

Н.В. Лищенко, канд. техн. наук, Одесса, Украина

РАЗРАБОТКА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПРИПУСКА НА ОСНОВЕ ТЕОРЕТИКО-ВЕРОЯТНОСТНОГО ПОДХОДА

Досліджено новий метод статистичного імітаційного моделювання припуску на зубошліфування, виконуваного за методом копіювання на верстаті з ЧПК. Створена і налаштована статистична модель припуску за результатами його експериментального вимірювання на реальних зубчастих колесах в заводських умовах. Виконано імітаційне моделювання припуску з оцінкою випадкової компоненти припуску на основі властивості ергодичності для стаціонарного випадкового процесу.

Ключові слова: зубошліфування, статистична модель припуску

Исследован новый метод статистического имитационного моделирования припуска на зубошлифование, выполняемого по методу копирования на станке с ЧПУ. Создана и настроена статистическая модель припуска по результатам его экспериментального измерения на реальных зубчатых колесах в заводских условиях. Выполнено имитационное моделирование припуска с оценкой случайной компоненты припуска на основе свойства эргодичности для стационарного случайного процесса.

Ключевые слова: зубошлифование, статистическая модель припуска

A new method of statistical simulation of a stock allowance for gear grinding, performed by the form grinding method on a CNC machine, is investigated. A statistical model of the allowance is created and tuned according to the results of its experimental measurement on real gear wheels in the factory. Simulation modeling of the allowance was performed with an estimate of the random component of the allowance based on the ergodicity property for a stationary random process.

Keywords: grinding, statistical model of allowance

1. Постановка проблеми. Експериментальні статистичні дослідження, пов'язані з визначенням погрешностей виготовлення цементованих зубчастих коліс відрізняються високою трудомісткістю і вимагають прецизійних вимірних приладів спеціального призначення, або займають дорожче час сучасних контрольних-вимірних машин. Задача моделювання вказаних погрешностей після хіміко-термічної обробки зубчастих коліс особливо актуальна в зв'язі з незадовільним якістю контролюваних поверхонь зубчастих коліс, в результаті чого щуп контрольної-вимірної машини часто працює не в штатній ситуації з частими аварійними зупинками. Крім того, порушення принципу єдинства баз при виміренні і обробці призводить до додаткової погрешності базирования і спотворення результатів контролю. При використанні теоретико-ймовірнісного підходу до дослідження припуску на зубошлифування виникає задача оцінювання характеристик випадкового процесу при аналізі детермінованого і випадкового компонентів припуску на зубошлифування. В попередній частині

исследования указывалось, что проверка нормальности закона распределения случайной величины, например, с помощью критерия W , является необходимым, но не достаточным условием нормального закона

распределения. Поэтому существует проблема замены трудоёмкого статистического исследования погрешностей реальных зубчатых колёс статистическим моделированием этих погрешностей. Эта проблема в полной мере относится к статистическому исследованию припуска на зубошлифование, который обусловлен совокупностью погрешностей предыдущих операций и погрешностью установки на зубошлифовальном станке.

2. Анализ последних исследований и публикаций. Вопросы разделения погрешностей на систематические и случайные при расчёте точности обработки, анализ статистического метода определения погрешностей с точки зрения его возможностей и недостатков, и сопутствующие вопросы были в свое время рассмотрены проф. А.П. Соколовским, который предложил термины «статистический метод» и «расчётный метод» в технологическом анализе. Им установлено, что погрешности, являвшиеся систематическими в пределах одной настройки, принимают характер случайных для всей совокупности обследуемых операций [1].

Проф. В.К. Старков отмечает, что главные недостатки статистических моделей – их громоздкость и трудоёмкость, а также большое число реализаций для нахождения искомого параметра с приемлемой точностью. При статистическом моделировании необходима генерация значений случайного параметра, которая производится одним из методов получения случайных величин с заданным законом распределения. При этом основные методы моделирования случайных величин с заданным законом распределения заключаются в преобразовании случайных чисел с равномерным законом распределения. Например, в качестве случайных чисел с усеченным нормальным распределением используется сумма нескольких независимых случайных чисел с равномерным распределением. Такой подход основан на центральной предельной теореме теории вероятности, в силу которой сумма независимых случайных величин при весьма общих условиях имеет асимптотически нормальное распределение [2]. Однако вопросы создания статистической модели припуска и его имитационное моделирование в литературе не отражены. В то же время актуальность такой работы высока в связи с появлением высокопроизводительных зубошлифовальных станков с ЧПУ [3, 4].

3. Цель исследования заключается в обосновании разработанной статистической модели припуска, содержащей детерминированную и случайную компоненты на основании использования известного свойства эргодичности случайных процессов.

4. Материалы исследований. Свойство эргодичности состоит в том, что среднее по множеству реализаций с вероятностью единица совпадает со средним по времени одной реализации процесса [5]. Это позволяет при ограниченной длине одной реализации (для зубчатого колеса длина одной реализации равна центральному углу 2π) заменять её среднее по времени средним по множеству реализаций. В теории случайных процессов множество реализаций называют ансамблем реализаций, который и задаёт случайный процесс. Другими словами, при недостаточной длине реализации случайного процесса (для зубчатого колеса длина пространственного интервала изменения припуска 2π) его можно задавать математической моделью – ансамблем реализаций, а среднее по времени заменять средним по множеству. Это вызвано тем, что для стационарных эргодических процессов статистические характеристики, полученные усреднением по множеству реализаций и по времени для одной реализации случайного процесса равны друг другу [6]. Подтверждением этого свойства является известная теорема Парсевала или Рэйли (в зарубежной литературе Parseval's theorem, Rayleigh's energy theorem).

Амплитудный спектр случайного процесса за счёт случайных фазовых соотношений частотных компонент имеет тенденцию к исчезновению, что при достаточной длине реализации случайного процесса вызвано компенсирующим взаимодействием гармоник со случайными фазами. Поэтому для характеристики интенсивности случайных процессов применяют не амплитудный спектр, а энергетический спектр (power spectrum), так как он не зависит от фаз гармоник [7]. На указанном свойстве исчезновения амплитудного спектра случайного процесса основано дальнейшее исследование.

Экспериментальное исследование припуска на заводских зубчатых колесах (ЗК №1, ЗК № 2 и ЗК № 3) позволили получить соответствующие пространственные (аналог термина «временные») сигналы припуска и их спектрограммы для 3-х левосторонних припусков для указанных зубчатых колес (рис. 1, *a*, *b*, *c*) и спектрограмму от среднего по времени (рис. 1, *z*). Последнюю спектрограмму получили в виде преобразования Фурье от среднего по времени из сигналов $f_1(n) = z_{rated}^{L1}(n)$, $f_2(n) = z_{rated}^{L2}(n)$ и $f_3(n) = z_{rated}^{L3}(n)$, т.е. от сигнала следующего типа (рис. 1, *z*)

$$f_{ave}(n) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 z_{rated}^{Li}(n). \quad (1)$$

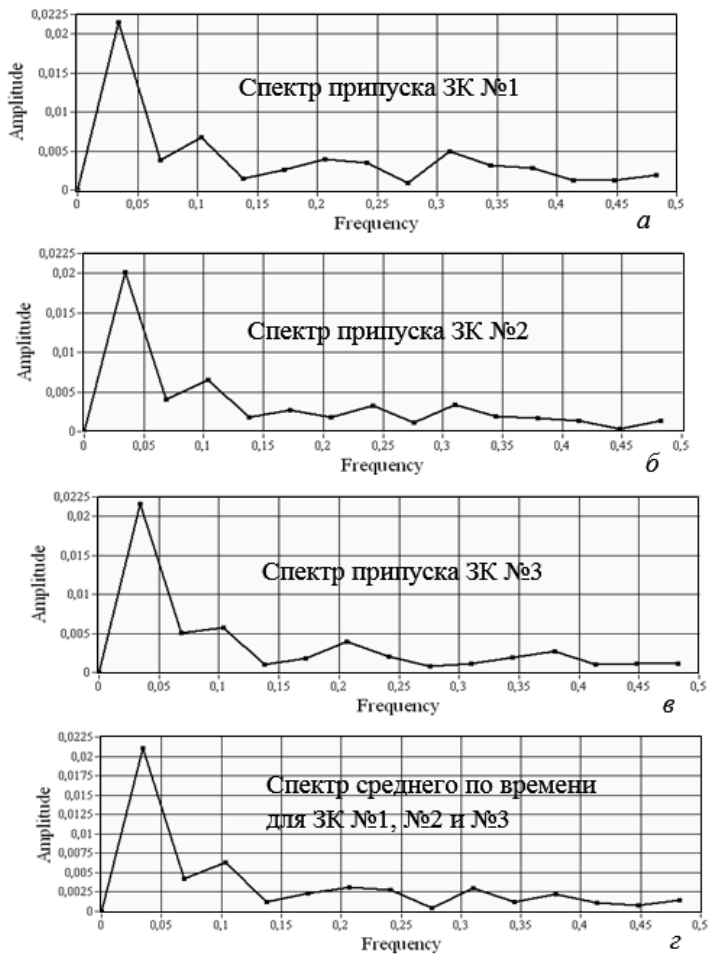


Рисунок 1 – Амплитудные спектры нормированных сигналов левостороннего припуска: а, б, в – зубчатые колеса № 1, № 2, № 3, соответственно; г – для усредненного временного сигнала припуска

Это преобразование Фурье, т.е. спектр среднего значения сигнала припуска, можно представить в виде

$$F \{ f_{\text{ave}}(n) \} = F \left\{ \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 z_{\text{rated}}^{Li}(n) \right\} \quad (2)$$

Для реализации преобразований (1) и (2) сконструирован виртуальный прибор в среде LabVIEW 8.6 (рис. 2).

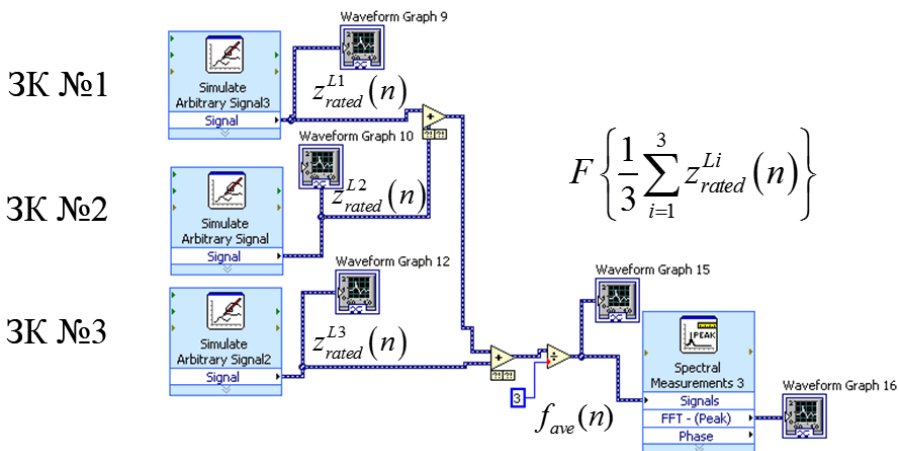


Рисунок 2 – Виртуальный прибор для усреднения 3-х сигналов припуска и формирования спектра среднего

Исходный сигнал припуска $f_{ave}(n)$ (рис. 3), сформированный виртуальным прибором (рис. 2), подобен сигналу припуска для ЗК №1. Аналогичное подобие имеет место для амплитудных спектров этих сигналов (рис. 1, а и рис. 1, з).

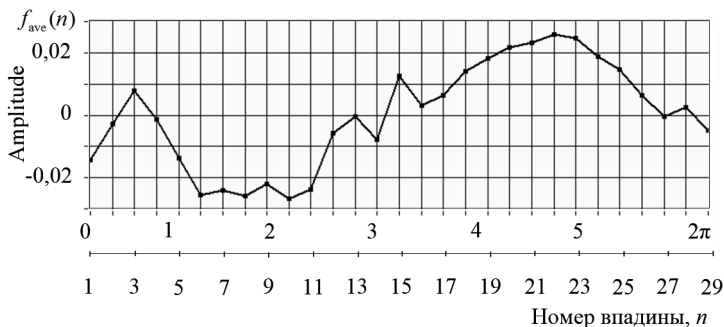


Рисунок 3 – Усредненный по времени сигнал левостороннего припуска $f_{ave}(n)$

Для каждой спектрограммы сформированы оценочные показатели:

$$\eta = \frac{A_1}{A_{ave}}, \quad (3)$$

где A_1 – амплитуда первой гармоники с периодом 2π ;

A_{ave} – средняя амплитуда гармоник, за исключением первой.

Причем

$$A_{ave} = \sum_{i=2}^{z/2} A_i, \quad (4)$$

где z – число впадин зубчатого колеса.

Величина верхнего предела суммирования $z/2$ обусловлена тем, что в соответствии с теоремой отсчетов В.А. Котельникова (Nyquist - Shannon sampling theorem) число дискретных точек в частотной области в 2 раза меньше числа дискретных точек во временной области. Получены следующие значения оценочных показателей для левой η^L и правой η^R сторон впадин (аналог известного отношения сигнал-шум или signal-to-noise ratio).

ЗК	1	2	3	ave
η^L	7,82	8,98	10	9,61
η^R	8,78	6,28	7,84	8,48

Ранее была выполнена оценка спектров припуска реальных зубчатых колес типа В1318В.41.004 (заводской код). Найдены реальные значения показателей для левой η^L и правой η^R стороны впадин. Разработан виртуальный прибор для выполнения быстрого преобразования Фурье (БПФ) сигнала припуска в среде LabVIEW 8.6. Разработана имитационная модель припуска, содержащая систематическую и случайную компоненту. В этой модели каждое зубчатое колесо с числом зубьев (или впадин) z рассматривается как реализация стохастического процесса, содержащая систематическую и случайную компоненты (одна из возможного ансамбля реализаций). Систематическая компонента сигнала припуска реализована гармонической синусоидальной функцией $y = \sin x$ (частота $f = 10$ Гц) с наложением на нее шумовой компоненты. Шумовая компонента представляет собой белый гауссовый шум, имеющий стандартное отклонение σ_{noise} . Эта имитационная модель позволяет создавать виртуальные зубчатые колеса (отдельные реализации сигнала припуска) с различной долей случайной компоненты в стохастическом двухкомпонентном сигнале. Эта доля регулируется с помощью стандартного отклонения σ_{noise} .

Имитационная модель создана с использованием виртуального прибора в программе LabVIEW 8.6 (рис. 4).

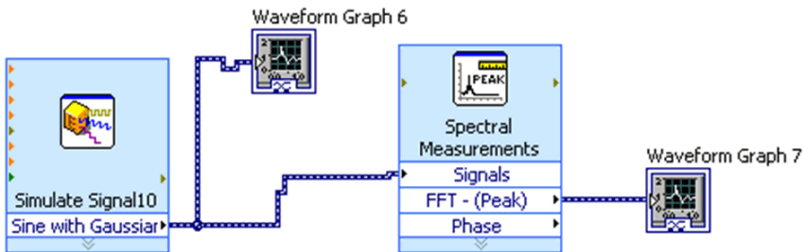


Рисунок 4 – Компьютерный виртуальный прибор для имитационного моделирования двухкомпонентного сигнала припуска

Выполнена настройка имитационной модели (рис. 4) в соответствии с полученными оценками спектров припуска 3-х реальных зубчатых колес. Исследовано влияние параметра настройки σ_{noise} виртуальной модели на величину η . Для этого разработан 3-х каналный виртуальный прибор (рис. 5), т.е. модель ансамбля возможных реализаций припуска (одна реализация припуска – односторонний припуск одного зубчатого колеса, ансамбль реализаций припуска соответствует партии зубчатых колёс).

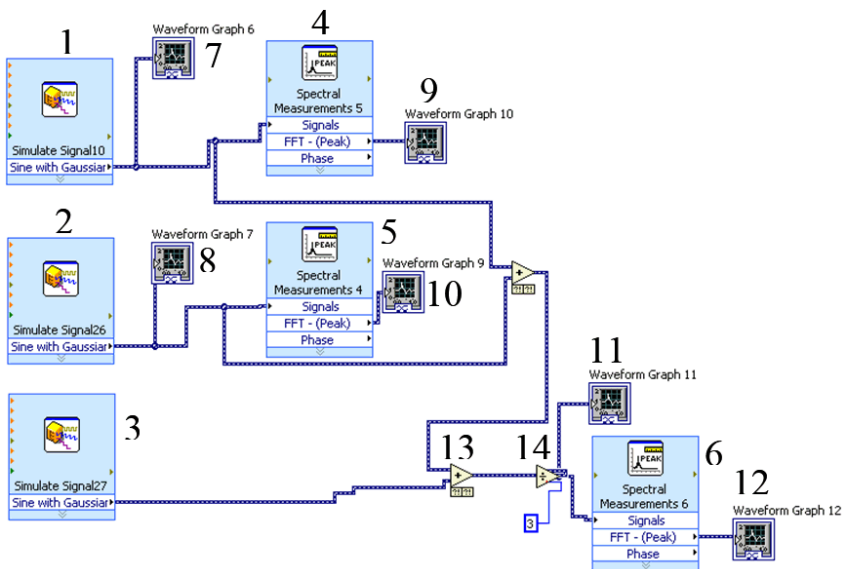


Рисунок 5 – 3-х каналный компьютерный виртуальный прибор для имитационного моделирования двухкомпонентного сигнала припуска

Для представления 3-х реализаций, в составе которых присутствуют синусоидальный сигнал и белый гауссовый шум в программе LabVIEW 8.6 работают с блоками Simulate Signal, которые вызываются палитрой Functions. На рис. 5 блоки (иконки) 1, 2 и 3 – это модели для первой, второй и третьей реализаций двухкомпонентного сигнала припуска. В узле сложения 13 (Add) складывают 3 реализации. Узел сложения вызывается через палитру Functions → Arithmetic and Comparison → Numeric (числовой). На выходе узла сложения 13 получают суммарную реализацию, которая поступает на вход узла деления Divide (узел 14 на рис. 5). На выходе узла 14 получают усредненную реализацию (делением суммарной реализации на число 3). Выходные сигналы блоков 1, 2 и узла 14 поступают на соответствующие блоки Spectral Measurements (блоки 4, 5), которые осуществляют процедуру быстрого преобразования Фурье (БПФ), преобразуя временное представление сигналов на интервале времени 0,1 с (29 отсчетов с частотой 290 Гц) в соответствующее частотное представление. Блоки 4, 5 и 6 вызываются через палитру Functions → Signal Analysis → Spectral Measurements. Причем на выходе блока 6 формируется спектр усредненной во времени реализации. Отдельные реализации во временной области и полученные результаты в виде спектрограмм выведены на лицевую панель виртуального прибора с помощью блоков индикации Waveform Graph (блоки 7, 8, 9, 10 на рис. 5). Усредненный временной сигнал припуска выведен на блок 11, а его спектр – на блок 12. Данные блоки (11 и 12) находятся в палитре Controls (Front Panel) → Graph Indicators.

Изменяя уровень σ_{noise} в указанном ниже диапазоне, получены оценочные параметры η_m при $m = 1, 2$ и 3.

m	1	2	3
σ_{noise}	0,1	0,5	1
η_m	16,99	7,45	4,098

Выбираем $\sigma_{noise} = 0,5$. Параметр η_m при $\sigma_{noise} = 0,5$ может при разных реализациях случайного процесса принимать значения 7,45...8,67, что соответствует реально измеренным 3-м зубчатым колесам.

Количество точек в реализации имитационной модели припуска соответствует числу зубьев реального зубчатого колеса, т.е. $z = 29$. Для сравнительной оценки принимаем амплитуду синусоидальной периодической компоненты $y = \sin x$ (частота $f = 10$ Гц) для реализаций одинаковую, например, единичную. В соответствии с выбранным уровнем $\sigma_{noise} = 0,5$ получены, например, три реализации аддитивной имитационной модели зубчатого колеса (рис. 6), соответствующие им амплитудные спектрограммы (рис. 7) и усредненный спектр (рис. 8).

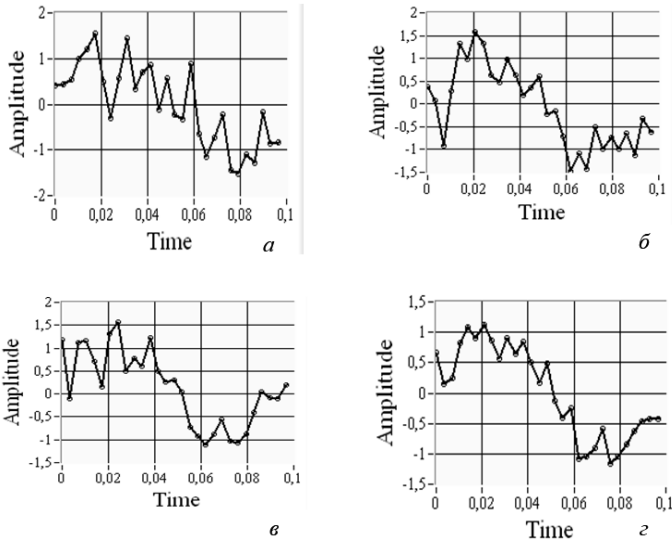


Рисунок 6 – Первая (*a*), вторая (*б*), третья (*в*) реализации имитационной двухкомпонентной модели припуска при $\sigma_{noise} = 0,5$ и средняя по времени реализация (*з*)

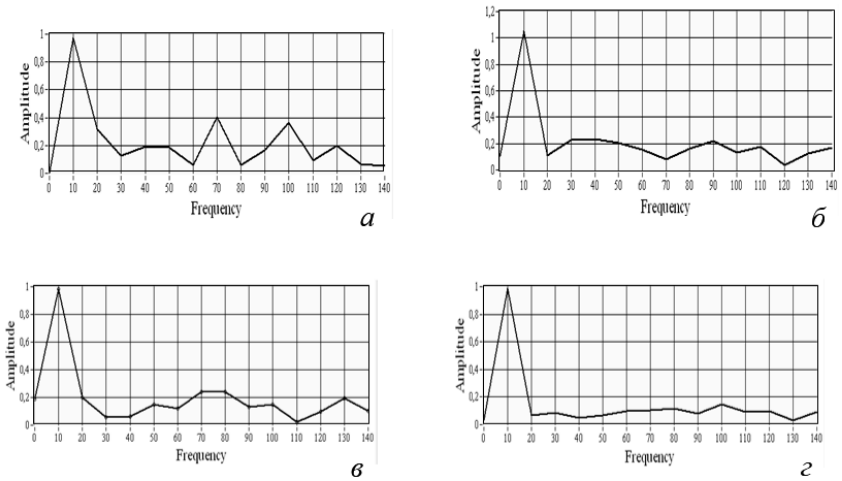


Рисунок 7 – Спектры 3-х временных реализаций (*a*, *б*, *в*) и спектр средней по времени реализации (*з*) для двухкомпонентной модели припуска при $\sigma_{noise} = 0,5$

Видно, что спектр реализации, являющейся средним по времени из предыдущих 3-х реализаций, имеет тенденцию к уменьшению амплитуд случайной составляющей сигнала припуска (рис. 7, *з*). Однако исчезновения спектра случайной составляющей при 3-х реализациях не происходит. Для более явного проявления этой тенденции необходимо увеличить число каналов усреднения, т.е. сделать это число больше 3-х. Это вызвано тем, что истинный случайный процесс можно реализовать путём увеличения числа реализаций (формирование среднего по множеству), истинный спектр появляется в пределе [8]. На практике это означает, что необходимо увеличить число исследуемых зубчатых колёс и соответственно добавить к усреднению по множеству больше исходных реализаций измеренных значений припуска. Для подтверждения тенденции на модели достаточно увеличить число каналов усреднения для виртуального прибора на рис. 5.

По аналогии с 3-х канальным виртуальным прибором на рис. 5, реализующим аддитивную модель припуска, разработан виртуальный прибор для большего количества моделируемых зубчатых колёс, например, 25-ти канальный (по аналогии с рис. 5, не показан). Теперь видно, что спектр усредненного по времени сигнала для 25 моделируемых зубчатых колёс имеет тенденцию к исчезновению (рис. 8, *б*). Это доказывает случайный характер компоненты x_γ в нормированном сигнале припуска

$z_{rated}^L(n) = x_\beta + x_\gamma$. Систематическая компонента x_β явно выражена на частоте 10 Гц (рис. 8) и не подвергается существенному изменению как в отдельных реализациях (рис. 7), так и для усредненного сигнала (рис. 8).

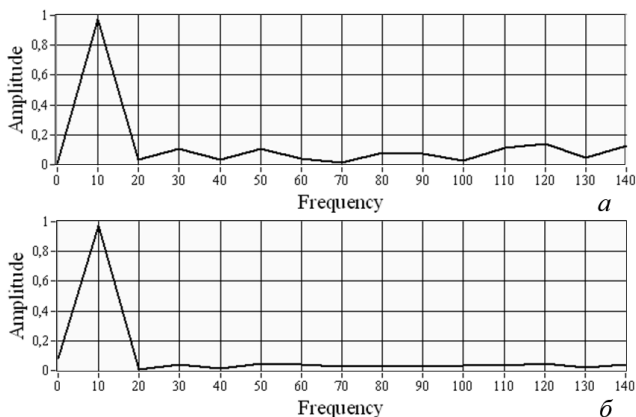


Рисунок 8 – Спектры реализаций, усредненных по времени, для 3-х (*а*) и 25-ти (*б*) реализаций

5. Выводы и перспективы развития

1. Спектр усредненной реализации для случайных гармонических составляющих имеет тенденцию к исчезновению, что соответствует свойству случайного стационарного эргодического процесса: при суммировании большого количества гармоник со случайными фазами среднее по множеству (равно среднему по времени) исчезает за счёт взаимной компенсации гармоник с противоположными знаками (или при фазовом сдвиге π). Это доказывает достоверность случайного процесса в имитационной модели припуска на зубошлифование.

2. Теоретико-вероятностный подход можно использовать для исследования реальных зубчатых колес, моделируя случайный процесс с помощью белого гауссового шума. Это позволяет изучать на имитационной модели припуск на зубошлифование с использованием различных способов его выравнивания, т.е. без использования дорогостоящих экспериментальных исследований реальных зубчатых колёс.

Список использованных источников: 1. Соколовский А.П. Расчёт точности обработки / А.П. Соколовский // Некоторые вопросы технологии машиностроения под ред. А.П. Соколовского. – М., Л.: Гос. науч.-техн. изд-во машиностр. лит-ры, 1948. – С.51-66. 2. Старков В.А. Физика и оптимизация резания материалов / В.А. Старков. – М.: Машиностроение, 2009. – 640 с. 3. Лищенко Н.В. Оптимизация профильного зубошлифования на станке с ЧПУ и системой измерения припуска / Н.В. Лищенко, В.П. Ларшин, В.В. Нежебовский // Високи технології в машинобудуванні: зб. наук. праць. – Харків, НТУ “ХПІ”, 2016. – Вип. 1 (26). – С.50-61. 4. Ларшин В.П. Выравнивание припуска по профилю при наладке на зубошлифование методом копирования / В.П. Ларшин, Н.В. Лищенко // Современные тенденции в технологиях металлообработки и конструциях металлообрабатывающих машин и комплектующих изделий: материалы VI Всерос. межвуз. науч.-техн. конф. – Уфа: УГАТУ, 2016. – С.181-189. 5. Харкевич А.А. Борьба с помехами / А.А. Харкевич, изд. второе испр. – М.: Наука, 1965. – 275 с. 6. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1977. – 560 с. 7. Гутников В.С. Фильтрация измерительных сигналов / В.С. Гутников. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отделение, 1990. – 192 с. 8. Харкевич А.А. Линейные и нелинейные системы / А.А. Харкевич // Избранные труды в трёх томах. Том 2. – М.: Наука, 1973. – 566 с.

Bibliography (transliterated): 1. Sokolovskiy A.P. Raschet tochnosti obrabotki / Nekotorye voprosy tekhnologii mashinostroeniya pod red. A.P. Sokolovskogo. – M., L.: Gos. nauch.-tekhn. izd-vo mashinostr. lit-ry, 1948. – S.51-66. 2. Starkov V.A. Fizika i optimizatsiya rezaniya materialov. – M.: Mashinostroenie, 2009. – 640 s. 3. Lishchenko N.V., Larshin V.P., Nezhebovskiy V.V. Optimizatsiya profil'nogo zuboshlifovaniya na stanke s ChPU i sistemoy izmereniya pripuska. – Visoki tekhnologii v mashinobuduvanni: zb. nauk. prats'. – Kharkiv, NTU “KhPI”, 2016. – Vip. 1 (26). – S.50-61. 4. Larshin V.P., Lishchenko N.V. Vyravnivanie pripuska po profilyu pri naladke na zuboshlifovanie metodom kopirovaniya / // Sovremennyye tendentsii v tekhnologiyakh metalloobrabotki i konstruksiyakh metalloobrabatyvayushchikh mashin i komplektuyushchikh izdeliy: materialy VI Vseros. mezhvuz. nauch.-tekhn. konf. – Ufa: UGATU, 2016. – S.181-189. 5. Kharkevich A.A. Bor'ba s pomekhami, izd. vtoroe ispr. – M.: Nauka, 1965. – 275 s. 6. Tsyppkin Ya.Z. Osnovy teorii avtomaticheskikh sistem. – M.: Nauka, 1977. – 560 s. 7. Gutnikov V.S. Fil'tratsiya izmeritel'nykh signalov. – L.: Energoatomizdat. Leningr. otd-nie, 1990. – 192 s. 8. Kharkevich A.A. Lineynye i nelineynye sistemy / Izbrannyye trudy v trekh tomakh. Tom 2. – M.: Nauka, 1973. – 566 s.