

УДК: 004.942+004.896

Д. В. ФЕДАСЮК, С. Б. ВОЛОЧІЙ

*Національний університет "Львівська політехніка", Україна*

## СТРУКТУРНО-АВТОМАТНА МОДЕЛЬ ВІДМОВОСТІЙКИХ СИСТЕМ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ФАЗ ЕРЛАНГА

*В технології розроблення надійнісних моделей відмовостійких радіоелектронних інформаційних систем у вигляді дискретно-неперервних стохастичних систем марковського типу одним із напрямків підвищення ступеня їх адекватності є врахування в моделі реальних законів розподілу для тривалостей процедур і інтервалів часу між подіями процесів. Мова йде про побудову моделей у вигляді графа станів і переходів, в яких кількість станів складає сотні або тисячі. Проблема стає більш гострою, коли для розв'язання задач надійнісного синтезу в процесі виконання проектних завдань необхідно побудувати десятки графів станів. Вирішення такої проблеми дає удосконалена технологія аналітичного моделювання, в якій побудова графа станів є автоматизованою. Суть удосконалення в тому, що побудова графа станів здійснюється на основі структурно-автоматної моделі відмовостійкої радіоелектронної інформаційної системи. Удосконалення методики розроблення структурно-автоматних моделей дасть змогу автоматизувати використання методу фаз Ерланга для побудови моделей статистичного представлення процесу експлуатації відмовостійких систем у вигляді графа станів і переходів.*

**Ключові слова:** метод фаз Ерланга, структурно-автоматна модель, автоматизація розроблення графа станів і переходів, відмовостійка система.

### Вступ

Задачі удосконалення технології моделювання дискретно-неперервних стохастичних систем з метою підвищення ступеня адекватності моделей і автоматизації процесу їх побудови розглядаються в роботах [1; 2; 3]. В статтях [1; 2] запропоновано методи автоматизованої побудови марковських моделей систем аварійного захисту. Автори вказують на те, що ці методи застосовні до систем з невеликою кількістю елементів і рекомендують використовувати об'єднання станів. Разом з цим в моделях закладена умова, що тривалості всіх процедур представлені експоненціальним законом розподілу. В монографії [3, с. 3 – 25] для урахування в моделях реальних законів розподілу для тривалостей процедур подано теоретичні засади формування матриці експоненціальних розподілів. Формування матриці експоненціальних розподілів забезпечує трансформацію графа стохастичної системи марковського типу в граф станів стохастичної системи не марковського типу. В основу побудови матриці експоненціальних розподілів покладено метод фаз Ерланга. Однак можливість автоматизації цього процесу в роботі не розглядається.

В монографії [4] представлена технологія аналітичного моделювання інформаційних систем, коли об'єкту дослідження відповідає дискретно-неперервна-стохастична модель марковського типу.

Принципово новим етапом в представленій технології аналітичного моделювання є розроблення структурно-автоматної моделі об'єкта дослідження. Структурно-автоматна модель об'єкта дослідження це формалізоване його представлення, на основі якого здійснюється побудова моделі у вигляді графа станів та переходів. Побудова графа станів здійснюється згідно алгоритму, представленому в монографії [4, с. 79 – 81]. В статті [5] запропоновано нову методику розроблення структурно-автоматних моделей.

Наступним етапом в технології моделювання після побудови моделі у вигляді графа станів та переходів є складання системи диференціальних рівнянь Колмогорова – Чепмена. Використання такої системи рівнянь накладає відоме обмеження на адекватність моделі. Так проєктант має прийняти умову, що тривалість перебування у всіх станах графа є випадковою величиною з експоненціальним законом розподілу. Однак в практиці проєктування реальних систем тривалостям перебування в станах відповідають закони розподілу, відмінні від експоненційного. А в деяких випадках тривалості є фіксованими. Тому достовірність показників надійності, отриманих з допущенням про експоненційний закон розподілу для тривалостей перебування в усіх станах, є низькою.

У зв'язку з цим представляють практичний інтерес роботи, в яких розробляються і

досліджуються підходи до побудови моделей, в яких враховується реальний або близький до нього закон розподілу ймовірностей для тривалостей перебування в станах. В цій статті представлено результати досліджень саме в цьому напрямі.

### 1. Використання методу фаз Ерланга в побудові моделей статистичного представлення процесу експлуатації відмовостійких систем

В теорії ймовірностей [6, с. 531 – 532] показано формування закону розподілу Ерланга для неперервної випадкової величини, як прорідження найпростішого потоку подій. Це означає, що послідовність випадкових величин з показниковим законом розподілу формує випадкову величину, якій відповідає закон розподілу Ерланга. Закон розподілу Ерланга в залежності від порядку (кількості пропущених подій) змінює свою форму. В граничних представленнях порядку для  $k = 0$  цей закон відповідає випадковій величині з експоненційним законом розподілу і для  $k \rightarrow \infty$  – фіксованій величині [6, с. 533].

В монографії [7, с. 36] сказано, що випадкову величину, якій відповідає закон Ерланга  $k$ -го порядку з параметром  $\mu$ , можна представити у вигляді суми  $k$  незалежних *однаково* експоненційно розподілених випадкових величин  $\xi_i$  з параметром  $\mu$ . Наприклад, в системі масового обслуговування (СМО) тривалість процедури обслуговування має розподіл Ерланга  $k$ -го порядку. Цю тривалість обслуговування можна розглядати (представити) як послідовність  $k$  стохастично незалежних випадкових фаз, тривалості яких мають *однаковий* експоненційний розподіл. В монографії [8, с. 195-199] ця ідея поширена на представлення випадкових процесів у вигляді графа станів і переходів. В теорії систем цей метод називають "метод фаз Ерланга" [7, с. 29; 8, с. 195] або "метод етапів" [9, с. 137; 10, с. 136; 11, с. 26] або "метод стадій" [13, с.24-25].

Закон розподілу Ерланга має властивість змінювати форму з зміною його порядку, що є корисним для апроксимації емпіричних розподілів. А із зростанням порядку до безмежності тривалість випадкової величини прямує до константи, яка дорівнює її середньому значенню [9, с.142-143]. Для відмовостійких систем, у яких процедура відновлення має постійну (фіксовану) тривалість, метод фаз Ерланга дає змогу підвищувати достовірність визначених показників їх надійності.

Метод фаз Ерланга є корисним у випадках, коли за відсутності інформації про реальні закони розподілу ймовірності для тривалостей процедур і

інтервалів часу між сусідніми подіями процесів у відмовостійкій системі, визначення показників надійності проводиться за допомогою дискретно-неперервної стохастичної системи марковського типу. І, як сказано в монографії [12, с. 58-59], визначені, таким методом, значення показників представляють їх верхню або нижню оцінку. Але не завжди можна сказати яким саме є це значення, верхнім чи нижнім. Тому визначення показників з введеним в надійнісну модель відмовостійкої системи для випадкових величин закону розподілу Ерланга довільного порядку дозволяє отримати відповідь на поставлене питання.

Метод фаз Ерланга використовується для розробки аналітичних стохастичних моделей функціональної і надійнісної поведінки технічних систем. Використання методу фаз Ерланга для розроблення моделей надійнісної поведінки технічних систем розглядається в роботах [8; 13]. Використання методу фаз Ерланга для розробки моделей функціональної поведінки технічних систем, які відносяться до класу систем масового обслуговування, розглядається в роботах [7; 9, с. 137-144; 13, с. 136-143; 14].

В статті [14] представлено використання методу фаз Ерланга для розробки моделей систем масового обслуговування (СМО) з ерланговськими і гіперекспоненціальними розподілами для вхідних потоків заявок (для тривалостей між сусідніми заявками вхідного потоку) і тривалостями їх обслуговування. До СМО додається фіктивний приймальний пристрій, який для вхідних потоків з ерланговським розподілом  $r$ -го порядку для тривалостей між сусідніми заявками з параметром  $\lambda$ , представляє перебування кожної заявки на  $r$  фіктивних фазах. Тривалість перебування на кожній фазі має експоненційний розподіл з параметром  $\lambda$ . Після проходження цього фіктивного приймального пристрою заявка надходить в буфер системи або на обслуговування. Для вхідних потоків з гіперекспоненціальним розподілом  $k$ -го порядку з параметрами  $a_i$  і  $\lambda_i$ ,  $i \in 1 \dots k$ , до СМО додається фіктивний приймальний пристрій з  $k$  паралельними фіктивними фазами. З ймовірністю  $a_i$  заявка проходить  $i$ -у фазу в буфер системи або на обслуговування. Аналогічним є представлення тривалостей обслуговування заявок. Представлені 4 графи станів, розроблення яких проведено в ручному режимі. Кількість станів відповідно 10, 10, 12, 8. Після таких перетворень, граф станів СМО відповідає дискретно-неперервній стохастичній системі марковського типу і модель СМО представлена системою диференціальних рівнянь Колмогорова – Чепмена. В обґрунтуванні використаного підходу до розв'язання задачі автори статті відзначають, що відомі методи

розв'язання задач для моделей СМО виду  $G/G/1/N/\infty/Fifo$  базуються на використанні вкладених ланцюгів Маркова. До цього додають, що використання методу вкладених ланцюгів Маркова супроводжується труднощами отримання матриці перехідних ймовірностей і обчислення її елементів.

В статтях [15; 16] представлено структурно-автоматна модель системи масового обслуговування з обмеженою чергою, одноканальним, однофазним і ненадійним обслуговуванням та з ерланговським вхідним потоком заявок. Метод фаз Ерланга використано для представлення вхідного потоку заявок. Дослідженню підлягають втрати заявок за рахунок відсутності місць в черзі. Показано різницю між значеннями ймовірності втрат заявок, визначених з використанням і без використання методу фаз Ерланга.

Приклади використання фіктивних станів при дослідженні надійності найпростіших систем (граф має два стани) з відновленням подано в довідниках [17, с. 405-406; 18, с. 472-474]. В цих довідниках показано надійнісні моделі системи у вигляді графа станів, який має два стани і до яких додано 1 або 2 фіктивних стани. Ці моделі дають змогу досліджувати функцію готовності системи з зростаючою чи спадаючою інтенсивністю відмов.

Ряд авторів, які проводили дослідження методу фаз Ерланга [7, с. 37; 8, с. 197], вказують як недолік значне зростання простору (кількості) станів, а відповідно і зростання розмірності системи диференціальних рівнянь. Але автоматизація процесу використання методу фаз Ерланга робить цю обставину несуттєвою.

Перетворення (трансформація) надійнісної моделі відмовостійкої системи у вигляді графа станів з використанням методу фаз Ерланга оригінально показано в монографії [8, с. 195-199]. На рисунку 1 показано фрагмент графа станів, який є реальною моделлю об'єкта дослідження. В станах В, С, D, E, F, G відбуваються процедури, які передбачені алгоритмом поведінки об'єкта дослідження. Тривалості цих процедур є неперервними випадковими величинами, для яких є справедливою математична модель у вигляді експоненційного закону розподілу ймовірності. Закінчення цих процедур спричиняє перехід в інший стан. Кожний перехід характеризується параметром експоненційного закону розподілу, який інтерпретується як середнє значення кількості переходів в одиницю часу. Цей параметр називають інтенсивністю переходу з стану в стан. Для інтенсивностей переходу із стану в стан використані такі позначення:  $\mu_{AB}$ ,  $\lambda_{DA}$ ,  $\lambda_{CA}$ ,  $\lambda_{BE}$ ,  $\lambda_{BF}$ ,  $\lambda_{BG}$ . В цьому графі є стан А (див. рис. 1), в якому відбувається процедура, реальний закон розподілу тривалості

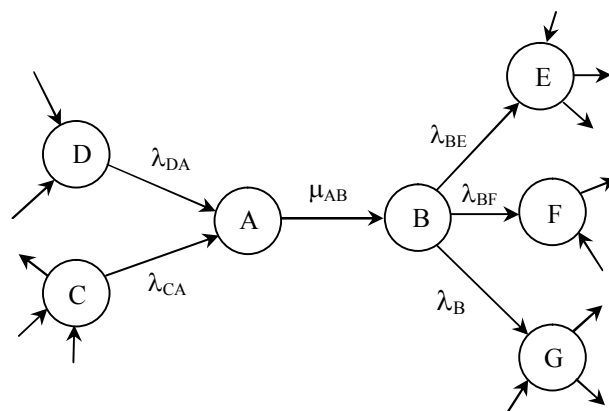


Рис. 1. Фрагмент графа станів, який є частиною моделі реального об'єкта дослідження

якої є відомим і він суттєво відрізняється від експоненційного.

В монографіях [7, с. 10-11, с. 36-37; 8, с. 196] сказано, що будь-який реальний закон розподілу випадкової величини (в даному розгляді тривалість відновлення  $t_b$ ) можна апроксимувати "сумішшю" законів розподілу Ерланга  $p_i(t_b)$ :

$$p(t_b) = \sum_{i=1}^k q_i p_i(t_b) \quad \text{для} \quad t_b \geq 0, \quad (1)$$

де  $q_i$  – вагові коефіцієнти, які визначають питому вагу кожного закону розподілу Ерланга залученого до формування реального закону розподілу (для коефіцієнтів обов'язковим є виконання умови, що їх сума має дорівнювати 1).

Строге обґрунтування можливості апроксимації довільного розподілу комбінаціями експоненційних розподілів подано в монографії [13, с. 25-27].

Якщо тривалості перебування в стані А відповідає густина розподілу ймовірності (1), то цей стан можна замінити  $k$  ланцюжками фіктивних станів (рис. 2). Кількість фаз в кожному ланцюжку відповідає значенню  $n_i$  ( $p, r, \dots, s$ ).

Фіктивні стани  $A_1^{(1)} \dots A_p^{(1)}, A_1^{(2)} \dots A_r^{(2)}, \dots, A_1^{(k)} \dots A_s^{(k)}$  разом з відповідними переходами представляють модель тривалості процедури, яка відбувається в стані А (див. рис. 2). Інтерпретація такого фрагмента графа станів буде такою:

а) в стані С або D закінчуються процедури, які ініціюють перехід в стан А з відповідною інтенсивністю ( $\lambda_{CA}$  або  $\lambda_{DA}$ );

б) коефіцієнтами  $q_i$  цей перехід розподіляється між ланцюжками, кожен з яких представлено певною кількістю фаз (фіктивних станів);

в) тривалість перебування в кожному фіктивному стані представлена експоненційним законом розподілу з параметром  $\mu_i$ .

Апроксимацію не експоненційно розподіленої тривалості перебування в стані  $A$  функцією виду (1) можна використовувати, якщо з стану  $A$  існує перехід в один стан  $B$  (див. рис. 1). Ця обставина обмежує використання методу фаз Ерланга (методу етапів) для розробки надійнісних моделей відмовостійких систем, де в одному стані може відбуватися 2 і більше подій. Наприклад, у відмовостійкій системі з мажоритарною структурою це подія "закінчення процедури відновлення" непрацездатного модуля і подія "відмова одного з працездатних модулів". Заміна станів графа з неекспоненційно розподіленими тривалостями ланцюжками фіктивних станів забезпечує перетворення дискретно-неперервної стохастичної системи (ДНСС) немарковського типу в ДНСС марковського типу. Це перетворення здійснюється за рахунок збільшення кількості станів, тобто розширення простору станів. Таке розширення простору станів призводить до відповідного підвищення порядку системи диференціальних рівнянь, яка формується на основі графа станів і переходів.

При розробці методики апроксимації реального закону розподілу функцією виду (1) виникає питання: чи мають бути інтенсивності переходів між фазами однаковими, чи можуть бути різними? В монографії [8, с. 198-199] дана така рекомендація: значення інтенсивностей переходів між фазами можуть бути різними. Але з посиланням на монографію [19] сказано, що так робити не доцільно. Бо апроксимація реального закону розподілу функцією виду (1) дозволяє вирішити таку задачу з необхідною точністю.

Методика апроксимації реального закону розподілу для тривалостей відновлення технічної системи після відмови законом розподілу Ерланга показана в статті [20]. Параметри апроксимуючого закону розподілу Ерланга визначаються за допомо-

гою графа станів з двома станами технічної системи: працездатний і непрацездатний стани. Точність апроксимації контролюється порівнянням функції готовності такої системи, визначеної за допомогою графа станів, у якого непрацездатний стан замінений ланцюжком фіктивних станів, і аналітичного виразу для функції готовності такої ж системи, отриманого без використання методу фаз Ерланга безпосереднім розв'язанням системи диференціальних рівнянь. Необхідна точність апроксимації досягається шляхом підбору значень інтенсивностей переходів між фіктивними станами ланцюжка, а також зміною порядку закону Ерланга. Практичне використання такої методики потребує автоматизації процесу визначення параметрів ланцюжка фіктивних станів.

## 2. Постановка задачі

Як показує огляд наукових публікацій, основним об'єктом практичного використання методу фаз Ерланга є системи масового обслуговування. В надійнісному моделюванні відмовостійких систем використання цього методу є рідкістю. Це пов'язано з великими розмірностями (сотні і тисячі станів) надійнісних моделей відмовостійких систем у вигляді графа станів і переходів.

Велика працездатність використання методу фаз Ерланга для трансформації графа станів великої розмірності і висока ймовірність внесення в них помилок стримує його практичне використання в процесі розв'язання проектних задач. Тому актуальною є задача створення методики розробки графа станів з високим ступенем формалізації використання методу фаз Ерланга і придатної для автоматизації. А таку можливість надає метод побудови графа станів на основі структурно-автоматної моделі [4].

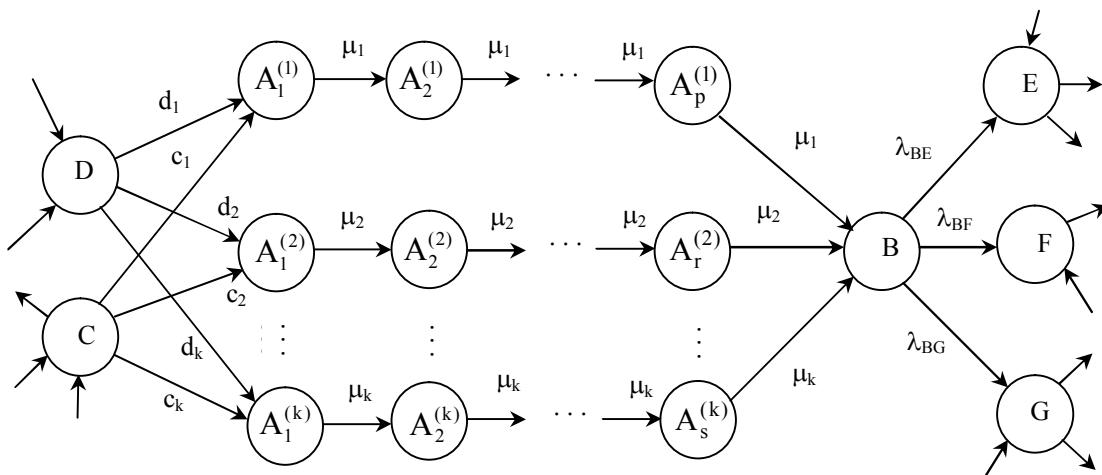


Рис. 2. Фрагмент графа станів з використанням кількох ланцюжків фіктивних станів.

На рисунку використані такі позначення:  $d_1 = q_1 \lambda_{DA}$ ;  $d_2 = q_2 \lambda_{DA}$ ;  $d_k = q_k \lambda_{DA}$ ;  $c_1 = q_1 \lambda_{CA}$ ;  $c_2 = q_2 \lambda_{CA}$ ;  $c_k = q_k \lambda_{CA}$

### 3. Методика розроблення структурно-автоматних моделей відмовостійких систем для автоматизації використання методу фаз Ерланга з кількома ланцюжками фіктивних станів

Згідно запропонованої методики розроблення структурно-автоматних моделей відмовостійких систем для автоматизації використання методу фаз Ерланга фактично здійснюється модифікація структурно-автоматної моделі, розробленої за методикою, представленою в статті [5]. Так як в подальшому запропонована методика буде представлена на прикладі, де об'єктом моделювання буде відмовостійка система з мажоритарною структурою «2 з 3», використаємо представлену в статті [5] її структурно-автоматну модель (табл. 1).

За допомогою цієї структурно-автоматної моделі відмовостійкої системи для кількості відновлень  $K_v = 5$  сформовано модель у вигляді графа станів і переходів (рис. 3). На цій моделі використано позначення:  $L_p$  і  $L_m$  – середні значення інтенсивностей відмов ПАС і мажоритарного елемента відповідно;  $M = 1/T_v$  – середнє значення інтенсивності події "завершення процедури відновлення";  $T_v$  – середнє значення тривалості відновлення несправної ПАС.

### 3.1. Визначення можливості і створення умов використання методу фаз Ерланга

В станах S2, S4, S8 і S10 розпочинається і завершується процедура відновлення ПАС, тривалість якої може бути випадковою або фіксованою ( $T_v = \text{const}$ ). Якщо систему диференціальних рівнянь Колмогорова – Чепмена формувати за допомогою графа станів, представленого на рис. 3, то це означає, що визначення показників надійності відмовостійкої системи буде здійснено за умови, що тривалість відновлення є випадковою величиною і представленою в моделі експоненційним законом розподілу ймовірності. Отримані за такою надійнісною моделлю показники надійності відмовостійкої системи будуть мати помилку.

Зменшити помилку в показниках надійності дозволить трансформація графа станів з використанням методу фаз Ерланга. Така трансформація передбачає заміну станів S2, S4, S8 і S10 кількома ланцюжками фіктивних станів. Але заміна стану ланцюжками фіктивних станів можлива тоді, коли з цього стану відбувається перехід в один наступний стан. В нашому випадку з станів S2, S4, S8 і S10 існують переходи в два різних стани.

Таблиця 1

Структурно-автоматна модель відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3»

БП	Опис ситуацій, в яких відбуваються базові події	ФРІБП	ПМКВС
БП1	1. $(V1 = 3) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (V3 < K_v) \text{ AND } (V4 = 1)$	$3L_p$	$V1:=V1-1; V3:=V3+1$
	2. $(V1 = 3) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (V3 = K_v) \text{ AND } (V4 = 1)$	$3L_p$	$V1:=V1-1; V4:=0$
	3. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } ((V4 = 1) \text{ OR } (V4=0))$	$2L_p$	$V1:=V1-1$
БП2	1. $((V1 = 3) \text{ OR } (V1 = 2)) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (V3 \leq K_v) \text{ AND } ((V4 = 1) \text{ OR } (V4=0))$	$L_m$	$V2:=0$
БП3	1. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1)$	$1/T_v$	$V1:=V1+1$
Критична відмова настає за умови: $(V1 = 1) \text{ OR } (V2 = 0)$			

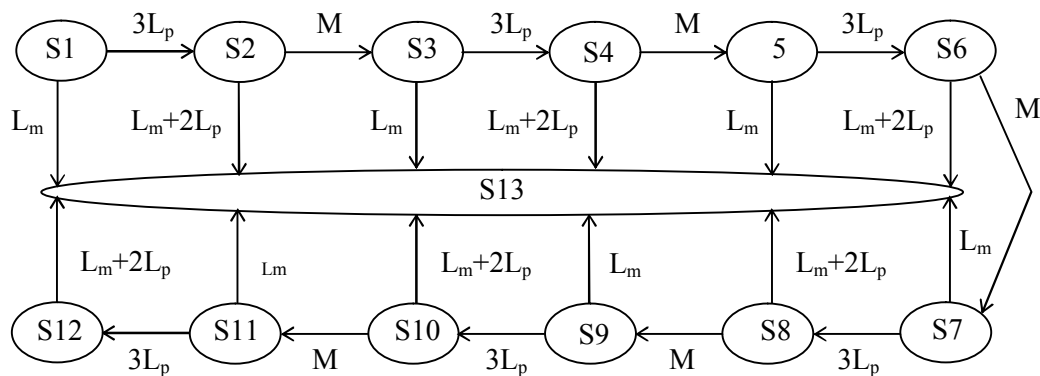


Рис. 3. Надійнісна модель відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3»: всі тривалості процедур представлено експоненційним законом розподілу ймовірності

Один перехід визначає подія "завершення процедури відновлення несправного ПАС", а другий перехід обумовлений подіями "відмова одної з двох ПАС" або "відмова мажоритарного елемента". Другий перехід переводить відмовостійку систему в стан критичної відмови. Якщо прийняти до уваги, що тривалість процедури відновлення несправної ПАС є набагато меншою від середніх значень тривалостей безвідмовної роботи ПАС і мажоритарного елемента, то перехід з станів S2, S4, S8 і S10 в стан критичної відмови можна вилучити як малоімовірний. Структурно-автоматна модель відмовостійкої системи з врахуванням такого припущення представлена в табл. 2, а побудований на основі цієї структурно-автоматної моделі граф станів з запланованою кількістю відновлень  $K_v = 5$  зображений на рис. 4.

Отже підготовчий етап розробки надійнісної моделі відмовостійкої системи з використанням методу фаз Ерланга передбачає створення нової структурно-автоматної моделі відмовостійкої системи. Як

зазначалося вище структурно-автоматна модель дає змогу автоматизувати процес побудови графа станів і виділити стани графа, в яких відбувається процедура з тривалістю, яка має бути представлена відмінним від експоненційного законом розподілу. Кожен такий стан має бути замінений кількома ланцюжками фіктивних станів. Тепер треба здійснити модифікацію структурно-автоматної моделі.

### 3.2. Внесення змін в компоненти структурно-автоматної моделі

Методика розроблення структурно-автоматних моделей відмовостійких систем для автоматизації використання методу фаз Ерланга з кількома ланцюжками фіктивних станів в процесі формування графа станів і переходів передбачає виконання описаних нижче кроків. Методика показана на прикладі структурно-автоматної моделі відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3», представлена в таблиці 2. В перелік вхідних даних

Таблиця 2

Структурно-автоматна модель відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3», в якій реалізовано припущення про відсутність переходу з станів, які представляють процедуру відновлення несправної ПАС, в стан критичної відмови

БП	Опис ситуацій, в яких відбуваються базові події	ФРІБП	ПМКВС
БП1	1. $(V1 = 3) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (V3 < K_v) \text{ AND } (V4 = 1)$	3Lp	$V1:=V1-1; V3:=V3+1$
	2. $(V1 = 3) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (V3 = K_v) \text{ AND } (V4 = 1)$	3Lp	$V1:=V1-1; V4:=0$
	3. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4=0)$	2Lp	$V1:=V1-1$
БП2	1. $((V1=3) \text{ OR } (V1=2)) \text{ AND } (V2=1) \text{ AND } ((V4=0) \text{ OR } (V4=1)) \text{ AND } (V5=0)$	Lm	$V2:=0$
БП3	1. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1)$	1/ Tv	$V1:=V1+1$
Критична відмова настає за умови: $(V1 = 1) \text{ OR } (V2 = 0)$			

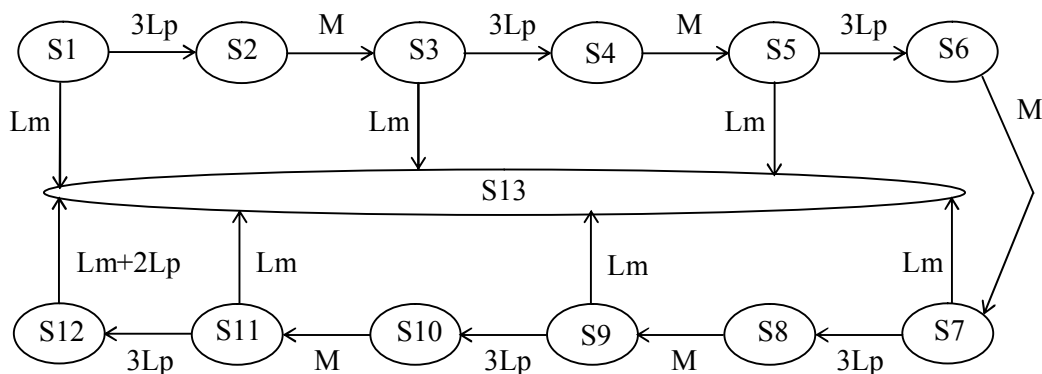


Рис. 4. Надійнісна модель відмовостійкої системи з мажоритарною структурою "2 з 3": введено припущення, що за час відновлення несправного модуля інші складові відмовостійкої системи не відмовляють; тривалості всіх процедур у відмовостійкій системі представлено експоненційним законом розподілу ймовірності

для розроблення структурно-автоматної моделі необхідно включити (числові дані відповідають наведеному нижче прикладу):

- інтенсивність відмов ПАС:  $L_p = 1e-3$  1/год;
- інтенсивність відмов мажоритарного елемента:  $L_m = 1e-5$  1/год;
- кількість запланованих відновлень:  $K_v = 5$ ;
- результати апроксимації реального закону розподілу тривалостей процедури відновлення мають бути представлені: кількістю ланцюжків фіктивних станів:  $K_n = 3$ ; кількістю станів в кожному ланцюжку:  $K_{e1} = 2$ ,  $K_{e2} = 3$ ,  $K_{e3} = 2$ ; коефіцієнтами, які визначають питому вагу кожного ланцюжка у формуванні заданого (відмінного від експоненційного) закону розподілу тривалості перебування в стані:  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,5$ ,  $q_3 = 0,2$ ; інтенсивність переходу із стану в стан для кожного ланцюжка:  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  (параметр закону розподілу Ерланга в 1-му, 2-му і 3-му ланцюжках відповідно).

**Крок 1.** У вектор стану треба включити компоненти, які мають представляти поточні значення кількості фіктивних станів в кожному ланцюжку. Кількість компонент визначає кількість ланцюжків фіктивних станів. В прикладі **V5**, **V6**, **V7** – відповідно для першого, другого і третього ланцюжків. Початкові значення цих компонент дорівнюють нулю. Це означає, що в моделі об'єкт дослідження перебуває в реальному стані.

**Крок 2.** Удосконалення представлення компонент структурно-автоматної моделі для базової події 1 "Відмова ПАС" передбачає такі дії:

**Крок 2.1.** В моделі ця подія не повинна відбуватися у фіктивних станах ланцюжка. Тому в опис всіх ситуацій, в яких відбувається базова подія 1, необхідно включити умову, що компоненти вектора, які мають представляти поточні значення кількості фіктивних станів мають дорівнювати нулю (початковим значенням). Це означає, що в моделі базова подія 1 буде відбуватися тільки в реальних станах об'єкта дослідження.

**Крок 2.2.** Процедура відновлення несправної ПАС розпочинається одразу після події "Відмова ПАС". Зауважимо, що в процедуру відновлення входить ремонт (заміна) несправної ПАС, а також всі дії, що передують ремонту. Для кожної ситуації в структурно-автоматній моделі призначається правило модифікації компонент вектора стану. Відзначимо, що процедура відновлення розпочинається тільки в першій ситуації (табл. 3). Це означає, що в моделі розпочинається процедура формування ланцюжків фіктивних станів і мають бути реалізовані переходи в перші фіктивні стани першого, другого і третього ланцюжка. Інтенсивність цих переходів визначає інтенсивність базової події  $3L_p$  і коефіцієнти **q1**, **q2** і **q3**. В прави-

ла модифікації компонент вектора стану для першої ситуації і для кожного ланцюжка необхідно включити зміну компонент **V5:= 1**, **V6:= 1** і **V7:= 1**. В другій ситуації процедура відновлення не розпочинається, так як всі заплановані відновлення вже використані  $V3 = K_v$  (див. табл. 3). В третій ситуації процедура відновлення також не розпочинається, так як в ядрі мажоритарної структури залишилося (наявні) 2 працездатні (справні) ПАС і відмова однієї з них призводить до критичної відмови відмовостійкої системи (див. табл. 3). Тому в правила модифікації компонент вектора стану для другої та третьої ситуацій доповнень вносити не потрібно.

Зауважимо, що ми здійснюємо розробку надійнішої моделі відмовостійкої системи, за допомогою якої будемо визначати показники надійності "тривалість безвідмовної роботи" та "ймовірність безвідмовної роботи на інтервалі експлуатації". Для визначення таких показників вважається, що стан критичної відмови є поглинаючим і відновлення працездатності ПАС в цьому стані до уваги не приймається.

**Крок 3.** Удосконалення представлення компонент структурно-автоматної моделі для базової події 2 "Відмова мажоритарного елемента". В моделі ця подія також не повинна відбуватися у фіктивних станах ланцюжка. Тому в опис всіх ситуацій, в яких відбувається базова подія 2, необхідно включити умову, що **V5 = 0**, **V6 = 0**, **V7 = 0**. Це означає, що в моделі базова подія 2 буде відбуватися тільки в реальних станах об'єкта дослідження. Процедура відновлення працездатності мажоритарного елемента не передбачена, так як його відмова призводить до критичної відмови відмовостійкої системи. Зазначимо, що при проектуванні відмовостійких систем з мажоритарною структурою необхідно виконувати вимогу, за якою інтенсивність відмов мажоритарного елемента має на два-три порядки бути нижчою від інтенсивності відмов модулів ядра.

В правила модифікації компонент вектора стану для всіх ситуацій доповнення не вносяться.

**Крок 4.** Удосконалення представлення компонент структурно-автоматної моделі для базової події 3 "Закінчення процедури відновлення несправної ПАС". Специфіка використання методу фаз Ерланга обумовлює наявність в структурно-автоматній моделі шести ситуацій для базової події 3, які представлені на кроках 4.1 – 4.6.

**Крок 4.1.** Опис першої ситуації повинен "розпізнавати" стан, який відображає початок процедури відновлення несправної ПАС. Цей стан є першим фіктивним станом першого ланцюжка фіктивних станів. А також він повинен "відслідковувати" формування всіх наступних станів

Таблиця 3

Структурно-автоматна модель відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3», в якій тривалість процедури відновлення ПАС після відмови представлено композицією трьох законів розподілу Ерланга

БП	Опис ситуацій, в яких відбуваються базові події	ФРІБП	ПМКВС
БП1	1. $(V1 = 3) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (V3 < K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } (V5 = 0) \text{ AND } (V6 = 0) \text{ AND } (V7 = 0)$	$3 * L_p * q_1$	$V1 := V1 - 1;$ $V3 := V3 + 1; V5 := 1$
		$3 * L_p * q_2$	$V1 := V1 - 1;$ $V3 := V3 + 1; V6 := 1$
		$3 * L_p * q_3$	$V1 := V1 - 1;$ $V3 := V3 + 1; V7 := 1$
	2. $(V1 = 3) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (V3 = K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } (V5 = 0) \text{ AND } (V6 = 0) \text{ AND } (V7 = 0)$	$3 * L_p$	$V1 := V1 - 1; V4 := 0$
3. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 0) \text{ AND } (V5 = 0) \text{ AND } (V6 = 0) \text{ AND } (V7 = 0)$	$2 * L_p$	$V1 := V1 - 1$	
БП2	1. $((V1 = 3) \text{ OR } (V1 = 2)) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } ((V4 = 0) \text{ OR } (V4 = 1)) \text{ AND } (V5 = 0) \text{ AND } (V6 = 0) \text{ AND } (V7 = 0)$	$L_m$	$V2 := 0$
БП3	1. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } ((V5 > 0) \text{ AND } (V5 < K_{e1}))$	$M_1$	$V5 := V5 + 1$
	2. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } (V5 = K_{e1})$	$M_1$	$V1 := V1 + 1; V5 := 0$
	3. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } ((V6 > 0) \text{ AND } (V6 < K_{e2}))$	$M_2$	$V6 := V6 + 1$
	4. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } (V6 = K_{e2})$	$M_2$	$V1 := V1 + 1; V6 := 0$
	5. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } ((V7 > 0) \text{ AND } (V7 < K_{e3}))$	$M_3$	$V7 := V7 + 1$
	6. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } (V7 = K_{e3})$	$M_3$	$V1 := V1 + 1; V7 := 0$
Критична відмова настає за умови: $(V1 = 1) \text{ OR } (V2 = 0)$			

першого ланцюжка. Для цього в формалізований опис ситуації необхідно ввести таку складову:  $((V5 > 0) \text{ AND } (V5 < K_{e1}))$ . Для формування кожного наступного фіктивного стану ланцюжка правило модифікації компонент вектора стану треба представити в такому вигляді  $V5 := V5 + 1$ .

**Крок 4.2.** Опис другої ситуації повинен "розпізнавати" стан, який відображає закінчення процедури формування першого ланцюжка фіктивних станів. Для цього в формалізований опис ситуації необхідно ввести таку складову:  $(V5 = K_{e1})$ . Після закінчення процедури формування фіктивних станів першого ланцюжка правилом модифікації компонент вектора стану треба вернути компоненту  $V5$  в початковий стан, тобто  $V5 := 0$  і представити факт повернення в ядро мажоритарної структури працездатної ПАС ( $V1 := V1 + 1$ ).

**Крок 4.3.** Опис третьої ситуації повинен "розпізнавати" перший фіктивний стан другого ланцюжка фіктивних станів. А також він повинен "відслідковувати" формування всіх наступних станів ланцюжка. Для цього в формалізований опис ситуації необхідно ввести таку складову:  $((V6 > 0) \text{ AND } (V6 < K_{e2}))$ . Для формування кожного наступного фіктивного стану другого ланцюжка правило

модифікації компонент вектора стану треба представити в такому вигляді  $V6 := V6 + 1$ .

**Крок 4.4.** Опис четвертої ситуації повинен "розпізнавати" стан, який відображає закінчення процедури формування другого ланцюжка фіктивних станів. Для цього в формалізований опис ситуації необхідно ввести таку складову:  $(V6 = K_{e2})$ . Після закінчення процедури формування фіктивних станів другого ланцюжка правилом модифікації компонент вектора стану треба вернути компоненту  $V6$  в початковий стан, тобто  $V6 := 0$  і представити факт повернення в ядро мажоритарної структури працездатної ПАС ( $V1 := V1 + 1$ ).

**Крок 4.5.** Опис п'ятої ситуації повинен "розпізнавати" перший фіктивний стан третього ланцюжка фіктивних станів. А також він повинен "відслідковувати" формування всіх наступних станів ланцюжка. Для цього в формалізований опис ситуації необхідно ввести таку складову:  $((V7 > 0) \text{ AND } (V7 < K_{e3}))$ . Для формування кожного наступного фіктивного стану другого ланцюжка правило модифікації компонент вектора стану треба представити в такому вигляді  $V7 := V7 + 1$ .

**Крок 4.6.** Опис шостої ситуації повинен "розпізнавати" останній фіктивний стан останнього (в



прикладі третього) ланцюжка і фактично закінчення процедури відновлення несправної ПАС. Для цього в формалізований опис ситуації необхідно ввести таку складову: (в прикладі  $V7 = K_{e3}$ ). В правилі модифікації компонент вектора стану крім повернення початкового значення компоненті вектора стану  $V7$ , тобто  $V7 := 0$  треба представити факт повернення в ядро мажоритарної структури працездатної ПАС  $V1 := V1 + 1$ .

Модифікована структурно-автоматна модель відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3» представлена в таблиці 3. Побудований на основі цієї структурно-автоматної моделі граф станів з запланованою кількістю відновлень  $K_v = 5$  і з представленням тривалості процедури відновлення ПАС після відмови законом розподілу, який змодельовано трьома ланцюжками відповідно з двома, трьома і двома фазами Ерланга, зображений на рис. 5.

#### 4. Ілюстрація можливостей запропонованої методики розроблення структурно-автоматних моделей відмовостійких систем з використанням методу фаз Ерланга

Ілюстрацію можливостей запропонованої методики покажемо на прикладі дослідження впливу порядку закону розподілу Ерланга для тривалостей відновлення ПАС відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3» на значення показників її надійності. Надійність відмовостійкої ПАС оцінюється такими показниками: ймовірність безвідмовної роботи на заданому інтервалі часу

експлуатації  $P_{6,p}(t_e)$  і середнім значенням тривалості безвідмовної роботи  $T_{6,p}$ .

Для порівняння показані значення показників надійності, визначені з використанням експоненційного закону розподілу для тривалостей відновлення ПАС. Для такого дослідження за запропонованою методикою здійснено розроблення структурно-автоматної моделі з одним ланцюжком фіктивних станів, яка представлена в таблиці 4.

Необхідно порівняти значення показників надійності відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3», визначених за допомогою двох надійнісних моделей. В моделі 1 (див. табл. 1) тривалість відновлення вважається випадковою величиною з експоненційним законом розподілу. В моделі 2 (див. табл. 4) тривалість відновлення вважається випадковою величиною з законом розподілу Ерланга з порядком  $K_e$ .

Дослідження 1. Необхідно показати залежності ймовірності безвідмовної роботи  $P_{6,p}$  відмовостійкої ПАС від тривалості її експлуатації  $t_e$  при різних значеннях порядку закону Ерланга. При цьому фіксованими мають бути середні значення тривалості відновлення, кількість запланованих відновлень і інтенсивності відмов ПАС і МЕ. Вхідні дані: порядок закону розподілу Ерланга  $K_e = 5; 10; 50; 100; 150$ ; інтенсивність відмов ПАС  $L_p = 1e-3$  1/год; інтенсивність відмов МЕ  $L_m = 1e-5$  1/год; середнє значення тривалості відновлення  $T_v = 0,5$  год; кількість запланованих відновлень  $K_v = 5$ . На рисунку 6 зображено сімейство залежностей ймовірності безвідмовної роботи від тривалості експлуатації  $P_{6,p}(t_e)$  відмовостійкої ПАС.

Таблиця 4

Структурно-автоматна модель відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3», в якій реалізовано представлення тривалості процедури відновлення ПАС після відмови законом розподілу Ерланга  $K_e$ -го порядку

БП	Опис ситуацій, в яких відбуваються базові події	ФРІБП	ПМКВС
БП1	1. $(V1 = 3) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (V3 < K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } (V5 = 0)$	$3L_p$	$V1 := V1 - 1;$ $V3 := V3 + 1;$ $V5 := V5 + 1$
	2. $(V1 = 3) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (V3 = K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } (V5 = 0)$	$3L_p$	$V1 := V1 - 1; V4 := 0$
	3. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 0) \text{ AND } (V5 = 0)$	$2L_p$	$V1 := V1 - 1$
БП2	1. $((V1 = 3) \text{ OR } (V1 = 2)) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } ((V4 = 0) \text{ OR } (V4 = 1)) \text{ AND } (V5 = 0)$	$L_m$	$V2 := 0$
БП3	1. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } ((V5 > 0) \text{ AND } (V5 < K_e))$	$1/T_v$	$V5 := V5 + 1$
	2. $(V1 = 2) \text{ AND } (V2 = 1) \text{ AND } (0 < V3 \leq K_v) \text{ AND } (V4 = 1) \text{ AND } (V5 = K_e)$	$1/T_v$	$V1 := V1 + 1;$ $V5 := 0$
Критична відмова настає за умови: $(V1 = 1) \text{ OR } (V2 = 0)$			

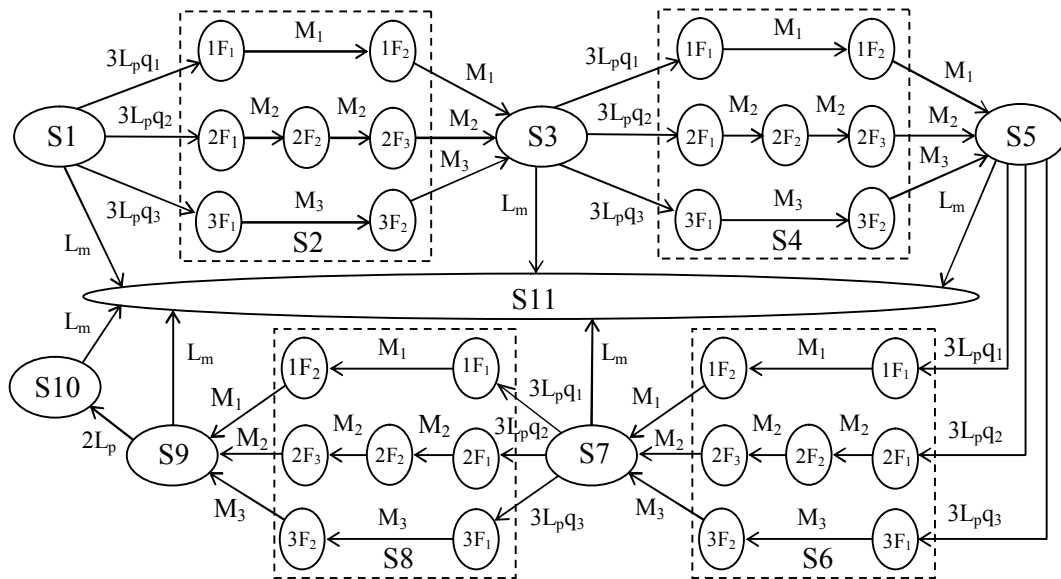


Рис. 5. Надійнісна модель відмовостійкої системи з мажоритарною структурою «2 з 3»: тривалість процедури відновлення ПАС після відмови представлено композицією трьох законів розподілу Ерланга відповідно 2-го, 3-го і 2-го порядку; кількість відновлень – 5

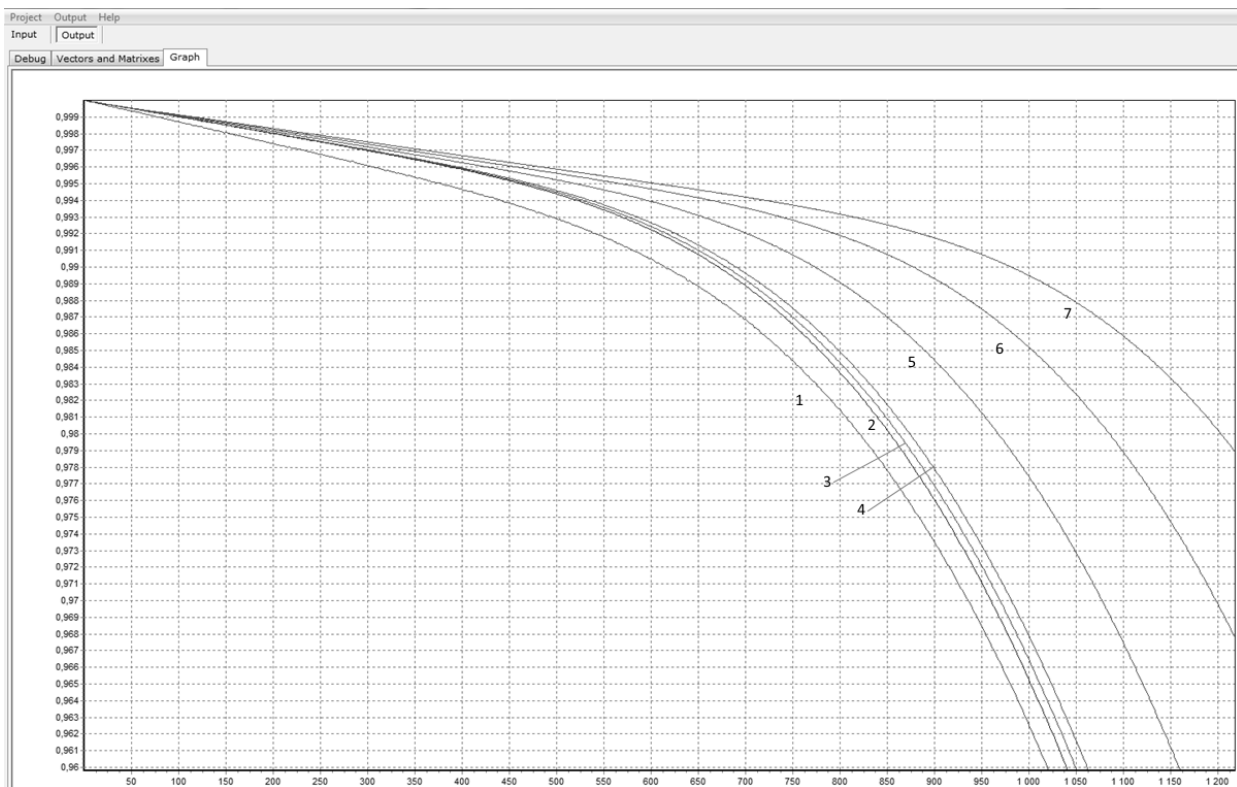


Рис. 6. Залежності ймовірності безвідмовної роботи відмовостійкої ПАС  $P_{б,р}$  від тривалості експлуатації  $t_e$ : криві 1 і 2 отримані при експоненційному законі розподілу тривалості відновлення без припущення і з припущенням про відсутність переходу з станів, які представляють процедуру відновлення; криві 3, 4, 5, 6, 7 при різних значеннях порядку закону Ерланга  $K_c = 5; 10; 50; 100; 150$

Залежності ймовірності безвідмовної роботи від тривалості експлуатації, зображені на рис. 6, а також на рис. 7, отримано за допомогою програмного засобу ASNA. Програмний засіб ASNA здійснює

побудову графа станів та переходів на основі структурно-автоматної моделі, формує та розв'язує систему диференціальних рівнянь, обчислює і зображає залежність ймовірності безвідмовної роботи від

тривалості експлуатації та середнє значення тривалості до критичної відмови.

Пояснення до рис. 6 представлено в таблиці 5.

**Висновок до дослідження 1:** Аналіз отриманих результатів показав, що різниця між значеннями ймовірності безвідмовної роботи на інтервалі експлуатації 1000 год і тривалостями безвідмовної роботи, визначених з використанням закону Ерланга і експоненційного закону розподілу, зростає із збільшенням порядку закону Ерланга. Якщо тривалість відновлення має фіксоване значення, то методика дає можливість збільшувати порядок закону

розподілу до дуже великих значень, чим суттєво підвищити достовірність значень показників надійності.

**Дослідження 2.** Необхідно показати залежності ймовірності безвідмовної роботи відмовостійкої ПАС від тривалості її експлуатації при різних значеннях кількості запланованих відновлень. При цьому фіксованими мають бути порядок закону Ерланга, середнє значення тривалості відновлення і інтенсивності відмов ПАС і МЕ.

Вхідні дані: порядок закону розподілу Ерланга  $K_e = 10$ ; кількість запланованих відновлень  $K_v = 5$ ;

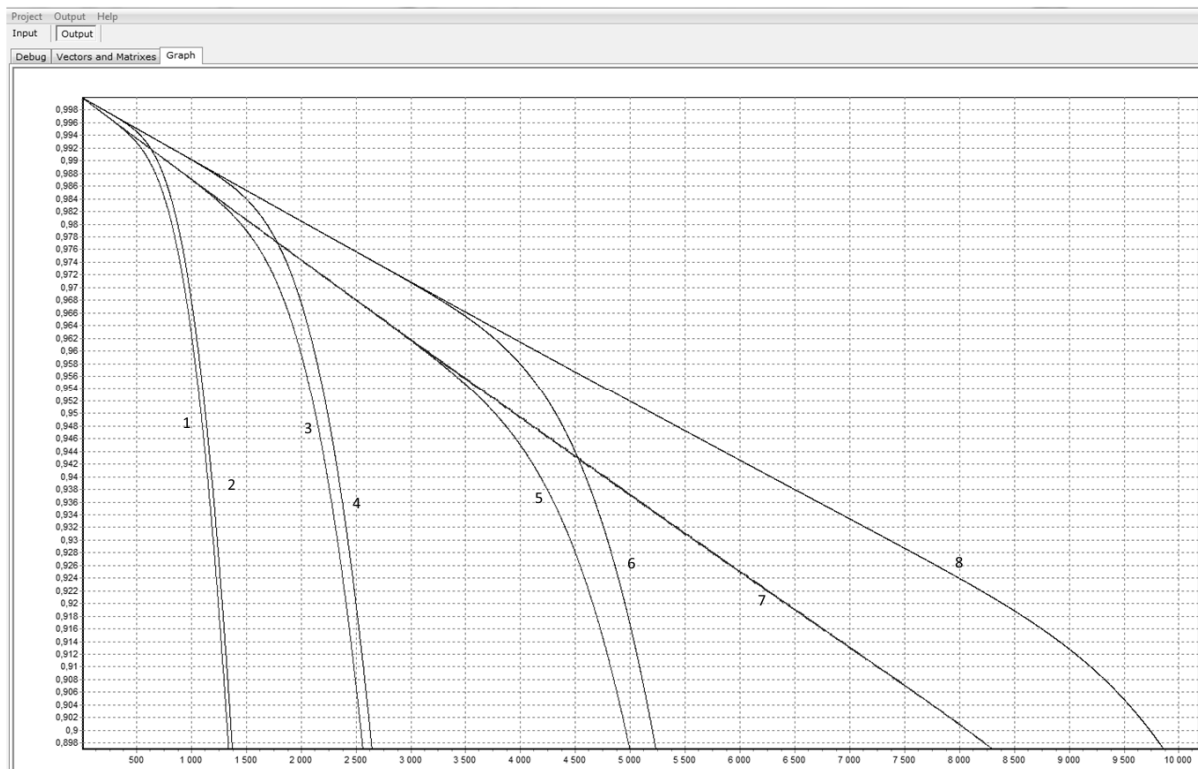


Рис. 7. Залежності ймовірності безвідмовної роботи відмовостійкої ПАС від тривалості експлуатації при різних значеннях кількості запланованих відновлень  $K_v = 5$  (криві 1 і 2);  $K_v = 10$  (криві 3 і 4);  $K_v = 20$  (криві 5 і 6);  $K_v = 40$  (криві 7 і 8). При цьому криві 1, 3, 5 і 7 отримано при експоненційному законі розподілу тривалості відновлення, а криві 2, 4, 6, 8 отримано при значенні порядку закону Ерланга  $K_e = 10$

Таблиця 5

Результати досліджень показників надійності відмовостійкої ПАС для двох варіантів апроксимуючого закону розподілу для тривалостей відновлення

Закон розподілу		Експоненційний закон розподілу	Закон розподілу Ерланга				
Показники надійн.	$P_{б,р}(1000)$	0,9625	0,9665	0,9680	0,9774	0,9852	0,9894
	$T_{б,р}$ , год	2459	2476	2489	2588	2712	2835
Порядок з-ну Е.	$K_e$	–	5	10	50	100	150
Параметри графа	к-ть станів	13	33	58	258	508	758
	к-ть переходів	35	70	120	520	1020	1520

10; 20; 40. Решта вхідних даних аналогічні вхідним даним дослідження 1. Результати досліджень представлені на рисунку 7 і пояснення до рисунку в таблицях 6, 7 і 8.

Наведені в таблиці 6 значення тривалості експлуатації визначені за умови, що ймовірність безвідмовної роботи відмовостійкої ПАС буде не нижчою 0,9.

Висновок до дослідження 2: Аналіз отриманих результатів показав, що різниця між значеннями тривалості експлуатації, на яких ймовірність безвідмовної роботи відмовостійкої ПАС буде не нижче від заданого значення, визначених з використанням закону Ерланга і експоненційного закону розподілу, істотно залежить (зростає) від кількості запланованих відновлень. Аналогічна тенденція зберігається (спостерігається) і для різниці між середніми значеннями тривалості безвідмовної роботи.

## Висновки

1. Розроблена за запропованою методикою, структурно-автоматна модель відмовостійкої системи дає можливість автоматизовано будувати багато варіантів графа станів, обумовлених зміною параметрів відмовостійкої системи і ланцюжків фіктивних станів. В ланцюжках можна встановлювати довільні значення:

- кількості фіктивних станів в кожному ланцюжку;
- інтенсивностей переходів між станами в кожному ланцюжку.

Можна змінювати вагові коефіцієнти  $q_i$ . Тобто можна настроювати ланцюжки на потрібний варіант (тип) закону розподілу ймовірності для тривалостей процедур або інтервалів часу між сусідніми подіями процесу. При цьому кількість ланцюжків фіктивних станів є фіксованою. Якщо в процесі виконання проектних завдань необхідно змінити кількість ланцюжків, то треба здійснити модифікацію структурно-автоматної моделі згідно запропонованої методики.

Якщо в кожному ланцюжку встановити один фіктивний стан, то отримаємо гіперекспоненційний розподіл для тривалості процедури, яку представляє стан, що замінюється групою ланцюжків [14].

2. Як відмічають автори досліджень методу фаз Ерланга [7, с. 37; 8, с. 197], він дає можливість представити у вигляді дискретно-неперервної стохастичної системи марковського типу поведінку (стохастичну картину експлуатації) багатьох відмовостійких систем, у яких тривалості процедур і інтервалів між сусідніми подіями процесів мають не експоненційний, але відомий закон розподілу ймовірностей.

Таблиця 6

Залежність тривалості експлуатації, на якій ймовірність безвідмовної роботи відмовостійкої ПАС буде не нижчою 0,9, від кількості запланованих відновлень

Кількість запланованих відновлень – $K_v$		5	10	20	40
Тривалість експлуатації (год) для $P_{б,р} \geq 0,9$	експоненційний закон розподілу	1310	2540	4935	8060
	закон розподілу Ерланга ( $K_e = 10$ )	1370	2625	5185	9750
Різниця, год		60	85	250	1690

Таблиця 7

Залежність середнього значення тривалості безвідмовної роботи від кількості запланованих відновлень

Кількість запланованих відновлень – $K_v$		5	10	20	40
Сер. значення тривалості безвідмовної роботи, год	експоненційний закон розподілу	2459	4056	7147	12936
	закон розподілу Ерланга ( $K_e = 10$ )	2489	4123	7310	13367
Різниця, год		30	67	163	431

Таблиця 8

Розмірності графів станів при різних кількостях запланованих відновлень

Кількість запланованих відновлень – $K_v$		5	10	20	40
Граф станів і переходів (к-ть ст./к-ть пер.)	експоненційний закон розподілу	13/35	23/65	43/125	83/245
	закон розподілу Ерланга ( $K_e = 10$ )	59/120	113/235	223/465	443/925

Але для реалізації такої можливості треба мати метод апроксимації реального чи теоретичного закону розподілу законом розподілу Ерланга, доступний проєктанту радіоелектронних і комп'ютерних відмовостійких систем.

3. Використання методу фаз Ерланга для розробки надійнісних моделей відмовостійких систем має обмеження пов'язане з тим, що вихід з ланцюжка чи групи ланцюжків є один, що обумовлює перехід в один наступний стан. Метод фаз Ерланга не можна застосовувати, якщо:

– після закінчення процедури існує альтернатива і в моделі треба показати перехід в два і більше наступних станів;

– в стані, крім процедури, яка представляється ланцюжком фіктивних станів, відбувається подія (або кілька подій), яка обумовлює перехід в інший стан (інші стани).

Вказане обмеження зумовлює актуальність подальших досліджень по створенню надійнісних моделей відмовостійких систем, які будуть мати вищий ступінь адекватності.

## Література

- Haitao, Guo. *Automatic creation of Markov models for reliability assessment of safety instrumented system [Text]* / Guo Haitao, Yang Xianhui // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2008. – Vol. 93, № 6. – P. 807–815.
- Hao, Yang. *Automatic generation of Markov models in safety instrumented systems with non-identical channels [Text]* / Yang Hao, Yang Xianhui // *Information science and management engineering: Proc. Int. Conf. 7-8 Aug. 2010. – Xi'an, China, 2010. – P. 287–290.*
- Fiondella, Lance. *Principles of Performance and Reliability Modeling and Evaluation. Essays in Honor of Kishor Trivedi on his 70th Birthday [Text]* / Lance Fiondella, Antonio Puliafito // *Springer International Publishing Switzerland*. – 2016. – 655 p.
- Волочій, Б. Ю. *Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем [Текст]* / Б. Ю. Волочій. – Львів : Вид-во Національного університету "Львівська політехніка", 2004. – 220 с.
- Федасюк, Д. В. *Методика розроблення структурно-автоматних моделей дискретно-неперервних стохастичних систем [Текст]* / Д. В. Федасюк, С. Б. Волочій // *Радіоелектронні та комп'ютерні системи*. – 2016. – № 6 (80). – С. 24 – 34.
- Вентцель, Е. С. *Теория вероятностей [Текст]* / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1964. – 576 с.
- Кёниг, Д. *Методы теории массового обслуживания [Текст]* : пер. с нем. / Д. Кёниг, Д. Штоян ; под ред. Г. П. Климова. – М. : Радио и связь, 1981. – 128 с.
- Райнике, К. *Оценка надежности систем с использованием графов [Текст]* : пер. с нем. / К. Райнике, И. А. Ушаков ; под ред. проф. И. А. Ушакова. – М. : Радио и связь, 1988. – 208 с.
- Клейнрок, Л. *Теория массового обслуживания [Текст]* : пер. с англ. / пер. И. И. Грушко ; ред. В. И. Нейман. – М. : Машиностроение, 1979. – 432 с.
- Кокс, Д. Р. *Теория очередей [Текст]* : пер. с англ. / Д. Р. Кокс, У. Л. Смит ; под ред. А. Д. Соловьева. – М. : Мир, 1966. – 218 с.
- Майер, А. *Разработка методов повышения надежности процесса эксплуатации вычислительных систем [Электронный ресурс]*: дис. на соискание академической степени доктора / Майер Александр. – Грузия, Тбилиси, Грузинский технический университет, 2008. – 144 с. – Режим доступа: <http://www.nplg.gov.ge/dlibrary/collect/0002/000342/Georgian%20Technical%20University%20-%20Alexander%20Mayer%20-%20Dissertation.pdf>. – 9.06.2016.
- Мартин, Дж. *Системный анализ передачи данных. Том 2 Проектирование систем передачи данных [Текст]* : пер. с англ. / Дж. Мартин ; под ред. В. С. Лапина. – М. : Мир, 1975. – 431 с.
- Кокс, Д. Р. *Теория восстановления [Текст]* : пер. с англ. / Д. Р. Кокс, В. Л. Смит ; под ред. Ю. К. Беляева. – М. : Сов. радио, 1967. – 299 с.
- Попов, В. А. *Анализ систем обслуживания с гиперэкспоненциальными и эрланговскими потоками [Электронный ресурс]* / В. А. Попов, О. Ю. Мироненко // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2004. – № 3. – С. 80 – 88. – Режим доступа: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/recs\\_2004\\_3\\_16](http://nbuv.gov.ua/UJRN/recs_2004_3_16). – 9.06.2016.
- Волочій, Б. Ю. *Метод побудови моделей поведінки складних систем немарковського типу у вигляді графа станів і переходів [Текст]* / Б. Ю. Волочій, Л. Д. Озірковський, І. В. Кулик // *Комп'ютинг*. – 2012. Т. 10, вип 3. – С. 262 - 271.
- Волочій, Б. Ю. *Удосконалення технології моделювання дискретно-неперервних стохастичних систем з використанням методу фаз Ерланга [Текст]* / Б. Ю. Волочій, Л. Д. Озірковський, І. В. Кулик // *Вісник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут" Серія - Радіотехніка. Радіоапаратобудування*. - Київ, 2012. - Вип. 48. - С. 159 - 167.
- Козлов, Б. А. *Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики [Текст]* / Б. А. Козлов, И. А. Ушаков. – М. : Сов. радио, 1975. – 472 с.
- Надежность технических систем [Текст] : Справочник / Ю. К. Беляев, В. А. Богатырев, В. В. Болотин и др. ; под ред. И. А. Ушакова. – М. : Радио и связь, 1985. – 608 с.
- Kochs, Hans-Dieter. *Zuverlässigkeit Elektrotechnischer Anlagen: Einführung in die Methodik, die Verfahren und ihre Anwendung [Text]* / H.-D. Kochs. – Berlin, Heidelberg, New York, Tokio : Springer-Verlag, 1984. – 394 s.

20. Волочий, Б. Ю. *Формалізація побудови моделей дискретно-неперервних стохастичних систем з використанням методу фаз Ерланга [Текст] / Б. Ю. Волочий, Л. Д. Озірковський, І. В. Кулик // Відбір і обробка інформації (міжвідомчий збірник наукових праць). – Львів : Національна академія наук України, Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка. – 2012. – № 36(112). – С. 39 - 47.*

## References

1. Haitao, Guo, Xianhui, Yang. Automatic creation of Markov models for reliability assessment of safety instrumented systems *Reliability Engineering & System Safety*, 2008, vol. 93, no. 6, pp. 807–815.

2. Hao, Yang, Xianhui, Yang. Automatic generation of Markov models in safety instrumented systems with non-identical channels. *Information science and management engineering: Proc. Int. Conf.* 7-8 Aug. 2010. Xi'an, China, 2010, pp. 287–290.

3. Fiondella, Lance, Puliafito, Antonio. *Principles of Performance and Reliability Modeling and Evaluation. Essays in Honor of Kishor Trivedi on his 70th Birthday.* Springer International Publishing Switzerland, 2016. 655 p.

4. Volochiy, B.Yu. *Tekhnolohiya modelyuvannya alhorytmiv povedinky informatsiynykh system [Technology of modeling of algorithms of behavior of information systems].* Lviv, Lvivska politehnika Publ., 2004. 220 p.

5. Fedasyuk, D. V., Volochiy, S. B. *Metodyka rozroblennya strukturno-avtomatnykh modeley dyskretno-neperervnykh stokhastychnykh system [Method of the development of structural-automaton models of discrete-continuous stochastic systems]* *Radioelektronni i komp'yuterni systemy*, no. 6 (80), 2016, pp. 24 - 34.

6. Ventcel', E.S. *Teoriya verojatnostej [Probability Theory].* Moskva, Nauka Publ., 1964. 576 p.

7. Kjonig, D., Shtojan, D. *Metody teorii massovogo obsluzhivaniya [Methods of Queueing Theory].* Per. s nem. Pod red. G.P. Klimova. Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1981. 128 p.

8. Rajnshke, K., Ushakov, I. A. *Ocenka nadezhnosti sistem s is-pol'zovaniem grafov [Assessment of The Reliability of The Systems Via Graphs].* Per. s nem. Pod red. prof. I. A. Ushakova. Moskva, Radio i svjaz' Publ., 1988. 208 p.

9. Klejnrok, L. *Teoriya massovogo obsluzhivaniya [Queueing systems. Volume I: Theory].* Per. s angl. Per. I. I. Grushko; red. V. I. Nejman. Moscow, Mashinostroenie Publ, 1979. 432 p.

10. Koks, D. R., Smit, U. L. *Teoriya ocheredej [Queueing Theory].* Per. s angl. V. V. Rybakova, Ju. B. Rozhdestvenskogo, Pod red. A. D. Solov'eva. Moskva, Mir Publ., 1966. 218 p.

11. Majer, Aleksandr. *Razrabotka metodov povysheniya nadezhnosti processa jekspluatacii vychislitel'nykh sistem* Dis. na soiskanie akademicheskoy stepeni doktora [The Development of Approaches of Improving the Reliability of The Process of Exploitation

of Computation Systems. Doct. Diss.] Gruzija, Tbilisi, Gruzinskij tehniceskij universitet, 2008. 144 p. Available at: <http://www.nplg.gov.ge/dlibrary/collect/0002/000342/Georgian%20Technical%20University%20-%20Alexander%20Mayer%20-%20Dissertation.pdf> (Accessed 9.06.2016)

12. Martin, Dzh. *Sistemnyj analiz peredachi dannyh. Tom 2. Proektirovanie sistem peredachi dannyh [Systems Analysis for Data Transmission. Vol. 2. Data Transmission Systems Design].* Per. s angl. Pod red. V. S. Lapina. Moscow, Mir Publ., 1975. 431 p.

13. Koks, D.R., Smit, V.L. *Teoriya vosstanovleniya [Renewal Theory].* Per. s angl. V.V. Rykova i Ju.K.Beljaeva; Pod red. Ju.K. Beljaeva. Moscow, Sov. radio Publ., 1967. 299 p.

14. Popov, V. A., Mironenko, O. Ju. *Analiz sistem obsluzhivaniya s giperjeksponencial'nymi i jerlangovskimi potokami [Analysis of Queueing System with Hyper-Exponential and Erlang processes]* *Radioelektronni i komp'yuterni systemy*, no. 3, 2004, pp. 80 - 88.

15. Volochiy, B. Yu., Ozirkovskyy, L. D., Kulyk, I. V. *Metod pobudovy modeley povedinky skladnykh system nemarkovskoho typu u vyhlyadi hrafa staniv i perekhodiv [Approach of the Development of Behavior Models of Complex Non-Markov System in Form of State-Transition Diagram]* *Komp'yutynh*, 2012, t. 10, vol. 3, pp. 262 - 271.

16. Volochiy, B. Yu., Ozirkovskyy, L. D., Kulyk, I. V. *Udoskonalennya tekhnolohiyi modelyuvannya dyskretno-neperervnykh stokhastychnykh system z vykorystanniam metodu faz Erlanha [Improvement of the Approach of Modeling the Dyscrete-Continuous Stochastic Systems Via Erlang Distributions]* *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu Ukrainy "Kyivskyy politekhnichnyy instytut" Seriya - Radioelekhnika. Radioaparatabuduvannya*, Kyiv, 2012, vol. 48, pp. 159 - 167.

17. Kozlov, B. A., Ushakov, I. A. *Spravochnik po raschetu nadezhnosti apparatury radioelektroniki i avtomatiki [Handbook for Calculating the Reliability of Radioelectronic and Automatic Hardware].* Moscow, Sov. radio Publ., 1975. 472 p.

18. Beljaev, Ju. K., Bogatyrev, V. A., Bolotin, V. V. i dr. *Nadezhnost' tehniceskikh sistem: Spravochnik [Reliability of Technical Systems: Handbook].* Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1985. 608 p.

19. Kochs, Hans-Dieter. *Zuverlassigkeit Elektrotechnischer Anlagen: Einfuehrung in die Methodik, die Verfahren und ihre Anwendung.* Berlin, Heidelberg, New York, Tokio, Springer-Verlag, 1984. 394 p.

20. Volochiy, B. Yu., Ozirkovskyy, L. D., Kulyk, I. V. *Formalizatsiya pobudovy modeley dyskretno-neperervnykh stokhastychnykh system z vykorystanniam metodu faz Erlanha [Formalizacion of the Construction of Models of Discrete-Continuous Stochastic Systems with Use of the Erlang Method]* *Vidbir i obrobka informatsiyi (mizhvidomchyy zbirnyk naukovykh prats')*, L'viv, Natsional'na akademiya nauk Ukrainy, Fizyko-mekhanichnyy instytut im. H.V. Karpenka, no. 36(112), 2012, pp. 39 - 47.

Надійшла до редакції 5.09.2016, розглянута на редколегії 16.09.2016

## СТРУКТУРНО-АВТОМАТНАЯ МОДЕЛЬ ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫХ СИСТЕМ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА ФАЗ ЭРЛАНГА

*Д. В. Федасюк, С. Б. Волочий*

В технологии разработки надежных моделей отказоустойчивых радиоэлектронных информационных систем в виде дискретно-непрерывных стохастических систем марковского типа одним из направлений повышения их адекватности является учет в модели реальных законов распределения для длительностей процедур и интервалов времени между событиями процессов. Речь идет о построении моделей в виде графа состояний и переходов, в которых количество состояний составляет сотни или тысячи. Проблема становится острее, когда для решения задач надежного синтеза в процессе выполнения проектных заданий необходимо построить десятки графов состояний. Решить эту проблему позволяет усовершенствованная технология аналитического моделирования, в которой построение графа состояний автоматизировано. Суть усовершенствования в том, что построение графа состояний осуществляется на основе структурно-автоматной модели отказоустойчивой радиоэлектронной информационной системы. Усовершенствование методики разработки структурно-автоматных моделей обеспечит возможность автоматизировать использование метода фаз Эрланга для построения моделей статистического представления процесса эксплуатации отказоустойчивых систем в виде графа состояний и переходов.

**Ключевые слова:** метод фаз Эрланга, структурно-автоматная модель, автоматизация разработки графа состояний и переходов, отказоустойчивые системы.

## STRUCTURAL-AUTOMATON MODEL OF FAULT-TOLERANT SYSTEMS FOR AUTOMATED USAGE OF ERLANG DISTRIBUTION

*D. V. Fedasyuk, S. B. Volochiy*

There is a known approach of developing models of reliability of fault-tolerant radioelectronic systems as discrete-continuous stochastic markov systems. For that approach, there is an important problem of improving models by considering realistic distribution of durations of procedures and time intervals between events in the process. For developing state-transition models with hundreds or thousands of states, this problem becomes significant. Moreover, this problem becomes critical for reliability synthesis when it's necessary to develop tens of state-transition models. This problem can be solved by using the approach, based on so-called "structural-automaton model". This approach improves the analytical modeling techniques by automating the process of state-transition models development. This article describes an improvement of the process of structural-automaton model development. Presented improvement allows to automate the usage of Erlang distribution for developing the state-transition model of the statistical representation of the process of fault-tolerant systems exploitation.

**Keywords:** Erlang distribution, structural-automaton model, automated development of state-transition mode, fault-tolerant system.

**Федасюк Дмитро Васильович** – д-р техн. наук, проф., проректор, Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна, e-mail: fedasyuk@gmail.com.

**Волочий Сергій Богданович** – аспірант каф. програмного забезпечення, Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна, e-mail: volochiy.s@gmail.com.

**Dmytro Fedasyuk** – Doctor of Science, Professor, Vice-Rector of Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine, e-mail: fedasyuk@gmail.com.

**Volochiy Serhiy Bohdanovych** – PhD student, Lviv Polytechnic National University, Software Department, Lviv, Ukraine, e-mail: volochiy.s@gmail.com.