, 2016, vol. 2, iss. 9 (80), pp. 41-48.

6. Savanevych, V. E., Briukhovetskyi, A. B., Kozhukhov, A. M., Dykov, E. N. Metod obnaruzheniya asteroydov, osnovanii na nakoplenyy syhnalov vdol traektoriyi s neyzvestnymy parametramy. *Systemy obrob. informatsii*, Kharkiv, 2011, vol. 2, pp. 137-144.

7. Myung, I. J. Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of Mathematical Psychology*, 2003, vol. 47, pp. 90-100.

8. Masson, M. E. J. A tutorial on a practical Bayesian alternative to null-hypothesis significance testing. *Behavior Research Methods*, 2011, vol. 43, pp. 679-690.

9. Draper, N. R., Smith, Harry. Applied regression analysis. *Business & Economics*, vol. 1, 1998. 706 p. ISBN 0-471-17082-8.

10. Wagenmakers, E. -J, Morey, R. D. Simple relation between one-sided and two-sided Bayesian point-null hypothesis tests. *Statistics Probability Letters*, 2014, vol. 92, pp. 121-124.

11. Chan, J. C. C., Glynn, P. W., Kroese, D. P. A comparison of cross-entropy and variance minimization strategies. *Journal of Applied Probability*, 2011, no. 48A, pp. 183-194.

12. Ventcel', E. S., Ovcharov, L. A. *Teoriya veroyatnosti i ee inzhenernye prilozheniya. Ucheb. posobie dlja vuzov*. Moscow, Vyssh. shk. Publ., 2000. 480 p.

13. Taha, H. A. Operations Research: An Introduction. *Journal of the Operational Research Society*, vol. 31(3), March 1980. DOI: 10.2307/2581087.

14. George, E. Smith The invention and early history of the CCD. *Rev. Mod. Phys*, 2010, vol. 3, no. 82, pp. 2307-2312.

15. Savanevych, V. E., Briukhovetskyi, O. B., Sokovikova, N. S., Bezdrovny, M. M., Vavilova, I. B., Ivashchenko, Yu. M., Elenin, L. V., Khlamov, S. V., Movsesian, Ia. S., Dashkova, A. M., Pogorelov, A. V. A new method based on the subpixel Gaussian model for accurate estimation of asteroid coordinates. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2015, vol. 451 (3), pp. 3287-3298.

16. Ermakov, S. M., Zhyhliavskyi, A. A. *Matematicheskaia teoriya optymalnoho eksperymenta*. Moscow, Nauka Publ., 1987. 320 p.

17. Phillips, P. C. B. The true characteristic function of the F distribution. *Biometrika*, 1982, no. 69, pp. 261-264.

18. Marsaglia, G., Tsang, W. W. The ziggurat method for generating random variables. *Journal of Statistical Software*, vol. 5, no. 8, October, 2000, pp. 1-7.

19. Knut, D. Eh. *Iskusstvo programmirovaniya. uchebnoe posobie. Poluchislennyye algoritmy*. Moscow, Vil'jams Publ., 2000. 832 p.

20. Mélard, Guy. On the accuracy of statistical procedures in Microsoft Excel 2010. *Journal of Computational Statistics and Data Analysis*, 2014, vol. 29, no. 5, pp. 1095-1128.

**МЕТОД СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ
ВИЯВЛЕННЯ БЛИЗЬКОНУЛЬОВОГО ВИДИМОГО РУХУ
ДОСЛІДЖУВАНОВОГО ОБ'ЄКТА НА СЕРІЇ CCD-КАДРІВ**

С. В. Хламов, В. Є. Саваневич, О. Б. Брюховецький, С. С. Оришич

У статті розроблено метод статистичного моделювання дослідження показників якості виявлення близьконульового видимого руху об'єкта на серії CCD-кадрів. Даний метод враховує основні особливості формування вимірювань положення досліджуваного об'єкта і особливості застосування різних методів виявлення близьконульового видимого руху досліджуваного об'єкта на серії CCD-кадрів. Так само в роботі наведено окремі результати дослідження показників якості виявлення об'єктів з близьконульовим видимим рухом, розробленим методом статистичного моделювання.

Ключеві слова: CCD-вимірювання, статичне моделювання, показники якості, близьконульовий видимий рух, МНК-оцінка параметрів, t-критерій Стьюдента, f-критерій Фішера.

**METHOD OF STATISTICAL MODELING OF RESEARCH OF QUALITY INDICATION
OF DETECTION OF THE OBJECT'S CLOSE-TO-ZERO APPARENT MOTION
ON THE SERIES OF CCD-FRAMES**

S. V. Khlamov, V. E. Savanevych, O. B. Briukhovetskyi, S. S. Oryshych

The method of statistical modeling of research of quality indication of detection of the object's close-to-zero apparent motion on the series of CCD-frames is developed. This method takes into account the main features of the formation of the measurement position of object and features of the various methods of detection near-zero apparent motion of object on a series of CCD-frames. Also partly results of research of quality indication of detection of objects with near-zero apparent motion is provided by developed statistical modeling method in this article.

Key words: CCD-measurements, statistical modeling, quality indication, near-zero apparent motion, OLS parameter estimation, Student's t-test, F-test.

Хламов Сергій Васильович – аспірант кафедри електронних обчислювальних машин, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна, e-mail: sergii.khlamov@gmail.com.

Саваневич Вадим Євгенович – доктор технічних наук, професор кафедри інформаційних управляючих систем та технологій, Ужгородський національний університет, Ужгород, Україна, e-mail: vadym@savanevych.com.

Брюховецький Олександр Борисович – кандидат технічних наук, інженер, Харківське представництво генерального замовника Державного космічного агентства України, Харків, Україна, e-mail: izumsasha@gmail.com.

Оришич Сергій Сергійович – студент кафедри програмного забезпечення систем, Ужгородський національний університет, Ужгород, Україна, e-mail: oryshych@gmail.com.

Khlamov Sergii Vasilevich – Postgraduate student of Dept. of Electronic computer, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkov, Ukraine, e-mail: sergii.khlamov@gmail.com.

Savanevych Vadym Evgenievich – Doctor of Technical Sciences, Professor of Dept. of Informative and Operating Systems and Technologies, Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, e-mail: vadym@savanevych.com.

Briukhovetskyi Olexsander Borisovich – PhD, Engineer of Kharkiv General Customer Representative of the State Space Agency of Ukraine, e-mail: izumsasha@gmail.com.

Oryshych Serhiy Serhievich – student of Dept. of Software Systems, Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, e-mail: oryshych@gmail.com.