

УДК 519.6+519.8

А. В. КАРТАШОВ, А. Ю. ЧЕРНЫШЕВА

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

СЕТОЧНЫЕ ПАТТЕРНЫ, КАК МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ

Рассматривается компьютерное моделирование измерительных устройств, содержащих матрицы электродов. Применен метод локальной весовой аппроксимации. Для квадратичного базиса предлагается специальное расположение узлов измерения, образующих матрицеподобную структуру (сеточный паттерн). Показано, что в таком случае вычисление как измеряемой в центральной точке паттерна скалярной величины, так и оценки её производных в центральной точке могут быть произведены единообразно путём предварительного нахождения резольвенты. Рассмотрены примеры применения данного метода для поиска минимума функций двух переменных. Отмечена возможность использования для поиска минимумов функций с разрывами производных

Ключевые слова: локальная весовая аппроксимация, оптимизация, шаговый поиск, паттерн.

Введение

Задачи, связанные с аппроксимацией скалярного поля по результатам измерений, а также с поиском его экстремумов, являются актуальными в различных областях биомедицины и техники. Такая задача возникает при определении местоположения точки ввода лекарств на коже пациента, страдающего некоторыми видами заболеваний (например, ДЦП). Особые точки отличаются значениями физических параметров (местного электрического сопротивления, температуры, цвета и т.п. [1, 2]). Обычно каждое измерение имеет большую стоимость, выражаемую не только в денежных и аппаратных затратах, но и в затратах времени. Кроме того, измерения всегда сопровождаются наличием погрешностей. Следовательно, необходимо искать такие методы получения и последующей обработки информации, которые требуют наименьшего возможного количества измерений. Классические методы нелинейной оптимизации далеко не всегда оказываются применимыми к решению реальных технических задач [3]. В настоящее время активно разрабатываются различные варианты эвристических алгоритмов без использования производных. Достаточно полный обзор современных тенденций по данной тематике приведен в работе [4]. В основу данной работы положены принципы локальной весовой аппроксимации (ЛА) [5].

1. Паттерны и аппроксимация

Согласно методу ЛА, значение аппроксимируемой функции находят применением метода наи-

меньших квадратов (МНК) с учётом расстояний от заданной точки до узлов, в которых производятся измерения:

$$Q(\bar{r}_c, \bar{a}) = \sum_{s=1}^n (z_s - P(\bar{a}, \Delta \bar{r}_s))^2 \rho_s \rightarrow \min_{\bar{a}}, \quad (1)$$

где

$Q(\bar{r}_c, \bar{a})$ - сумма квадратов отклонений,

\bar{r}_s - точки измерений (узлы аппроксимации),

z_s - результаты измерений в узлах \bar{r}_s ,

\bar{r}_c - фиксированная опорная точка, в окрестности которой производится аппроксимация,

$$\Delta \bar{r} = \bar{r} - \bar{r}_c,$$

$$P(\bar{a}, \bar{r}) = \sum_{k=1}^m a_k \phi_k(\bar{r}),$$

\bar{a} - вектор коэффициентов разложения по заданному базису,

$\Phi(\bar{r}_c) = P(\bar{a}, \Delta \bar{r}_c)$ - аппроксимируемая функция,

$\phi_k(\bar{r})$ - базисные функции,

$\rho_s \equiv \rho(\|\Delta \bar{r}_s\|/H)$ - веса точек измерения,

$\rho(t) = \frac{1}{1+t^2}$ - один из видов весовых функций,

H - управляющий параметр.

В результате минимизации (1) коэффициенты \bar{a} оказываются функциями от текущей опорной точки \bar{r}_c ; это значит, что для восстановления функции в достаточно большом количестве опорных точек требуется всякий раз произвести минимизацию заново. Для устранения этого недостатка ограничимся тем случаем, когда узлы измерения совпада-

ют с узлами правильной квадратной сетки с шагом h , а для аппроксимации в опорном узле выберем некоторое количество ближайших к нему. В таком случае возникает структура вида «паттерн». Определим как «паттерн» объект, элементами которого является некоторая фиксированная конфигурация точек замера (узлов) \vec{r}_s и опорная точка \vec{r}_c [6]. В матричных измерительных устройствах узлы измерения образуют паттерн; та точка, в которой вычисляется аппроксимированное значение скалярного поля, является центром паттерна [7, 8]. Пример такого паттерна, использованного в работах [1, 2] приведен на рис. 1. Ребро паттерна, как расстояние между ближайшими узлами, является константой h . Каждый узел обладает «зоной влияния». Центральная точка выбрана в качестве опорной. В данном случае индексация принята двойной. Удобной также является сквозная нумерация, при которой узлы разбиваются на группы узлов, равноотстоящих от центра. Радиусом паттерна будем считать максимальное расстояние от узлов до центра.

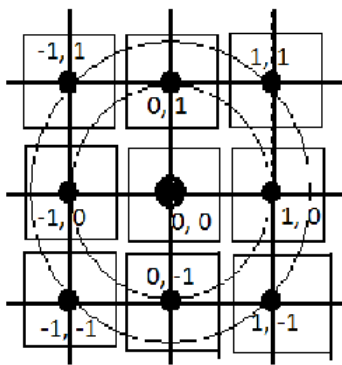


Рис. 1. Простейший сеточный паттерн:

$$|x_{i,j}|, |y_{i,j}| \leq h, \quad i, j = -1..1$$

В работах [1, 2, 4] для расчётов использовались только паттерны, приведенные на рис. 1. В отличие от методики, представленной в работах [6, 7], в данной работе усилия были направлены на воссоздание комплекса частных производных в максимальном виде (включая оценивание матрицы Гессе), а не только лишь для оценивания градиента. В указанных работах основное внимание обращено на использование классических методов численного оценивания частных производных. Матричная структура простейших паттернов фактически предопределяет упрощённое использование их узлов и узловых значений минимизируемой функции для численного оценивания производных первого и второго порядков. Кроме того, наличие погрешностей измерений автоматически вносит появление значительных погрешностей при оценивании производных, использующих точные интерполяционные формулы.

С учётом отмеченных недостатков, в данной работе рассмотрены также некоторые более объёмные паттерны, примеры которых даны на рис. 2 с указанием количеств узлов.

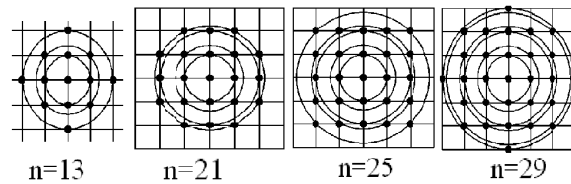


Рис. 2. Сеточные паттерны с указанием количеств узлов и разбиениями по группам узлов, равноудалённых от точки аппроксимации

Вычисление коэффициентов разложения аппроксимирующего полинома производится по стандартной методике, согласно которой находят решение нормальной системы уравнений:

$$K\vec{a} = \vec{B}, \quad (2)$$

где $K_{pq} = \sum_{s=1}^n \phi_p(\Delta\vec{r}_s)\phi_q(\Delta\vec{r}_s)\rho_s$,

$$B_q = \sum_{s=1}^n z_s \phi_q(\Delta\vec{r}_s)\rho_s.$$

Правая часть системы (2) линейно зависит от результатов измерений в узлах. Поэтому компоненты вектора коэффициентов разложения \vec{a} также являются линейными комбинациями результатов измерений в узлах паттерна:

$$a_p = \sum_{q=1}^m (K^{-1})_{pq} B_q = \sum_{s=1}^n R_{ps} z_s, \quad (3)$$

где $R_{ps} = \sum_{q=1}^m (K^{-1})_{pq} \phi_q(\Delta\vec{r}_s)\rho_s$ – резольвента.

В целях локальной аппроксимации, точной для квадратичных функций от двух переменных x_1, x_2 , достаточно ограничиться базисом следующего вида:

$$\phi_1(\vec{r}) = 1, \phi_2(\vec{r}) = x_1^2, \phi_3(\vec{r}) = x_2^2. \quad (4)$$

Тогда $\Phi(\vec{r}_c) = P(\vec{a}, 0) = a_1$. Базисные функции (4) $\phi_p(\Delta\vec{r}_s)$ положительны и четны при замене любого узла симметричным ему относительно опорной точки (т.е. центра паттерна). Поэтому для любой функции, нечетной относительно той или иной переменной (или обеих), результат аппроксимации строго равен результату измерения в опорной точке. Результирующая формула для $\Phi(\vec{r}_c)$ имеет вид суммы слагаемых, содержащих суммы узловых значений для узлов, равноотстоящих от опорного узла, причём каждая

такая группа входит со своим множителем. Например, прямыми вычислениями для девятиточечного паттерна с управляющим параметром $H = h$ в работах [1, 2] получены следующие выражения (использована двойная индексация):

$$\Phi(\vec{r}_c) = \frac{1}{15} \left(11z_{00} + 2 \sum_{|i|+|j|=1} z_{ij} - \sum_{|i|+|j|=2} z_{ij} \right). \quad (5)$$

Коэффициенты в (5) заполняют первую строку резольвенты. При наличии независимых помех с дисперсией σ^2 дисперсия результата измерения

$$\text{составляет в данном случае } \frac{141}{225} \sigma^2 = \frac{47}{75} \sigma^2.$$

Для одномерного пространства под паттерном понимается некоторая последовательность равноудалённых узловых точек. Если опорная точка находится в центре паттерна, то возникают формулы центрального сглаживания без учёта весов [9]. Если опорная точка находится вне зоны паттерна, а аргументом является время, то естественным путём приходим к понятию временного ряда. В этом случае аппроксимация в опорном узле является экстраполяцией [9 – 11]. При фиксированных значениях длины ребра паттерна h и величины H параметр локальности можно определить как $\alpha = h/H$. Если $\alpha = 0$, т.е. $H \rightarrow \infty$, то всем узлам приписывается одинаковый вес. Чем больше значение параметра локальности, тем более возрастает роль узлов, ближайших к опорному. В пределе $\alpha \rightarrow \infty$ аппроксимация является интерполяцией в опорном узле.

2. Паттерны и оптимизация

Предлагаемый подход позволяет расширить область применения метода ЛА за счёт единообразного представления аппроксимации как самой функции, так и её производных в опорной точке. Выберем в качестве базисных следующие функции координат текущего вектора $\vec{r}(x_1, x_2)$:

$$\begin{aligned} \phi_1(\vec{r}) &= 1, \phi_2(\vec{r}) = x_1, \phi_3(\vec{r}) = x_2, \\ \phi_4(\vec{r}) &= \frac{1}{2} x_1^2, \phi_5(\vec{r}) = x_1 x_2, \phi_6(\vec{r}) = \frac{1}{2} x_2^2. \end{aligned} \quad (6)$$

В таком случае аппроксимирующая функция $\Phi(x_1, x_2)$, представленная полиномом, содержит скалярную, векторную и квадратичную составляющие:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{r}) &= P(\vec{c}, \Delta \vec{r}) = f_c + \vec{b}^T \Delta \vec{r} + \frac{1}{2} \Delta \vec{r}^T G \Delta \vec{r} = \\ &= f_c + b_i \Delta x_i + \frac{1}{2} g_{ij} \Delta x_i \Delta x_j, \end{aligned} \quad (7)$$

где по повторяющимся индексам производится суммирование.

В опорной точке \vec{r}_c выполняются соотношения:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{r}_c) &= f_c, \quad \text{grad} \Phi(\vec{r}_c) = \vec{b}, \\ \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \Phi(\vec{r}) &= g_{ij}. \end{aligned} \quad (8)$$

Рассматривается один из вариантов шагового поиска. Пусть требуется определить положение точки минимума и минимальное значение функции двух переменных $f(\vec{r}) \rightarrow \min$. С этой целью вычислим, прежде всего, резольвенту R по формуле (3)

при заданном параметре локальности $\alpha = \frac{h}{H}$, причём $h = 1$. В процессе поиска величина h является варьируемой в зависимости от результатов вычисления вектора \vec{a} , но резольвента сохраняется.

Компоненты a_2, a_3 определяют направление градиента. Этого достаточно для использования метода наискорейшего спуска (который крайне неэффективен в случае овражной ситуации). Но применение рассматриваемого метода позволяет одновременно вычислить матрицу Гессе:

$$G = \begin{pmatrix} a_4 & a_5 \\ a_5 & a_6 \end{pmatrix}, \det G = a_4 a_6 - a_5^2. \quad (9)$$

Предположим, G положительно определена. Тогда ведущее направление предлагается задавать модифицированным вектором антиградиента

$$\overline{\text{dir}}_{\text{Gesse}} = \begin{pmatrix} -a_4 a_2 + a_5 a_3 \\ a_5 a_2 - a_6 a_3 \end{pmatrix}. \text{ В противном случае на}$$

правление задаётся антиградиентом $\overline{\text{dir}} = \begin{pmatrix} -a_2 \\ -a_3 \end{pmatrix}$.

Шаг перемещения в найденном направлении выбирается равным радиусу паттерна. Используется эвристическое правило, сходное с приведенными в работе [4], для регулирования величины ребра паттерна h (а значит, и его радиуса): длина ребра с каждым шагом увеличивается путём умножения на «коэффициент поощрения» k_+ . В случае «неуспеха» шаг умножается на «коэффициент наказания» k_- . Под «неуспехом» понимается отрицательность скалярного произведения векторов направлений на текущем шаге и предыдущем. Стандартные значения этих коэффициентов в рамках данной работы приняты такими:

$$k_+ = 1,1, \quad k_- = 0,67. \quad (10)$$

Процесс поиска считается оконченным, когда длина ребра паттерна становится меньше заданной погрешности: $h < \varepsilon$.

3. Тестовые расчёты при отсутствии помех измерения

В целях верификации описанный алгоритм был применен для нахождения минимума стандартных тестовых функций. Исследовались различные значения параметров k_+ , k_- , управляющих длиной шага, с целью уменьшения общего количества обращений к вычислению минимизируемой функции. На рис. 3 продемонстрирован процесс поиска точки минимума тестовой функции

$$f_1(x, y) = -\left(390,93 - 100(x^2 - y^2)^2 + (1 - x)^2\right). \quad (11)$$

Её глобальный минимум очевиден, располагается в точке (1, 1) и равен -390,93. Начальное расположение паттерна с 21 узлом – в правом верхнем углу. Финальная часть траектории оканчивается нанесением точки найденного минимума в виде пересечения скрещенных диаметров круга. Количество шагов траектории в данном случае имеет порядок 80 – 100. Движение по дну оврага осуществляется весьма «осторожно», требует очень малой величины ребра паттерна.

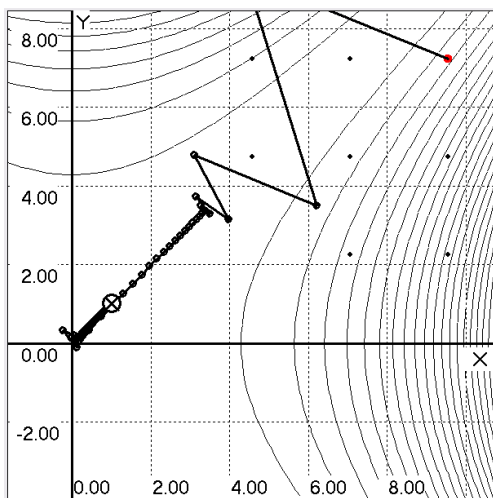


Рис. 3. Траектория пути поиска минимума функции $f_1(x, y)$

На рис. 4 показан процесс поиска минимума расстояния от точки с координатами (0, -5) до окружности с центром в начале координат и радиусом, равным единице. Это есть задача поиска с ограничениями. Введена штрафная функция, равная нулю внутри круга:

$$f_2(x, y) = \sqrt{x^2 + (y + 5)^2} + 2 \text{fine}(x, y), \quad (12)$$

где $\text{fine}(x, y) = \max\left(0, \sqrt{x^2 + y^2} - 1\right)$.

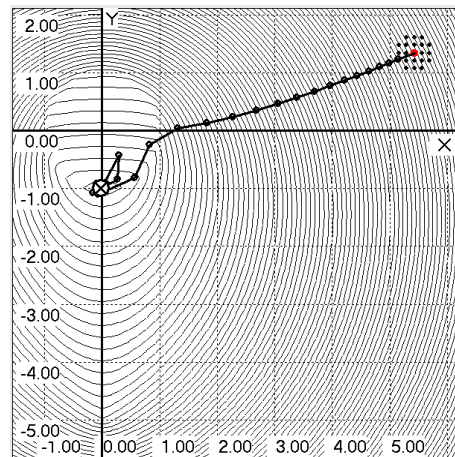


Рис. 4. Траектория пути поиска минимума функции $f_2(x, y)$. Количество шагов – порядка 30

Более сложный случай представлен на рис. 5. Требуется найти наименьшее расстояние от той же точки с координатами (0, -5) до границы области, являющейся объединением круга единичного радиуса с центром в начале координат и квадрата, описываемого неравенством $|x - 1,5| + |y| \leq 1$. Целевая функция со штрафами имеет вид:

$$f_3(x, y) = \sqrt{x^2 + (y + 5)^2} + 2 \min(\text{fine}_1, \text{fine}_2), \quad (13)$$

где $\text{fine}_1 = \max(0, |x - 1,5| + |y| - 1)$,

$$\text{fine}_2 = \max\left(0, \sqrt{x^2 + y^2} - 1\right).$$

Для подобных задач характерно наличие оврагов и невозможность применить стандартные методы минимизации ввиду недифференцируемости.

Показано, что использование адаптивного алгоритма с изменяющейся длиной шага сеточного паттерна позволяет найти тот из двух локальных минимумов, в котором существует глобальный минимум.

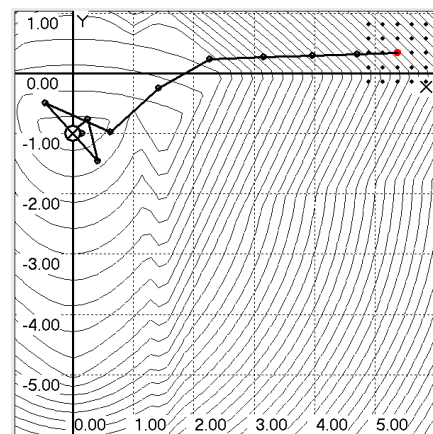


Рис. 5. Траектория пути поиска минимума функции $f_3(x, y)$. Количество шагов – порядка 30

Дополнительной трудностью, которую удаётся преодолеть использованием аппроксимационных формул, является недифференцируемость минимизируемой функции (13) в точках дна оврага.

Заключение

В данной работе представлен метод аппроксимации как функции, так и её производных с привлечением метода локальной аппроксимации и его частного случая – построения резольвенты для сеточных паттернов. Это позволяет не только аппроксимировать функцию в узлах сетки, но и приблизить градиент и матрицу вторых производных на единой основе путём простого матричного перемножения. Достоинством метода можно считать его применимость к поиску минимума функций с разрывами производных. Возможности метода апробированы вычислениями минимумов большого количества тестовых функций путём применения шагового поиска с адаптивным регулированием длины шага; алгоритм показал свою высокую работоспособность в двумерном случае. Переход к большим размерностям пространства аргументов осуществляется достаточно просто согласно применению формулы (3).

В дальнейшем вопрос учёта наличия погрешностей предполагается рассмотреть в связи с выбором сложности паттерна, степени локальности и стратегии управления длиной шага. В частности, процесс управления длиной шага желательнее сопроводить учётом возможности увеличения его длины за счёт использования одномерного поиска в найденном направлении.

Литература

1. Олейник, В. П. О повышении эффективности применения аппаратных средств электропунктурной диагностики [Текст] / В. П. Олейник, А. Ю. Чернышева // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2013. – № 4(63). – С. 61 – 64.
2. Карташов, А. В. Сравнение надёжности методов поиска экстремума в условиях помех при использовании многоэлементных датчиков [Текст] / А. В. Карташов, А. Ю. Чернышева // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 68. – Х., 2015. – С. 189 – 196.
3. Химмельблау, Д. Прикладное нелинейное программирование [Текст] / Д. Химмельблау. – М. : Мир, 1975. – 534 с.
4. Карпенко, А. В. Современные алгоритмы поисковой оптимизации [Текст] / А. В. Карпенко. – М. : Изд. МВТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. – 446 с.

5. Катковник, В. Я. Непараметрическая идентификация и сглаживание данных. Метод локальной аппроксимации [Текст] / В. Я. Катковник. – М. : Глав. ред. ф-м лит., 1985. – 306 с.

6. Lewis, R. M. A globally convergent augmented Lagrangian pattern search algorithm for optimization with general constraints and simple bounds [Text] / R. M. Lewis, V. Torczon // SIAM Journal on Optimization. – 2001. – № 12. – P. 1075–1089.

7. Hedar, A.-R. Heuristic pattern search and its hybridization with simulated annealing for nonlinear global optimization [Text] / A.-R. Hedar, M. Fukushima // Optimization Methods and Software. – 2001. – No. 19. – P. 291–308.

8. Guo, K. Optimization of sampling pattern and the design of Fourier ptychographic illuminator [Text] / K. Guo, S. Dong, P. Nanda, G. Zheng // Optical Society of America – 2015. – vol. 23, № 5. – P. 6071 –6180.

9. Кендалл, М. Многомерный статистический анализ и временные ряды [Текст] / М. Кендалл, А. Стьюарт. – М. : Наука, 1976. – 736 с.

10. Лоскутов, А. Ю. Применение метода локальной аппроксимации для прогноза экономических показателей [Текст] / А. Ю. Лоскутов, Д. И. Журавлев, О. Л. Котляров // Вопросы анализа и управления риском. Научно-технический журнал. – 2003. – № 1. – С. 21–31.

11. Дуброва, Т. А. Статистические методы прогнозирования в экономике [Текст] / Т. А. Дуброва. – М. : Московский международный институт эконометрики, информатики, финансов и права, 2003. – 60 с.

References

1. Olejnik, V. P., Chernysheva, A. Ju. O povyshenii jeffektivnosti primenenija apparatnyh sredstv jelektro-punkturoj diagnostiki [On increasing the efficiency of the hardware electro-puncture diagnostics] *Radiojelektronnye i komp'juternye sistemy – Radioelectronic and computer systems*, 2013, no. 4 (63), pp. 61 – 64.
2. Kartashov, A. V., Chernysheva, A. Ju. Svravnenie nadjozhnosti metodov poiska jekstremuma v uslovijah pomeh pri ispol'zovanii mnogojelementnyh datchikov [Comparison of methods to search for the extremum reliability in noisy environments using multi-element sensors] *Otkrytye informacionnye i komp'juternye integrirovannye tehnologii – Open information and computer integrated technologies : sb. nauch. tr. Nac. ajerokosm. Univ. im. N. E. Zhukovskogo «ХАИ»*, vol. 68, 2015, pp. 189 – 196.
3. Himmel'blau, D. *Prikladnoe nelinejnoe programmirovanie* [Applied Nonlinear Programming]. Moscow, Mir Publ., 1975. 534 p.
4. Karpenko, A. V. *Sovremennye algoritmy poiskovoj optimizacii* [Modern algorithms of search engine optimization]. Moscow, MVTU im. N. Je. Baumana Publ., 2014. 446 p.

5. Katkovnik, V. Ja. *Neparametricheskaja identifikacija i sglazhivanie dannyh. Metod lokal'noj approksimacii* [Nonparametric identification and data smoothing. Local approximation method]. Moscow, Glav. red. f-m lit. Publ., 1985. 306 p.
6. Lewis, R. M., Torczon, V. A globally convergent augmented Lagrangian pattern search algorithm for optimization with general constraints and simple bounds. *SIAM Journal on Optimization*, 2001, no. 12, pp. 1075–1089.
7. Hedar, A.-R., Fukushima, M. Heuristic pattern search and its hybridization with simulated annealing for nonlinear global optimization. *Optimization Methods and Software*, 2001, no. 19, pp. 291–308.
8. Guo K., Dong S., Nanda P., Zheng, G. Optimization of sampling pattern and the design of Fourier ptychographic illuminator. *Optical Society of America*, 2015, vol. 23, no. 5, pp. 6071–6180.
9. Kendall, M., St'juart, A. *Mnogomernyj statisticheskij analiz i vremennye rjady* [Multivariate statistical analysis and time series]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 736 p.
10. Loskutov, A. Ju., Zhuravlev, D. I., Kotljarov, O. L. Primenenie metoda lokal'noj approksimacii dlja prognoza jekonomicheskikh pokazatelej [Application of the local approximation method for the prediction of economic performance] *Voprosy analiza i upravlenija riskom. Nauchno-tehnicheskij zhurnal – Questions of analysis and risk management. Scientific and technical journal*, 2003, no. 1, pp. 21–31.
11. Dubrova, T. A. *Statisticheskie metody prognozirovanija v jekonomike* [Statistical Forecasting Methods in Economics]. Moscow, Moskovskij mezhdunarodnyj institut jekonometriki, informatiki, finansov i prava Publ., 2003. 60 p.

Поступила в редакцію 10.03.2016, рассмотрена на редколлегии 12.05.2016

СІТКОВІ ПАТЕРНИ, ЯК МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ БАГАТОЕЛЕМЕНТНИХ ВИМІРЮВАЧІВ

О. В. Карташов, Г. Ю. Чернышова

Розглядається комп'ютерне моделювання вимірювальних пристроїв, що містять матриці електродів. Застосовано метод локальної вагової апроксимації. Для квадратичного базису пропонується спеціальне розташування вузлів вимірювання, що утворюють матрицеподобну структуру (сітковий патерн). Показано, що в такому випадку обчислення як вимірюваної в центральній точці патерну скалярної величини, так і оцінки її похідних в центральній точці можуть бути зроблені одноманітно шляхом попереднього визначення резольвенти. Розглянуто приклади застосування даного методу для пошуку мінімуму функцій двох змінних. Відзначено можливість використання для пошуку мінімумів функцій з розривами похідних.

Ключові слова: локальна вагова апроксимація, оптимізація, кроковий пошук, патерн.

GRID PATTERNS AS A MATHEMATICAL MODEL OF MULTIPLE ELEMENTS MEASURING DEVICES

A. V. Kartashov, A. Y. Chernysheva

Computer modeling of measuring devices that contains matrix of electrodes are examined. Method of local weighted approximation is applied. Special location of the measurement nodes that forms a matrix structure (grid pattern) is applied for quadratic basis. It is shown that in this case either calculation of scalar or estimation of scalar derivatives in the central pattern node can be produced uniformly by prior finding of resolvent. Examples of usages of given method for finding the minimum of a function of two variables are considered. The possibility of using considered method for finding minimums of functions with discontinuities derivatives is specified.

Keywords: local weighted approximation, optimization, step search, pattern.

Карташов Алексей Викторович – канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент каф. информатики, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: alexeykartashov@gmail.com.

Чернышева Анна Юрьевна – аспирант каф. информатики, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», г. Харьков, Украина, e-mail: anna.chernyshova91@gmail.com.

Kartashov Alexey V. – Ph.D, Associate Professor, Department of Informatics of the National Aerospace University "Kharkiv aviation Institute", Kharkiv, Ukraine, e-mail: alexeykartashov@gmail.com.

Chernysheva Anna Ju. – postgraduate student, Department of Informatics of the National Aerospace University "Kharkiv aviation Institute", Kharkiv, Ukraine, e-mail: anna.chernyshova91@gmail.com.