



Д. И. ОСОВСКИЙ - к.т.н., доцент

Керченский государственный морской технологический университет, г. Керчь, Украина

О. Э. ЕФИМОВ – аспирант

Керченский государственный морской технологический университет, г. Керчь, Украина

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СУДНА СО СТРУЙНОЙ МЕХАНИЗАЦИЕЙ РУЛЕВОГО КОМПЛЕКСА

Составлена математическая модель динамики судна на циркуляции при базовом комплексе и при струйной механизации руля и построены кривые циркуляции.

Ключевые слова: циркуляция, струйная механизация, уравнения динамики, математическая модель.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ДОСТИЖЕНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

На данный момент времени имеется большое количество работ по построению математической модели динамики движения судна. Их сравнительный анализ приведен в работе [2]. Но основой практически всех моделей является базовая модель, приведенная в работе [1].

Что касается математической модели динамики движения судна со струйно-механизированным рулем, то эта проблема на данный момент в научных публикациях не рассматривалась.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Необходимо разработать математическую модель динамики судна на циркуляции при базовом комплексе и при струйной механизации руля, построить кривые циркуляций и сравнить полученные результаты. Для этого в качестве среды моделирования используем математический пакет MathCad. Данный пакет использует технологию листа, т.е. набор формул производится в привычной нам форме (как мы обычно их записываем). Это позволит сделать алгоритм вычислений открытым.

ИЗЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА ИССЛЕДОВАНИЯ

Уравнения движения судна, на свободном

ходу, полученные в работе [1], имеют вид:

$$\begin{aligned} m \cdot (1 + k_{11}) \cdot \frac{dv}{dt} - m \cdot (1 + k_{11}) \cdot v \cdot \beta \cdot \frac{d\beta}{dt} + \\ + m \cdot (1 + k_{22}) \cdot v \cdot \omega \cdot \beta = P - X_K - X_P \\ - m \cdot (1 + k_{22}) \cdot \beta \cdot \frac{dv}{dt} - m \cdot (1 + k_{22}) \cdot v \cdot \frac{d\beta}{dt} + \\ + m \cdot (1 + k_{11}) \cdot v \cdot \omega = Y_K + Y_B - Y_P \\ I_z \cdot (1 + k_{66}) \cdot \frac{d\omega}{dt} - m \cdot (k_{22} + k_{11}) \cdot v^2 \cdot \beta = \\ = M_K + M_P - M_B, \end{aligned} \quad (1)$$

где k_{11} , k_{22} , k_{66} , - коэффициенты присоединенных масс и присоединенного момента инерции; β - угол дрейфа; ω - угловая скорость; v - поступательная скорость; X_K , Y_K , M_K - продольная, поперечная составляющие сил вихревой природы и момент рыскания; X_P , Y_P , M_P - продольная, поперечная силы на руле и момент, создаваемый поперечной силой руля относительно центра тяжести судна; Y_B , M_B - поперечная сила, возникающая на работающем гребном винте и момент, создаваемый поперечной силой; P - упор, создаваемый гребными винтами.

Поэтому на данный момент времени для ММ используются упрощенные модели, имеющие небольшое число параметров. Идентификация этих параметров производится на основе натурных испытаний конкретного судна.

Так, например, XIV Международной конференцией опытовых бассейнов наряду с полными ММ, описывающими движения судна, рекомендовано в задачах управляемости использовать уравнение вида:

$$T_1 T_2 \frac{d^2 \omega}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{d\omega}{dt} + \omega + H(\omega) = K \delta_R + K T_3 \frac{d\delta_R}{dt}, \quad (2)$$

коэффициенты которого определяются по данным натурных или модельных испытаний.

Уравнение (2) может быть получено из системы уравнений вида:

$$\begin{cases} \frac{d\beta}{dt} + q_{21}\beta + r_{21}\omega - \frac{q}{q_{31}}H(\omega) + s_{21}\delta_R = 0 \\ \frac{d\omega}{dt} + q_{31}\beta + r_{31}\omega + s_{31}\delta_R = 0 \end{cases} \quad (3)$$

причем $T_1 T_2 = 1/q$; $T_1 + T_2 = 2\rho/q$; $K = s/q$;

$K T_3 = -s_{31}/q$; $q = q_{21} r_{31} - q_{31} r_{21}$; $s = q_{31} s_{21} - q_{21} s_{31}$; $2\rho = r_{31} + q_{21}$.

Часто функцию $H(\omega)$ представляют кубической параболой:

$$H(\omega) = v_1 |\omega| + v_2 \omega^3. \quad (4)$$

Если судно не обладает устойчивостью прямолинейного движения ($q < 0$), то $T_1 < 0$; $T_2 > 0$; $K < 0$; $v_1 < 0$; $T_3 > 0$; если обладает такой устойчивостью ($q > 0$), то $T_1 > 0$; $T_2 > 0$; $K > 0$; $v_1 > 0$; $T_3 > 0$. Знак v_2 зависит не только от устойчивости судна, но и от вида диаграммы управляемости при больших δ_R .



Рис. 1. Расчетная схема модели неустановившегося движения судна

Для построения математической модели движения судна на циркуляции нам необходимо знать следующие параметры (рис. 1): χ - курс

судна; β - дрейф судна; V - скорость судна. Примем следующее допущения $V = const$. Падение скорости на циркуляции можно определить, к примеру, используя формулу Г. Е. Павленко [1].

Курс судна и дрейф определим из (3), при этом учитывая, что $\omega = \frac{d\chi}{dt}$.

Тогда система (3) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d\beta}{dt} + q_{21}\beta + r_{21} \frac{d\chi}{dt} - \frac{q}{q_{31}}H\left(\frac{d\chi}{dt}\right) + s_{21}\delta_R = 0 \\ \frac{d^2\chi}{dt^2} + q_{31}\beta + r_{31} \frac{d\chi}{dt} + s_{31}\delta_R = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Аналогично изменим выражение (4):

$$H(\omega) = v_1 \left| \frac{d\chi}{dt} \right| \frac{d\chi}{dt} + v_2 \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^3. \quad (6)$$

Подставив (6) в (5) получим:

$$\begin{cases} \frac{d\beta}{dt} + q_{21}\beta + r_{21} \frac{d\chi}{dt} - \frac{q}{q_{31}} \left(v_1 \left| \frac{d\chi}{dt} \right| \frac{d\chi}{dt} + v_2 \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^3 \right) + s_{21}\delta_R = 0 \\ \frac{d^2\chi}{dt^2} + q_{31}\beta + r_{31} \frac{d\chi}{dt} + s_{31}\delta_R = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Для определения параметров системы (7) используем (2), где параметры T_1 , T_2 , T_3 и K определяются из натурных испытаний конкретного судна. Методика определения этих параметров изложена в [1]. После определения T_1 , T_2 , T_3 и K и решения нелинейной системы (8) найдем неизвестные параметры системы (7).

$$\begin{aligned} q &= \frac{1}{T_1 T_2} \\ 2\rho &= \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \\ \frac{s}{q} &= K \\ s_{31} &= -\frac{K T_3}{T_1 T_2} \\ q &= q_{21} r_{31} - q_{31} r_{21} \\ s &= q_{31} s_{21} - q_{21} s_{31} \\ 2\rho &= r_{31} + q_{21}. \end{aligned} \quad (8)$$

В системе (7) функция δ_R имеет следующий вид:

$$\delta_R(t) = \begin{cases} \frac{\delta_{Rs}}{|\delta_{Rs}|} \cdot \frac{35}{\tau} \cdot \frac{\pi}{180} \cdot t, & t < \frac{\delta_{Rs}\tau}{35} \\ \delta_{Rs} \cdot \frac{\pi}{180}, & t \geq \frac{\delta_{Rs}\tau}{35} \end{cases}, \quad (9)$$

где δ_{Rs} - заданный угол перекладки руля, τ - задержка перекладки руля из диаметральной плоскости на максимальный угол (нами принят угол $\delta_{Rs} = 35^\circ$).

Решая систему (7) численно, методом Рунге-Кутты, получим искомое решение в дискретной форме. Размерность векторов $\bar{t}$, $\bar{\chi}$ и $\bar{\beta}$ определяется числом разбиений n участка интегрирования.

После полученного решения системы (7) получим кинематические уравнения движения судна на плоскости:

$$\begin{cases} y_i = y_{i-1} + V \cos(\chi_{i-1} - \beta_{i-1}) \cdot \Delta t \\ x_i = x_{i-1} + V \sin(\chi_{i-1} - \beta_{i-1}) \cdot \Delta t \end{cases}, \quad (10)$$

где $\Delta t = T/n$.

С учетом внешних факторов, к примеру, течения, система (10) примет следующий вид:

$$\begin{cases} y_i = y_{i-1} + V \cos(\chi_{i-1} - \beta_{i-1}) \cdot \Delta t + V_T \cos(q) \cdot \Delta t \\ x_i = x_{i-1} + V \sin(\chi_{i-1} - \beta_{i-1}) \cdot \Delta t + V_T \sin(q) \cdot \Delta t \end{cases}, \quad (11)$$

где V_T - скорость течения, q - истинное направление ветра.

Согласно [3] силы, действующие на судно при струйной механизации рулевого комплекса, имеют вид (рис. 2).

При струйной механизации уравнения динамики судна примут вид:

$$\begin{aligned} & m \cdot (1 + k_{11}) \cdot \frac{dv}{dt} - m \cdot (1 + k_{11}) \cdot v \cdot \beta \cdot \frac{d\beta}{dt} + \\ & + m \cdot (1 + k_{22}) \cdot v \cdot \omega \cdot \beta = P - X_K - X_P - \Delta X_P \\ & - m \cdot (1 + k_{22}) \cdot \frac{dv}{dt} - m \cdot (1 + k_{22}) \cdot v \cdot \frac{d\beta}{dt} + \\ & + m \cdot (1 + k_{11}) \cdot v \cdot \omega = Y_K + Y_B - Y_P - \Delta Y_P, \\ & I_Z \cdot (1 + k_{66}) \cdot \frac{d\omega}{dt} - m \cdot (k_{22} + k_{11}) \cdot v^2 \cdot \beta = \\ & = M_K + M_P + \Delta M_P - M_B + F_y \cdot x_T. \end{aligned} \quad (12)$$

Для удобства анализа управляемости, уравнения движения судна в горизонтальной плоскости приведем к безразмерному

виду. Введем следующие безразмерные характеристики.

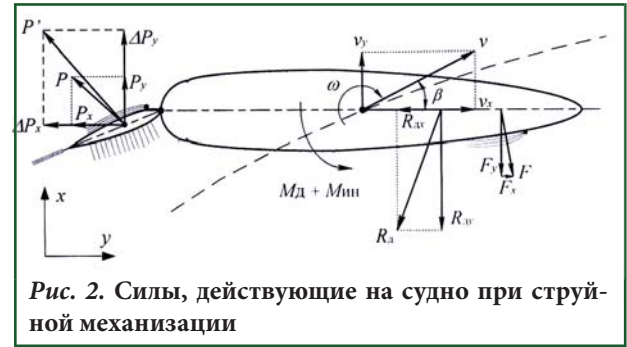


Рис. 2. Силы, действующие на судно при струйной механизации

Безразмерное время

$$\tau = tv_0/L, \quad (13)$$

где L - расчетная длина судна; v_0 - скорость хода судна на исходном прямом курсе.

Эта величина представляет собой число длин корпуса судна, которое оно прошло бы за время t при скорости хода v_0 на исходном прямом курсе.

Безразмерная скорость хода

$$\bar{v} = v/v_0, \quad (14)$$

где v - скорость хода судна на произвольной траектории.

Безразмерная угловая скорость вращения судна

$$\bar{\omega} = \omega \cdot L/v_0 \quad (15)$$

Производные размерных и безразмерных величин находятся в соотношении

$$\begin{cases} d\tau = \frac{v_0}{L} dt \\ \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\tau} \cdot \frac{d\tau}{dt} v_0 = \frac{v_0^2}{L} \cdot \frac{dv}{d\tau} \\ \frac{d\beta}{dt} = \frac{d\beta}{d\tau} \cdot \frac{d\tau}{dt} = \frac{v_0}{L} \cdot \frac{d\beta}{d\tau} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega \cdot v_0}{L} \right) = \frac{v_0}{L} \cdot \frac{d\omega}{d\tau} \cdot \frac{d\tau}{dt} = \left(\frac{v_0}{L} \right)^2 \cdot \frac{d\omega}{d\tau} \end{cases}. \quad (16)$$



С учетом введенных обозначений уравнения (12) перепишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & m \cdot (1 + k_{11}) \cdot \frac{v_0^2}{L} \cdot \frac{d\bar{v}}{d\tau} - m \cdot (1 + k_{11}) \cdot \bar{v} \cdot \beta \cdot \frac{v_0^2}{L} \cdot \frac{d\beta}{d\tau} + \\
 & + m \cdot (1 + k_{22}) \cdot \bar{v}^2 \cdot \bar{\omega} \cdot \beta \cdot \frac{v_0^2}{L} = P - X_K - X_P - \Delta X_P \\
 & - m \cdot (1 + k_{22}) \cdot \beta \cdot \frac{d\bar{v}}{d\tau} - m \cdot (1 + k_{22}) \cdot \bar{v} \cdot \frac{v_0^2}{L} \cdot \frac{d\beta}{d\tau} + \\
 & + m \cdot (1 + k_{11}) \cdot \bar{v}^2 \cdot \bar{\omega} \cdot \frac{v_0^2}{L} = Y_K + Y_B - Y_P - \Delta Y_P \\
 & I_Z \cdot (1 + k_{66}) \cdot \left(\frac{v_0}{L} \right)^2 \cdot \frac{d\bar{\omega}}{d\tau} = \\
 & = M_K + M_P + \Delta M_P - M_B + F_y \cdot x_T. \quad (17)
 \end{aligned}$$

После преобразования и группировки членов получим систему двух безразмерных уравнений

$$\begin{aligned}
 & a_{11} \frac{d\beta}{d\tau} + a_{12}\beta + a_{13} \cdot \bar{\omega} + a_{14}\beta^2 = k_1 a_p + \Delta \bar{Y}_p, \\
 & -a_{21} \frac{d\bar{\omega}}{d\tau} + a_{22}\beta - a_{23} \cdot \bar{\omega} - a_{24}\beta^2 \cdot \bar{\omega} + C_T \bar{x}_T = -k_2 a_p + \Delta \bar{M}_p. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Уравнения (7) – (11) являются математической моделью задачи динамики движения судна на циркуляции. Как было сказано ранее, данная модель была реализована в среде MathCad. На рис. 3 приведено окно программы. На рис. 4 приведены кривые циркуляции судна СЧС-225 при различных управляющих воздействиях и параметрах течения: слева – при базовой и справа – при струйной системах управления.

ВЫВОДЫ

В результате исследований были построены кривые циркуляции судна СЧС-225 при различных углах перекадки руля, различных скоростях судна, течения, направлениях течения, с учетом и без учета дрейфа при базовой и при струйной системах управления. В результате сравнения построенных графиков видно уменьшение радиуса циркуляции, повышение маневренности судна. Импульс струи оставался неизменным.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Войткунский Я. И. Справочник по теории корабля: [Справочник] / Я.И. Войткунский, Р. Я. Першиц, И. А. Титов – Л.: Судостроение, 1973. – 534 с.
2. Юдин Ю. И. Математические модели плоскопараллельного движения судна. Классификация и критиче-

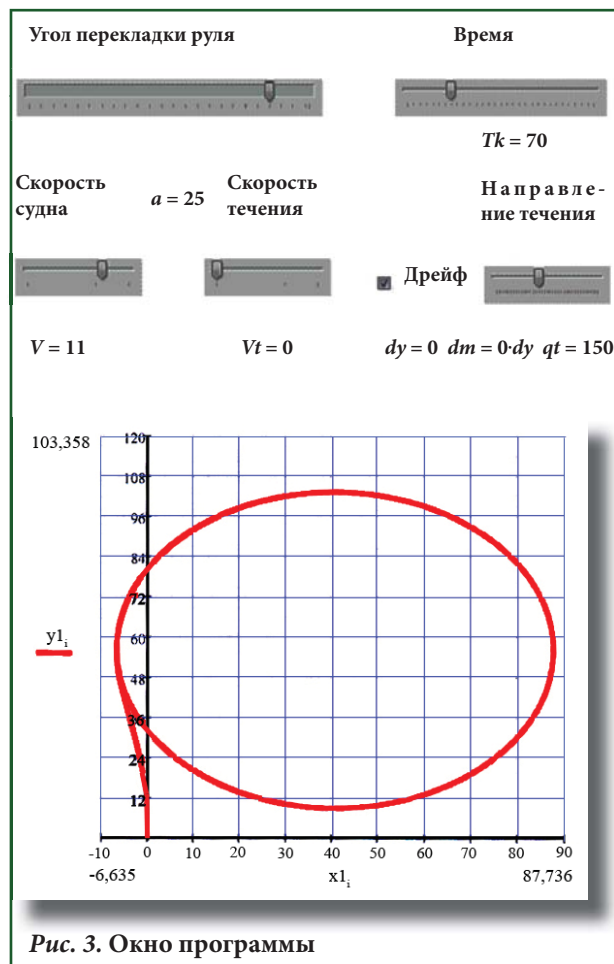


Рис. 3. Окно программы

ский анализ / Ю. И. Юдин, И. И. Сотников // Вестник МГТУ, том 9, №2, 2006 г. стр.200-208

3. Ибрагимов О. Э., Осовский Д. И. «Применение струйной механизации для повышения маневренности судов» - Керчь: Рыбное хозяйство Украины, 2011. – №5(76). – 68 с. – С. 45-47.

СТАТЬЯ ПОСТУПИЛА В РЕДАКЦИЮ 15.11.2013 г.

ОСОВСКИЙ Д. І., ЄФІМОВ О. Е.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ СУДНА ІЗ СТРУМІННОЮ МЕХАНІЗАЦІЄЮ КЕРМОВОГО КОМПЛЕКСУ

Складена математична модель динаміки судна на циркуляції при базовому комплексі і при струйній механізації керма і побудовані криві циркуляції.

Ключові слова: циркуляція, струминна механізація, рівняння динаміки, математична модель.

OSOVSKIY D. I., YEFIMOV O. E.

MATHEMATICAL MODELLING OF DYNAMICS OF THE SHIP WITH STREAM MECHANIZATION OF RUDDER COMPLEX

The mathematical model of dynamics of the ship on circulation at a base complex and during stream mechanization of the rudder is made and the circulation curves are built.

Keywords: circulation, stream mechanization, dynamics equations, mathematical model.

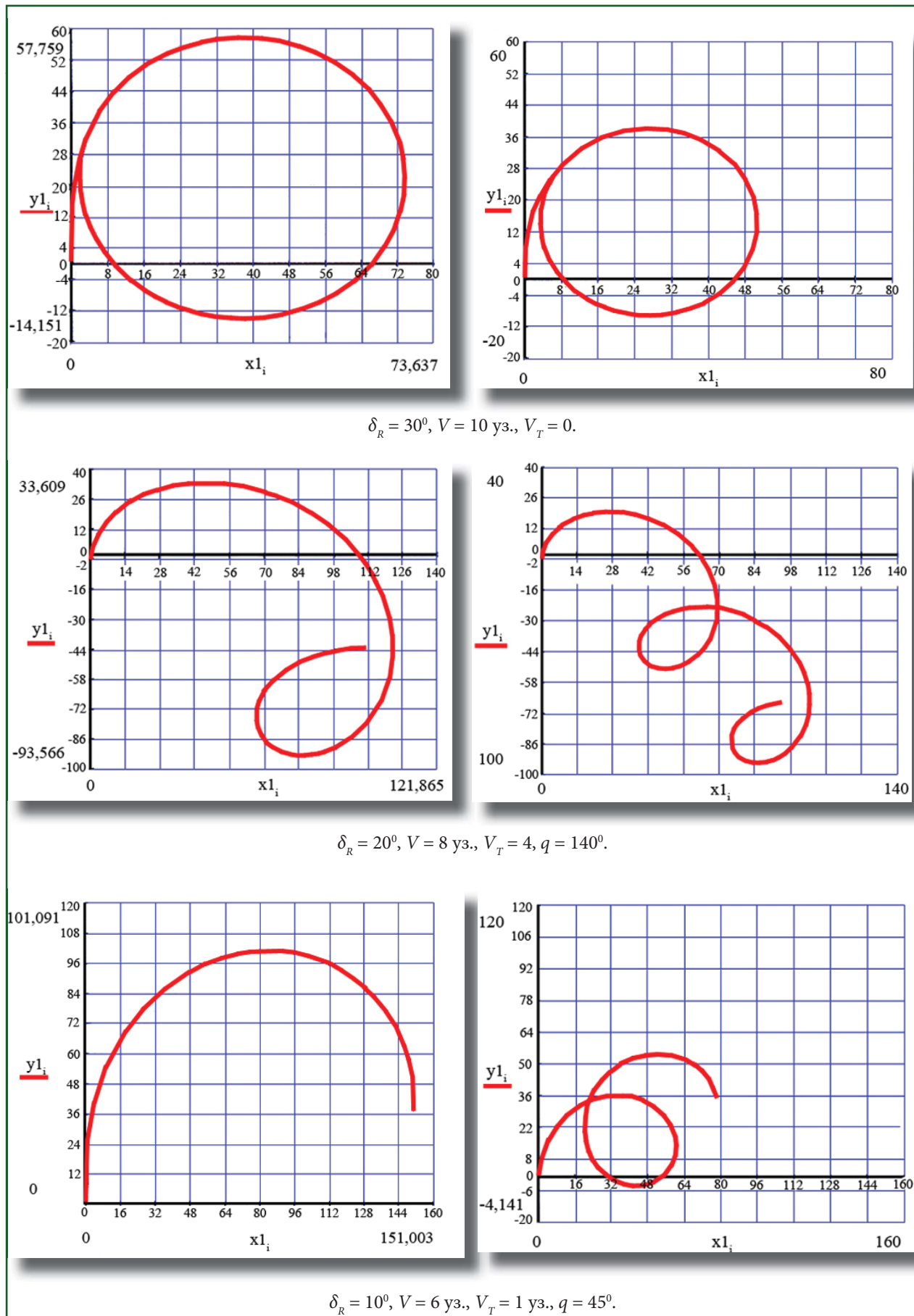


Рис. 4. Результаты имитационного моделирования